Engrape aquí
No doble

Examen parcial IV. Interpolación polinomial. Variante α.
Métodos numéricos I, Ingeniería Matemática.

Nombre:

Calificación (%):	examen escrito	tareas individ.	program.	asist.+ particip.	tareas adic.	parcial 4

El examen dura 80 minutos.

Problema 1. *10 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un polinomio f de grado $\leqslant 2$ tal que $f(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -4, \qquad x_1 = -3, \qquad x_2 = 1,$$
$$y_0 = 33, \qquad y_1 = 22, \qquad y_2 = -2.$$

Problema 2. *10 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con el método de Newton un polinomio f de grado $\leqslant 3$ tal que $f(x_k) = y_k$ para todo k. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = 1, \qquad x_3 = 2,$$
$$y_0 = 17, \qquad y_1 = 3, \qquad y_2 = -4, \qquad y_3 = -27.$$

Problema 3. *10 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya el polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-3) = -34, \qquad P(-2) = -5, \qquad P'(-2) = 17, \qquad P(0) = 5.$$

Problema 4. *14 %.*
Construya un polinomio P de grado $\leqslant 2$ tal que $P(x_k) = f(x_k)$ para $k \in \{0, 1, 2\}$, donde

$$f(x) = \operatorname{sen} \frac{\pi x}{2}, \qquad x_0 = -1, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = 2.$$

Calcule $M = \sup\limits_{x \in [x_0, x_2]} |f'''(x)|$ y la **cota superior teórica del error** $|f(1) - P(1)|$. Compare la cota obtenida con el error actual $|f(1) - P(1)|$.

Problema 5. *16 %.*
Enuncie y demuestre las **fórmulas recursivas para el polinomio interpolante** las cuales se utilizan en el **algoritmo de Neville**.

Engrape aquí
No doble

Examen parcial IV. Interpolación polinomial. Variante β.
Métodos numéricos I, Ingeniería Matemática.

Nombre:

Calificación (%):	examen escrito	tareas individ.	program.	asist.+ particip.	tareas adic.	parcial 4

El examen dura 80 minutos.

Problema 1. *10 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un polinomio f de grado $\leqslant 2$ tal que $f(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = 2, \qquad x_2 = 4,$$
$$y_0 = 4, \qquad y_1 = 12, \qquad y_2 = 28.$$

Problema 2. *10 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con el método de Newton un polinomio f de grado $\leqslant 3$ tal que $f(x_k) = y_k$ para todo k. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = 1, \qquad x_3 = 2,$$
$$y_0 = 13, \qquad y_1 = -1, \qquad y_2 = -2, \qquad y_3 = -15.$$

Problema 3. *10 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya el polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = -24, \qquad P(5) = -17, \qquad P'(5) = 22, \qquad P''(5) = 20.$$

Problema 4. *14 %.*
Construya un polinomio P de grado $\leqslant 2$ tal que $P(x_k) = f(x_k)$ para $k \in \{0, 1, 2\}$, donde

$$f(x) = 2\log_2(x), \qquad x_0 = \frac{1}{2}, \qquad x_1 = 1, \qquad x_2 = 4.$$

Calcule $M = \sup_{x\in[x_0,x_2]} |f'''(x)|$ y la **cota superior teórica del error** $|f(2) - P(2)|$. Compare la cota obtenida con el error actual $|f(2) - P(2)|$.

Problema 5. *16 %.*
Escriba un **algoritmo** basado en la **fórmula de Newton para el polinomio interpolante**. Puede suponer que ya están dadas las diferencias divididas necesarias. Calcule el número de las operaciones de multiplicación en este algoritmo.

Entrada: números diferentes por pares $x_1, x_2, \ldots, x_n$, números $d_1, d_2, \ldots, d_n$ que hacen papel de las diferencias divididas.

Salida: coeficientes del polinomio P que tenga las diferencias divididas dadas:

$$P[x_1] = d_1, \qquad P[x_1, x_2] = d_2, \qquad \ldots, \qquad P[x_1, \ldots, x_n] = d_n.$$