Tarea individual.
Aplicación de la interpolación polinomial

Agradezco al profesor Erick Lee Guzmán por la idea de esta tarea. Agradezco a Lorenzo Nicolas de la Cruz por detectar un error.

Objetivos. Aplicar varios métodos de la interpolación polinomial y de la interpolación polinomial segmentaria a la aproximación de curvas en el plano.

1. Ejemplo de interpolación de la gráfica de una función usando herramientas estándares de GNU Octave. Los siguientes comandos se pueden guardar en un archivo con extensión `.m`, por ejemplo, `task.m`.

```
# Funcion original (hay que construir su propia funcion)
f = @(x) 3 + cos(x) - 2 * sin(2 * x);
xg = linspace(-2, 6, 300); # abscisas para construir graficas

# Elegimos los nodos y calculamos la funcion en estos puntos
xs = [-2; -0.5; 1; 2.5; 4; 5.5];
vs = f(xs);

# Dibujamos y guardamos la grafica de f con los nodos marcados
plot(xg, f(xg), '-b', xs, vs, '*', 'markersize', 5);
print('Sanchez_Ramirez_graph0.pdf', '-color', '-dpdf');

# Interpolacion polinomial
d = length(xs) - 1;
pol = polyfit(xs, vs, d);
polvs = polyval(pol, xg);
plot(xg, polvs, '-g', xs, vs, '*', 'markersize', 5);
print('Sanchez_Ramirez_graph1.pdf', '-color', '-dpdf');

# Interpolacion segmentaria lineal
spline1 = interp1(xs, vs, 'linear', 'pp');
spline1vs = ppval(spline1, xg);
plot(xg, spline1vs, '-g', xs, vs, '*', 'markersize', 5);
print('Sanchez_Ramirez_graph2.pdf', '-color', '-dpdf');

# Interpolacion segmentaria cubica
spline3 = interp1(xs, vs, 'cubic', 'pp');
spline3vs = ppval(spline3, xg);
plot(xg, spline3vs, '-g', xs, vs, '*', 'markersize', 5);
print('Sanchez_Ramirez_graph3.pdf', '-color', '-dpdf');
```

2. Ejemplo de interpolación de una curva usando herramientas estándares de GNU Octave.

```
# Los datos iniciales provienen de un dibujo.
as = [2; 1; 3; 5; 6];
bs = [5; 3; 1; 1.5; 2];
n = length(as);
ts = (1 : n)'; # valores del parametro para la interpolacion

# Interpolacion polinomial
apol = polyfit(ts, as, n - 1);
bpol = polyfit(ts, bs, n - 1);
tg = 1 : 0.05 : n; # valores del parametro, para construir graficas
apolvs = polyval(apol, tg);
bpolvs = polyval(bpol, tg);
plot(apolvs, bpolvs, '-g', as, bs, '*', 'markersize', 5);
print('Sanchez_Ramirez_drawing1.pdf', '-color', '-dpdf');

# Interpolacion segmentaria lineal
aspline1 = interp1(ts, as, 'linear', 'pp');
bspline1 = interp1(ts, bs, 'linear',
aspline1vs = ppval(aspline1, tg);
bspline1vs = ppval(bspline1, tg);
plot(aspline1vs, bspline1vs, '-g', as, bs, '*', 'markersize', 5);
print('Sanchez_Ramirez_drawing2.pdf', '-color', '-dpdf');

# Interpolacion segmentaria cubica
aspline3 = interp1(ts, as, 'cubic', 'pp');
bspline3 = interp1(ts, bs, 'cubic', 'pp');
aspline3vs = ppval(aspline3, tg);
bspline3vs = ppval(bspline3, tg);
plot(aspline3vs, bspline3vs, '-g', as, bs, '*', 'markersize', 5);
print('Sanchez_Ramirez_drawing3.pdf', '-color', '-dpdf');
```

En vez de las herramientas de GNU Octave sería mejor usar sus propias funciones que realizan los algoritmos de interpolación.

3. La tarea es individual. Cada estudiante tiene que hacer sus propios dibujos y entregar su propia solución.

4. Como guardar los resultados. Los resultados de esta tarea son archivos (imágenes) en formato `pdf` (Portable Document Format). Todos los archivos deben tener nombres en forma `Surnames_???.pdf`. Aquí `Surnames` son los apellidos del estudiante. La parte `???` corresponde a la parte de la tarea y se explica a continuación. Hay que separar los apellidos con un guión bajo y omitir acentos. Ejemplos:

`Sanchez_Ramirez`, `Cortes_De_La_Cruz`.

5. Parte I: Función. Elija un intervalo $[a, b]$ del eje real y componga una función continua $f\colon [a, b] \to \mathbb{R}$ de tal manera que se cumplan las siguientes condiciones:

1. La longitud del intervalo $[a, b]$ debe ser entre 5 y 15: $5 \le b - a \le 15$.
2. La función f debe estar definida a través de una fórmula analítica, por ejemplo,
$$f(x) = -\left(\cos(x) - 0.5x - 0.2\sin(2x)\right) \cdot \arctan(x).$$
3. La diferencia entre el valor máximo y el mínimo de la función f debe ser un número entre 5 y 15:
$$5 \le \max_{x\in[a,b]} f(x) - \min_{x\in[a,b]} f(x) \le 15.$$
4. La función f debe tener 2 o 3 máximos locales y 2 o 3 mínimos locales. Explicación: las funciones que tienen muchos máximos y mínimos se aproximan mal con la interpolación polinomial.

Todas estas propiedades se verifican fácilmente con la gráfica de f. Al componer una función f con dichas propiedades guarde su gráfica en el archivo `Surnames_graph0.pdf`.

6. Interpolación de la función. Elija algunos puntos $x_1, \ldots, x_n$ en $[a, b]$ tales que $8 \leq n \leq 12$ y $a = x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$. Para la función f elegida construya la interpolación polinomial (usando las fórmulas de Lagrange, de Neville o de Newton), la interpolación segmentaria lineal y la interpolación segmentaria cúbica. No use parámetro. Dibuje las gráficas correspondientes junto con la función f y guárdelas en los archivos

`Surnames_graph0.pdf`, `Surnames_graph1.pdf`,
`Surnames_graph2.pdf`, `Surnames_graph3.pdf`.

Sugerencias: intente a elegir los puntos de interpolación cerca de los máximos y mínimos de la función. Si el polinomio interpolante difiere demasiado de la gráfica original, entonces puede mejorar el resultado agregando más nodos cerca de los extremos del intervalo.

7. Parte II: Dibujo. Haga en el papel milimétrico o en un editor de imágenes un dibujo. Es muy importante que las curvas del dibujo sean muy suaves. Si el dibujo original no es una curva suave, es obligatorio separarlo en varias curvas suaves, hacer la interpolación para cada una de estas, dibujar las curvas interpolantes por separado y luego juntar los resultados. Para cada una de las curvas suaves elija y marque los nodos, es decir los puntos de la curva que va a usar para la interpolación. Escriba en la computadora las coordenadas de los nodos. Puede entregar el dibujo original en forma electrónica (como archivo `Surnames_drawing0.pdf`) o en el papel milimétrico.

8. Interpolación del dibujo. Para cada una de las lineas suaves del dibujo construya las curvas interpolantes usando alguna parametrización. Se recomienda la parametrización trivial: las abscisas se consideran como una función del parámetro t que toma valores de 1 hasta n (el número de nodos); lo mismo para las ordenadas. Dibuje las gráficas de las curvas interpolantes con los nodos marcados y guardelas en los archivos

`Surnames_drawing1.pdf`, `Surnames_drawing2.pdf`, `Surnames_drawing3.pdf`.

Si el dibujo fue está formado por varias lineaes suaves, se recomienda indicar de alguna manera la cantidad de estas lineas.

9. Parte III: Letra. Esta parte es similar a la parte II, pero en lugar de un dibujo hay que usar una letra caligráfica (que también debe estar formada por una o varias curvas suaves). Guarde los resultados en los archivos

`Surnames_letter1.pdf`, `Surnames_letter2.pdf`, `Surnames_letter3.pdf`.

10. ¿Cuándo y cómo entregar esta tarea?. Muestre los resultados al profesor en una clase de programación o envíelos al correo electrónico del profesor. La última fecha para enviar los archivos por correo es el lunes 2 de marzo de 2015.