Construcción de polinomios con raíces dadas

Egor Maximenko
http://www.egormaximenko.com

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Física y Matemáticas
México

31 de diciembre de 2014

Ejemplo introductorio

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo con raíces

$$-5, \qquad -3, \qquad -3, \qquad 4.$$

Ejemplo introductorio

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo con raíces

$$-5, \qquad -3, \qquad -3, \qquad 4.$$

Solución.
El polinomio requerido es el siguiente producto de binomios mónicos:

$$(x+5)(x+3)^2(x-4).$$

Ejemplo introductorio

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo con raíces

$$-5, \qquad -3, \qquad -3, \qquad 4.$$

Solución.
El polinomio requerido es el siguiente producto de binomios mónicos:

$$(x+5)(x+3)^2(x-4).$$

Aplicamos sucesivamente el algoritmo de multiplicación de un polinomio por un binomio mónico:

Ejemplo introductorio

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo con raíces

$$-5, \qquad -3, \qquad -3, \qquad 4.$$

Solución.
El polinomio requerido es el siguiente producto de binomios mónicos:

$$(x+5)(x+3)^2(x-4).$$

Aplicamos sucesivamente el algoritmo de multiplicación de un polinomio por un binomio mónico:

$$\begin{array}{c|c} & 1 \end{array}$$

Ejemplo introductorio

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo con raíces

$$-5, \qquad -3, \qquad -3, \qquad 4.$$

Solución.
El polinomio requerido es el siguiente producto de binomios mónicos:

$$(x+5)(x+3)^2(x-4).$$

Aplicamos sucesivamente el algoritmo de multiplicación de un polinomio por un binomio mónico:

$$\begin{array}{r|cc} & 1 & \\ 5 & 5 & 1 \end{array}$$

Ejemplo introductorio

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo con raíces

$$-5, \qquad -3, \qquad -3, \qquad 4.$$

Solución.
El polinomio requerido es el siguiente producto de binomios mónicos:

$$(x+5)(x+3)^2(x-4).$$

Aplicamos sucesivamente el algoritmo de multiplicación de un polinomio por un binomio mónico:

$$\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & & \\
5 & 5 & 1 & \\
3 & 15 & 8 & 1
\end{array}$$

Ejemplo introductorio

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo con raíces

$$-5, \qquad -3, \qquad -3, \qquad 4.$$

Solución.
El polinomio requerido es el siguiente producto de binomios mónicos:

$$(x+5)(x+3)^2(x-4).$$

Aplicamos sucesivamente el algoritmo de multiplicación de un polinomio por un binomio mónico:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
5 & 5 & 1 & & \\
3 & 15 & 8 & 1 & \\
3 & 45 & 39 & 11 & 1
\end{array}$$

Ejemplo introductorio

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo con raíces

$$-5, \qquad -3, \qquad -3, \qquad 4.$$

Solución.
El polinomio requerido es el siguiente producto de binomios mónicos:

$$(x+5)(x+3)^2(x-4).$$

Aplicamos sucesivamente el algoritmo de multiplicación de un polinomio por un binomio mónico:

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & \\
3 & 15 & 8 & 1 & & \\
3 & 45 & 39 & 11 & 1 & \\
-4 & -180 & -111 & -5 & 7 & 1
\end{array}$$

Ejemplo introductorio

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo con raíces

$$-5, \qquad -3, \qquad -3, \qquad 4.$$

Solución.
El polinomio requerido es el siguiente producto de binomios mónicos:

$$(x+5)(x+3)^2(x-4).$$

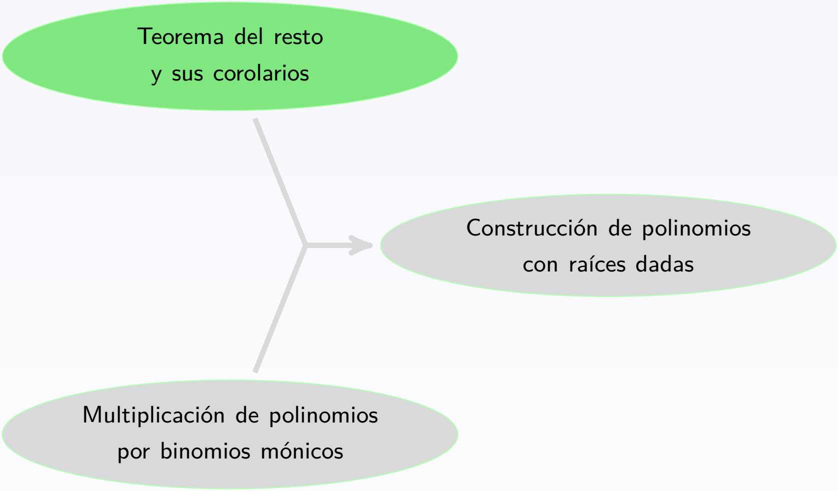
Aplicamos sucesivamente el algoritmo de multiplicación de un polinomio por un binomio mónico:

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & \\
3 & 15 & 8 & 1 & & \\
3 & 45 & 39 & 11 & 1 & \\
-4 & -180 & -111 & -5 & 7 & 1
\end{array}$$

Respuesta:

$$-180 - 111x - 5x^2 + 7x^3 + x^4.$$

Contenido


Teorema del resto
y sus corolarios
Construcción de polinomios
con raíces dadas
Multiplicación de polinomios
por binomios mónicos

Teorema del resto

División de un polinomio entre un binomio.
Dado un polinomio f y un número a,
existe un polinomio q y un número r tales que

$$f(x) = (x - a)q(x) + r.$$

El polinomio q y el número r se determinan de manera única
y se pueden calcular con la división sintética (Horner–Ruffini).

Teorema del resto

División de un polinomio entre un binomio.
Dado un polinomio f y un número a,
existe un polinomio q y un número r tales que

$$f(x) = (x - a)q(x) + r.$$

El polinomio q y el número r se determinan de manera única y se pueden calcular con la división sintética (Horner–Ruffini).

Teorema del resto.
En la fórmula anterior, el resto r es el valor del polinomio f en el punto a:

$$r = f(a).$$

Divisibilidad de un polinomio entre un binomio

Corolario del teorema del resto.
Sea f un polinomio y sea a un cero de f, esto es, $f(a) = 0$.
Entonces $(x - a) \mid f(x)$, esto es, existe un polinomio q tal que

$$f(x) = (x - a)q(x).$$

Divisibilidad de un polinomio entre un binomio

Corolario del teorema del resto.
Sea f un polinomio y sea a un cero de f, esto es, $f(a) = 0$.
Entonces $(x - a) \mid f(x)$, esto es, existe un polinomio q tal que

$$f(x) = (x - a)q(x).$$

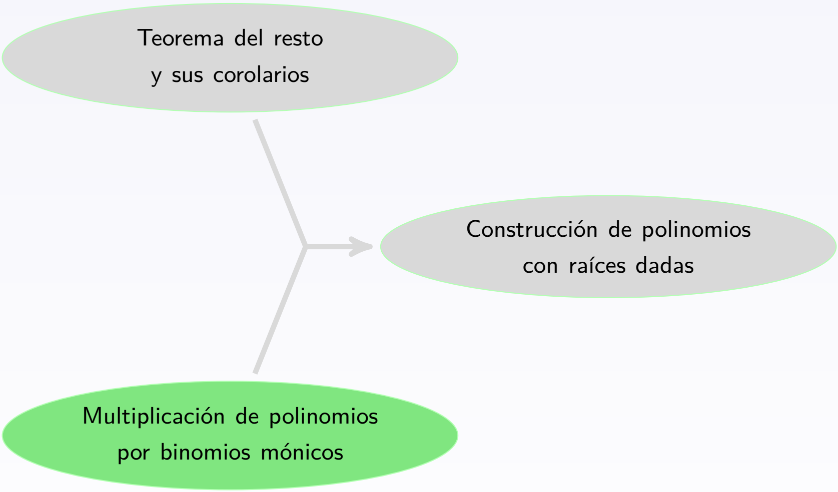
Corolario sobre la divisibilidad entre un producto de binomios.
Sea f un polinomio y sean $a_1, \ldots, a_m$ algunos ceros de f:

$$f(a_1) = \cdots = f(a_m) = 0.$$

Supongamos que los números $a_1, \ldots, a_m$ son diferentes por pares.
Entonces $(x - a_1) \cdots (x - a_m) \mid f(x)$, esto es, existe un polinomio q tal que

$$f(x) = (x - a_1) \cdots (x - a_m)q(x).$$

Contenido


Teorema del resto
y sus corolarios
Construcción de polinomios
con raíces dadas
Multiplicación de polinomios
por binomios mónicos

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2-5x-x^3)(-2+x)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -5 & 0 & -1 \\ \hline -2 & & & & \end{array}$$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & -5 & 0 & -1 \\ \hline -2 & & & & \end{array}$$

$$(-2) \cdot 2 = -4$$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 2 & -5 & 0 & -1 & \\ \hline -2 & -4 & & & & \end{array}$$

$$(-2) \cdot 2 = -4$$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -5 & 0 & -1 \\ \hline -2 & -4 & & & \end{array}$$

$(-2) \cdot (-5) + 2 = 12$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -5 & 0 & -1 \\ \hline -2 & -4 & 12 & & \end{array}$$

$$(-2) \cdot (-5) + 2 = 12$$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 2 & -5 & 0 & -1 \\
\hline
-2 & -4 & 12 & & \\
\end{array}$$

$$(-2) \cdot 0 + (-5) = -5$$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 2 & -5 & 0 & -1 \\
\hline
-2 & -4 & 12 & -5 &
\end{array}$$

$$(-2) \cdot 0 + (-5) = -5$$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 2 & -5 & 0 & -1 & \\
\hline
-2 & -4 & 12 & -5 & & \\
\end{array}
$$

$(-2) \cdot (-1) + 0 = 2$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2-5x-x^3)(-2+x)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -5 & 0 & -1 \\ \hline -2 & -4 & 12 & -5 & 2 \end{array}$$

$$(-2)\cdot(-1)+0=2$$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 2 & -5 & 0 & -1 & \\ \hline -2 & -4 & 12 & -5 & 2 & \end{array}$$

$$-1 = -1$$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$(2 - 5x - x^3)(-2 + x)$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 2 & -5 & 0 & -1 & \\ \hline -2 & -4 & 12 & -5 & 2 & -1 \end{array}$$

$-1 = -1$

Multiplicar un polinomio por un binomio mónico (repaso)

$$(2-5x-x^3)(-2+x) = -4+12x-5x^2+2x^3-x^4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 2 & -5 & 0 & -1 & \\
\hline
-2 & -4 & 12 & -5 & 2 & -1
\end{array}$$

Ejercicio de repaso

Multiplicar un polinomio por un binomio:

$$(4 - 5x + 2x^3)(-3 + x) =$$

Ejercicio de repaso

Multiplicar un polinomio por un binomio:

$$(4 - 5x + 2x^3)(-3 + x) =$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 4 & -5 & 0 & 2 & \\
\hline
-3 & & & & &
\end{array}$$

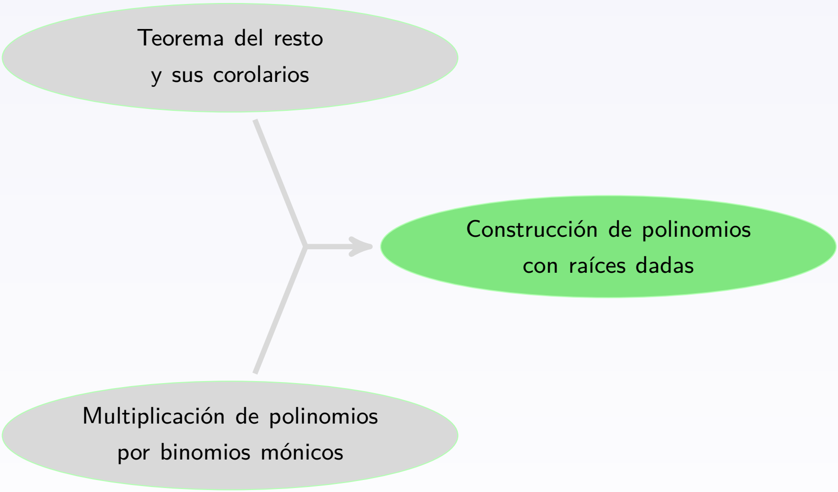
Ejercicio de repaso

Multiplicar un polinomio por un binomio:

$$(4 - 5x + 2x^3)(-3 + x) = -12 + 19x - 5x^2 - 6x^3 + 2x^4.$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 4 & -5 & 0 & 2 & \\ \hline -3 & -12 & 19 & -5 & -6 & 2 \end{array}$$

Contenido


Teorema del resto
y sus corolarios
Construcción de polinomios
con raíces dadas
Multiplicación de polinomios
por binomios mónicos

Recetas

- Los polinomios con raíces dadas $a_1, a_2, \ldots, a_m$ son de la forma

$$(x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_m)\, q(x),$$

donde q es un polinomio arbitrario.

Recetas

- Los polinomios con raíces dadas $a_1, a_2, \ldots, a_m$ son de la forma

$$(x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_m)\, q(x),$$

  donde q es un polinomio arbitrario.

- Los polinomios no nulos de grado mínimo con raíces dadas $a_1, a_2, \ldots, a_m$ son de la forma

$$c\,(x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_m),$$

  donde c es una constante no nula.

Recetas

- Los polinomios con raíces dadas $a_1, a_2, \ldots, a_m$ son de la forma

  $$(x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_m)\, q(x),$$

  donde q es un polinomio arbitrario.

- Los polinomios no nulos de grado mínimo con raíces dadas $a_1, a_2, \ldots, a_m$ son de la forma

  $$c\,(x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_m),$$

  donde c es una constante no nula.

- El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $a_1, \ldots, a_m$ es

  $$(x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_m).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

Calculamos el producto

$$(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{c|c} & 1 \end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1}\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ 3 & \\ \end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)}\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|r} & 1 \\ 3 & 3 \end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)}\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rr} & 1 & \\ 3 & 3 & 1 \end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)}\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & 1 & \\
3 & 3 & 1 \\
2 & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rr}
 & 1 & \\
3 & 3 & 1 \\
2 & 6 &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)\,(x+2)}\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & 1 & \\
3 & 3 & 1 \\
2 & 6 & 5
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{c|ccc}
 & 1 & & \\
3 & 3 & 1 & \\
2 & 6 & 5 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)\,(x+2)}\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & 1 & & \\
3 & 3 & 1 & \\
2 & 6 & 5 & 1 \\
2 & & &
\end{array}
$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)}\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & & \\
3 & 3 & 1 & \\
2 & 6 & 5 & 1 \\
2 & 12 & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

	1		
3	3	1	
2	6	5	1
2	12	16	

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)}\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

	1		
3	3	1	
2	6	5	1
2	12	16	7

Calculamos el producto

$$1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
3 & 3 & 1 & & \\
2 & 6 & 5 & 1 & \\
2 & 12 & 16 & 7 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)}_{}\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
3 & 3 & 1 & & \\
2 & 6 & 5 & 1 & \\
2 & 12 & 16 & 7 & 1 \\
-3 & & & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
3 & 3 & 1 & & \\
2 & 6 & 5 & 1 & \\
2 & 12 & 16 & 7 & 1 \\
-3 & -36 & & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
3 & 3 & 1 & & \\
2 & 6 & 5 & 1 & \\
2 & 12 & 16 & 7 & 1 \\
-3 & -36 & -36 & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
3 & 3 & 1 & & \\
2 & 6 & 5 & 1 & \\
2 & 12 & 16 & 7 & 1 \\
-3 & -36 & -36 & -5 &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3).$$

Algoritmo en acción
Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
3 & 3 & 1 & & \\
2 & 6 & 5 & 1 & \\
2 & 12 & 16 & 7 & 1 \\
-3 & -36 & -36 & -5 & 4
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3)}.$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
3 & 3 & 1 & & & \\
2 & 6 & 5 & 1 & & \\
2 & 12 & 16 & 7 & 1 & \\
-3 & -36 & -36 & -5 & 4 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3)}.$$

Algoritmo en acción

Ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad -2, \qquad 3.$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
3 & 3 & 1 & & & \\
2 & 6 & 5 & 1 & & \\
2 & 12 & 16 & 7 & 1 & \\
-3 & -36 & -36 & -5 & 4 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$\underbrace{1\,(x+3)\,(x+2)\,(x+2)\,(x-3)}.$$

Respuesta: $-36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4$.

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3, -2, -2, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3, -2, -2, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3, -2, -2, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\, -2,\, -2,\, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & & & & & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & & & & 1 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $-3, -2, -2, 3$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0$.

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & & & -8 & 1 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $-3, -2, -2, 3$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0$.

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & & & & & \\ & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3, -2, -2, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & & & & & 1 \\ & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & & & & 2 & 1 \\ & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & & & -9 & 2 & 1 \\ & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3, -2, -2, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & & -18 & -9 & 2 & 1 \\ & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & \color{green}{0} & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \color{green}{\checkmark}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & \color{green}{0} & -18 & -9 & 2 & 1 \\ & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & & & & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3, -2, -2, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & \color{green}{0} & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \color{green}{\checkmark}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & \color{green}{0} & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & & & 0 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & & -9 & 0 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & 0 & -9 & 0 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $-3, -2, -2, 3$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & 0 & -9 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (x+2)^2 \mid f(x), \text{ i.e.,} \\ f(-2) = f'(-2) = 0 \quad \checkmark \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3, -2, -2, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & 0 & -9 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (x+2)^2 \mid f(x), \text{ i.e.,} \\ f(-2) = f'(-2) = 0 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline 3 & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $-3, -2, -2, 3$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & 0 & -9 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (x+2)^2 \mid f(x), \text{ i.e.,} \\ f(-2) = f'(-2) = 0 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline 3 & & & & & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3, -2, -2, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & 0 & -9 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (x+2)^2 \mid f(x), \text{ i.e.,} \\ f(-2) = f'(-2) = 0 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline 3 & & & & 7 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3, -2, -2, 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array}$$

$f(-3) = 0 \quad \checkmark$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & 0 & -9 & 0 & 1 \end{array}$$

$(x+2)^2 \mid f(x),$ i.e.,

$f(-2) = f'(-2) = 0 \quad \checkmark$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline 3 & & & 16 & 7 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array}$$

$f(-3) = 0 \quad \checkmark$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & 0 & -9 & 0 & 1 \end{array}$$

$(x+2)^2 \mid f(x)$, i.e.,

$f(-2) = f'(-2) = 0 \quad \checkmark$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline 3 & & 12 & 16 & 7 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $-3, -2, -2, 3$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & 0 & -9 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (x+2)^2 \mid f(x), \text{ i.e.,} \\ f(-2) = f'(-2) = 0 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 12 & 16 & 7 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación completa

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces $\quad -3,\ -2,\ -2,\ 3 \quad$ es

$$f(x) = (x+3)(x+2)^2(x-3) = -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4.$$

Probemos que $\quad f(-3) = f(-2) = f'(-2) = f(3) = 0.$

Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -3 & 0 & -12 & -8 & 1 & 1 \end{array} \qquad f(-3) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -2 & 0 & -18 & -9 & 2 & 1 \\ -2 & & 0 & -9 & 0 & 1 \end{array} \qquad (x+2)^2 \mid f(x), \text{ i.e., } f(-2) = f'(-2) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 12 & 16 & 7 & 1 \end{array} \qquad f(3) = 0 \quad \checkmark$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Comprobación parcial: calculemos $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Comprobación parcial: calculemos $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

I. Usamos la descomposición de f en un producto de binomios mónicos:

$$f(-4) = (-1)(-2)(-2)(-7) = 28.$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Comprobación parcial: calculemos $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

I. Usamos la descomposición de f en un producto de binomios mónicos:

$$f(-4) = (-1)(-2)(-2)(-7) = 28.$$

II. Aplicamos el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -4 & & & & & \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Comprobación parcial: calculemos $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

I. Usamos la descomposición de f en un producto de binomios mónicos:

$$f(-4) = (-1)(-2)(-2)(-7) = 28.$$

II. Aplicamos el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{c|ccccc} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -4 & & & & & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Comprobación parcial: calculemos $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

I. Usamos la descomposición de f en un producto de binomios mónicos:

$$f(-4) = (-1)(-2)(-2)(-7) = 28.$$

II. Aplicamos el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -4 & & & & 0 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Comprobación parcial: calculemos $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

I. Usamos la descomposición de f en un producto de binomios mónicos:

$$f(-4) = (-1)(-2)(-2)(-7) = 28.$$

II. Aplicamos el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -4 & & & -5 & 0 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Comprobación parcial: calculemos $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

I. Usamos la descomposición de f en un producto de binomios mónicos:

$$f(-4) = (-1)(-2)(-2)(-7) = 28.$$

II. Aplicamos el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -4 & & -16 & -5 & 0 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Comprobación parcial: calculemos $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

I. Usamos la descomposición de f en un producto de binomios mónicos:

$$f(-4) = (-1)(-2)(-2)(-7) = 28.$$

II. Aplicamos el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -4 & 28 & -16 & -5 & 0 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

El mismo ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -3, -2, -2, 3 es

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)(x+2)(x+2)(x-3) \\ &= -36 - 36x - 5x^2 + 4x^3 + x^4. \end{aligned}$$

Comprobación parcial: calculemos $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

I. Usamos la descomposición de f en un producto de binomios mónicos:

$$f(-4) = (-1)(-2)(-2)(-7) = 28.$$

II. Aplicamos el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -36 & -36 & -5 & 4 & 1 \\ \hline -4 & 28 & -16 & -5 & 0 & 1 \end{array} \qquad f(-4) = 28. \quad \checkmark$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{|l} 1 \end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ 5 & \end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$

Algoritmo en acción
Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{c|c} & 1 \\ 5 & 5 \end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|ll} & 1 & \\ 5 & 5 & 1 \end{array}$$

Calculamos el producto

$$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & \\ 5 & 5 & 1 \\ 0 & & \end{array}$$

Calculamos el producto

$$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & \\ 5 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & \end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{c|cc}
 & 1 & \\
5 & 5 & 1 \\
0 & 0 & 5
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{c|ccc}
 & 1 & & \\
5 & 5 & 1 & \\
0 & 0 & 5 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|lll}
 & 1 & & \\
5 & 5 & 1 & \\
0 & 0 & 5 & 1 \\
-2 & & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|lll}
 & 1 & & \\
5 & 5 & 1 & \\
0 & 0 & 5 & 1 \\
-2 & 0 & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & & \\
5 & 5 & 1 & \\
0 & 0 & 5 & 1 \\
-2 & 0 & -10 &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x + 5)(x + 0)(x - 2)^2(x - 4).$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & & \\
5 & 5 & 1 & \\
0 & 0 & 5 & 1 \\
-2 & 0 & -10 & 3
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
5 & 5 & 1 & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
5 & 5 & 1 & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 \\
-2 & & & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
5 & 5 & 1 & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 \\
-2 & 0 & & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
5 & 5 & 1 & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 \\
-2 & 0 & 20 & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
5 & 5 & 1 & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 \\
-2 & 0 & 20 & -16 &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & & & \\
5 & 5 & 1 & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 & \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 & \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1 & 1 \\
-4 & & & & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 & \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1 & 1 \\
-4 & 0 & & & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$$

Algoritmo en acción
Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 & \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1 & 1 \\
-4 & 0 & -80 & & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4).$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 & \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1 & 1 \\
-4 & 0 & -80 & 84 & &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 & \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1 & 1 \\
-4 & 0 & -80 & 84 & -20 &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & & & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 & & \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1 & 1 & \\
-4 & 0 & -80 & 84 & -20 & -3 &
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & & & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 & & \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1 & 1 & \\
-4 & 0 & -80 & 84 & -20 & -3 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo

Hallar el polinomio mónico de grado mínimo que tenga raíces

$$-5, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 4.$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & & & & & \\
5 & 5 & 1 & & & & \\
0 & 0 & 5 & 1 & & & \\
-2 & 0 & -10 & 3 & 1 & & \\
-2 & 0 & 20 & -16 & 1 & 1 & \\
-4 & 0 & -80 & 84 & -20 & -3 & 1
\end{array}$$

Calculamos el producto

$(x+5)(x+0)(x-2)^2(x-4)$.

Respuesta: $-80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5$.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

I. Usamos la descomposición de f en binomios mónicos:

$$f(3) = 8 \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -24.$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

I. Usamos la descomposición de f en binomios mónicos:

$$f(3) = 8 \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -24.$$

II. Evaluamos f en 3 con el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 0 & -80 & 84 & -20 & -3 & 1 \\
\hline
3 & & & & & &
\end{array}$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

I. Usamos la descomposición de f en binomios mónicos:

$$f(3) = 8 \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -24.$$

II. Evaluamos f en 3 con el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 0 & -80 & 84 & -20 & -3 & 1 \\ \hline 3 & & & & & & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

I. Usamos la descomposición de f en binomios mónicos:

$$f(3) = 8 \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -24.$$

II. Evaluamos f en 3 con el algoritmo de Horner–Ruffini:

	0	-80	84	-20	-3	1
3					0	1

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

I. Usamos la descomposición de f en binomios mónicos:

$$f(3) = 8 \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -24.$$

II. Evaluamos f en 3 con el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 0 & -80 & 84 & -20 & -3 & 1 \\
\hline
3 & & & & -20 & 0 & 1
\end{array}$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = \, -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

I. Usamos la descomposición de f en binomios mónicos:

$$f(3) = 8 \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -24.$$

II. Evaluamos f en 3 con el algoritmo de Horner–Ruffini:

	0	-80	84	-20	-3	1
3			24	-20	0	1

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

I. Usamos la descomposición de f en binomios mónicos:

$$f(3) = 8 \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -24.$$

II. Evaluamos f en 3 con el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 0 & -80 & 84 & -20 & -3 & 1 \\ \hline 3 & & -8 & 24 & -20 & 0 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

I. Usamos la descomposición de f en binomios mónicos:

$$f(3) = 8 \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -24.$$

II. Evaluamos f en 3 con el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 0 & -80 & 84 & -20 & -3 & 1 \\ \hline 3 & \color{green}{-24} & -8 & 24 & -20 & 0 & 1 \end{array}$$

Algoritmo en acción

Otro ejemplo, comprobación parcial

El polinomio mónico de grado mínimo con raíces -5, 0, 2, 2, 4 es

$$f(x) = (x+5)x(x-2)^2(x-4) = -80x + 84x^2 - 20x^3 - 3x^4 + x^5.$$

Para comprobar la respuesta, calculemos $f(3)$ de dos maneras.

I. Usamos la descomposición de f en binomios mónicos:

$$f(3) = 8 \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot (-1) = -24.$$

II. Evaluamos f en 3 con el algoritmo de Horner–Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 0 & -80 & 84 & -20 & -3 & 1 \\ \hline 3 & -24 & -8 & 24 & -20 & 0 & 1 \end{array} \qquad f(3) = -24. \quad \checkmark$$

Ejercicio 1

Construir el polinomio mónico f de grado mínimo con las raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad 1, \qquad 5.$$

Para comprobar la respuesta, calcular $f(2)$ de dos maneras diferentes.

Ejercicio 1

Construir el polinomio mónico f de grado mínimo con las raíces

$$-3, \qquad -2, \qquad 1, \qquad 5.$$

Para comprobar la respuesta, calcular $f(2)$ de dos maneras diferentes.

Respuesta: $f(x) = 30 - 11x - 19x^2 - x^3 + x^4, \quad f(2) = -60.$

Ejercicio 2

Construir el polinomio mónico f de grado mínimo con las raíces

$$-2, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 1, \qquad 1.$$

Para comprobar la respuesta, calcular $f(-1)$ de dos maneras diferentes.

Comprender un algoritmo es. . .

Comprender un algoritmo es...

...haberlo programado en varios lenguajes de programación.

Comprender un algoritmo es. . .
. . . haberlo programado en varios lenguajes de programación.

Ejercicio de programación.
Tratando polinomios como arreglos de números,
realizar en algún lenguaje de programación dos funciones:

- una función que multiplique un polinomio por un binomio mónico;
- una función que construya el polinomio mónico de grado mínimo con raíces dadas.

Comprender un algoritmo es...
...haberlo programado en varios lenguajes de programación.

Ejercicio de programación.
Tratando polinomios como arreglos de números,
realizar en algún lenguaje de programación dos funciones:

- una función que multiplique un polinomio por un binomio mónico;
- una función que construya el polinomio mónico de grado mínimo con raíces dadas.

Aplicación: polinomios básicos de Lagrange.

Comprender un algoritmo es...
...haberlo programado en varios lenguajes de programación.

Ejercicio de programación.
Tratando polinomios como arreglos de números,
realizar en algún lenguaje de programación dos funciones:

- una función que multiplique un polinomio por un binomio mónico;
- una función que construya el polinomio mónico de grado mínimo con raíces dadas.

Aplicación: polinomios básicos de Lagrange.

¡Gracias por su atención!