

Operaciones simples con expansiones asintóticas

1. **Fórmula de Taylor-Maclaurin para algunas funciones elementales (repass).**
Expanda en una suma de potencias de x hasta x^5 con el término residuo $\mathcal{O}(x^6)$:

$$e^x, \quad \cos(x), \quad \sin(x), \quad \ln(1+x).$$

Suma y resta de expansiones asintóticas

Se consideran expansiones asintóticas cuando $x \rightarrow 0$.

2. Calcule $f(x) + g(x)$ y $f(x) - g(x)$ si

$$f(x) = 2 - x + 5x^2 + x^3 + 6x^4 + \mathcal{O}(x^5), \quad g(x) = 1 + x - 2x^2 + 2x^3 + \mathcal{O}(x^4).$$

3. Calcule la expansión asintótica de la función $f(x)$ en potencias de x hasta x^4 con residuo $\mathcal{O}(x^4)$:

$$f(x) = e^x - \ln(1+x).$$

Sustitución simple en expansiones asintóticas

Expanda las siguientes funciones en potencias de x cuando $x \rightarrow 0$. Escriba el término residuo en forma \mathcal{O} .

4. $f(2x)$, si $f(x) = 2 - x + 3x^2 + 4x^3 + \mathcal{O}(x^4)$.

5. e^{3x} hasta x^5 .

6. e^{-x^2} hasta x^8 .

7. $\sqrt{1-2x}$ hasta x^4 .

8. $\frac{1}{\sqrt{1+2x}}$ hasta x^4 .

9. $\ln\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ hasta x^4 .

Expansión de funciones hipebólicas

Expanda las siguientes funciones en potencias de x hasta x^5 cuando $x \rightarrow 0$.

10. $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

11. $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.