Programación: construcción de vectores cuyas componentes están dadas por ciertas reglas

Objetivos. Aprender a construir vectores cuyas componentes están dadas por ciertas reglas.

Requisitos. Programación con funciones, arreglos y ciclos. Comandos especiales para crear progresiones aritméticas.

Ejemplo: vector de 1 y -1, varios métodos de construcción

1. Ejemplo: signos alternantes, solución con ciclos. Dado un número natural n, la función tendrá que regresar el vector

$$v = \left[(-1)^{k-1}\right]_{k=1}^{n}.$$

Por ejemplo, para $n = 5$ la función debe regresar el vector $\begin{bmatrix}1, & -1, & 1, & -1, & 1\end{bmatrix}^\top$.

Ejemplo de solución con un ciclo (guardar en `alt1.m`):

```
function [v] = alt1(n),
   v = zeros(n, 1);
   for j = 1 : n,
      v(j) = (-1) ^ (j - 1);
   end
end
```

Para probar la función, ejecutamos uno por uno los siguientes comandos en el intérprete:

```
alt1(5)
alt1(8)
```

2. Signos alternantes, solución con dos puntos y operaciones por componentes. El lenguaje Matlab es cómodo usar la operación : (dos puntos) para construir progresiones aritméticas de números enteros. Para recordar la sintaxis de la operación :, ejecutamos los siguientes comandos:

```
3 : 7
1 : 3 : 20
10 : -2 : 1
```

Además están definidas operaciones por componentes:

```
[2; 2; 2; 2; 2] .^ [1; 2; 3; 4; 5]
```

Lo mismo podemos escribir de manera más eficiente:

```
repmat(2, 5, 1)
(1 : 5)'
repmat(2, 5, 1) .^ (1 : 5)';
```

Usando las herramientas anteriores construimos el vector de 1 y -1 sin ciclos:

```
function [v] = alt2(n),
   v = repmat(-1, n, 1) .^ (1 : n)';
end
```

3. Usar una relación recursiva. Podemos notar que $v_1 = 1$ y para cada $j \in \{2, \ldots, n\}$ se cumple la igualdad $v_j = -v_{j-1}$.

```
function [v] = alt3(n),
   v = ones(n, 1);
   for j = 2 : n,
      v(j) = - v(j - 1);
   end
end
```

4. Poner valores correctos en lugares adecuados, con dos ciclos. Otra idea es poner los valores 1 y -1 en lugares adecuados del vector construido. Primero realizamos esta idea con ciclos:

```
function [v] = alt4(n),
   v = zeros(n, 1);
   for j = 1 : ceil(n / 2),
      v(2 * j - 1) = 1;
   end
   for j = 1 : floor(n / 2),
      v(2 * j) = -1;
   end
end
```

5. Poner valores correctos en lugares adecuados, con un ciclo.

```
function [v] = alt5(n),
   v = zeros(n, 1);
   for j = 1 : floor(n / 2),
      v(2 * j - 1) = 1;
      v(2 * j) = -1;
   end
   if mod(n, 2) == 1,
      v(n) = 1;
   end
end
```

6. Poner valores correctos en lugares adecuados, sin ciclos. Se recomienda ejecutar los siguientes comandos:

```
w = ones(6, 1);
w([2, 5, 6]) = 7;
w(1 : 2 : 6) = -5;
```

Ahora podemos resolver el mismo problema sin ciclos:

```
function [v] = alt6(n),
   v = ones(n, 1);
   v(2 : 2 : n) = -1;
end
```

Ejercicios

En cada uno de los siguientes ejercicios están dados vectores de longitudes 4 y 5. Hay que descubrir (adivinar) una regla simple que define estos vectores y escribir una función que construya vectores de esta forma de longitud dada n. Se recomienda probar varios métodos de solución.

Se pueden omitir los ejercicios cuyas soluciones ya son obvias.

7. Vector con valores 5 y −7.

$$n = 4\colon \quad \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix}, \qquad n = 5\colon \quad \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 5 \\ -7 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

8. Progresión aritmética recíproca.

$$n = 4\colon \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 1/3 \\ 1/4 \end{bmatrix}, \qquad n = 5\colon \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 1/3 \\ 1/4 \\ 1/5 \end{bmatrix}.$$

9. Progresión aritmética invertida.

$$n = 4\colon \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad n = 5\colon \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

10. Progresión geométrica con base 3.

$$n = 4\colon \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 27 \end{bmatrix}, \qquad n = 5\colon \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 27 \\ 81 \end{bmatrix}.$$

11. Vector constante de longitud $\boldsymbol{n}$ cuyas componentes son iguales a $\boldsymbol{n}$.

$$n = 4\colon \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad n = 5\colon \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

12. Progresión aritmética módulo 3.

$$n = 4\colon \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad n = 5\colon \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

13. Al ritmo de vals.

$$n = 4\colon \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad n = 5\colon \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

14. Factoriales.

$$n = 4\colon \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad n = 5\colon \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ 24 \end{bmatrix}.$$

15. Multiplicar por 2 y añadir 3.

$$n = 4\colon \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}, \qquad n = 5\colon \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 10 \\ 13 \end{bmatrix}.$$