Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante α.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-2, \qquad -2, \qquad -1, \qquad 0, \qquad 3.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes.

$$-5, \qquad -2, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 1.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x-a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x-a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x-a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = 2x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 6x + 15, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -2x^5 - 5x^4 + 7x^3 + 19x^2 - x - 18, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x-a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - 5x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 16x + 14, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0,1,2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0,1,2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$\begin{array}{lll} x_0 = -4, & x_1 = 0, & x_2 = 2, \\ y_0 = 45, & y_1 = -3, & y_2 = -3. \end{array}$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0,1,2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0,1,2,3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0,1,2,3\}$. Haga la comprobación.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -5, & x_1 = -3, & x_2 = -2, & x_3 = -1, \\ y_0 = -12, & y_1 = 18, & y_2 = 15, & y_3 = 8. \end{array}$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -1, & x_1 = -1/2, & x_2 = 0, & x_3 = 1/2, \\ y_0 = -5, & y_1 = -35/8, & y_2 = -4, & y_3 = -49/8. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-1 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-2)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -2$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-1 + \frac{1}{2}t = -2$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -7/2, & x_1 = -3, & x_2 = -5/2, & x_3 = -2, \\ y_0 = 135/8, & y_1 = 8, & y_2 = 21/8, & y_3 = 0. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-2 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-1)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -1$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-2 + \frac{1}{2}t = -1$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(1) = -4, \qquad P'(1) = 0, \qquad P(2) = -6, \qquad P(4) = -40.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-5) = -8, \qquad P'(-5) = 26, \qquad P''(-5) = -20, \qquad P(-4) = 9.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante β.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(4)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-1, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 2, \qquad 3.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-3, \qquad -1, \qquad -1, \qquad 1, \qquad 5.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = -2x^5 + 9x^3 - 9x^2 + 2x - 18, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = x^5 + 5x^4 - 3x^3 - 9x^2 - 14x + 2, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 + x^4 + 15x^3 + 5x^2 - 15x - 18, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$x_0 = -3, \qquad x_1 = 2, \qquad x_2 = 3,$$
$$y_0 = -23, \qquad y_1 = 2, \qquad y_2 = 1.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = 1, \qquad x_3 = 2,$$
$$y_0 = 5, \qquad y_1 = 3, \qquad y_2 = -1, \qquad y_3 = -15.$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 1, & x_1 = 3/2, & x_2 = 2, & x_3 = 5/2, \\ y_0 = -3, & y_1 = -47/4, & y_2 = -26, & y_3 = -189/4. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(1 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(3)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 3$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $1 + \frac{1}{2}t = 3$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 1/2, & x_1 = 1, & x_2 = 3/2, & x_3 = 2, \\ y_0 = -7/8, & y_1 = 4, & y_2 = 91/8, & y_3 = 22. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(2 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(3)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 3$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $2 + \frac{1}{2}t = 3$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = 4, \qquad P'(-2) = 5, \qquad P(-1) = 4, \qquad P'(-1) = -3.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(1) = 2, \qquad P(3) = 28, \qquad P'(3) = 33, \qquad P''(3) = 28.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 1 GPYU.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-1, \qquad -1, \qquad -1, \qquad 0, \qquad 5.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \qquad -1, \qquad -1, \qquad 1, \qquad 3.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = -x^5 + 2x^4 + 18x^3 + 18x^2 + 15x + 13, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = x^5 + 10x^4 + 19x^3 + 7x^2 - 10x + 9, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 + x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 15x - 19, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$x_0 = -1, \qquad x_1 = 2, \qquad x_2 = 3,$$
$$y_0 = -1, \qquad y_1 = -25, \qquad y_2 = -45.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = 1, \qquad x_3 = 2,$$
$$y_0 = 17, \qquad y_1 = -1, \qquad y_2 = 5, \qquad y_3 = 5.$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -2, & x_1 = -3/2, & x_2 = -1, & x_3 = -1/2, \\ y_0 = -10, & y_1 = -19/4, & y_2 = -3, & y_3 = -13/4. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-2 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-3)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -3$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-2 + \frac{1}{2}t = -3$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 5/2, & x_1 = 3, & x_2 = 7/2, & x_3 = 4, \\ y_0 = -165/8, & y_1 = -24, & y_2 = -203/8, & y_3 = -24. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(4 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(5)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 5$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $4 + \frac{1}{2}t = 5$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-5) = 26, \qquad P(-1) = -2, \qquad P(2) = -23, \qquad P'(2) = -28.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(1) = 4, \qquad P'(1) = 10, \qquad P''(1) = 8, \qquad P(2) = 19.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 2 HLD.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-5, \qquad -4, \qquad -1, \qquad 0, \qquad 1.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \qquad -1, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 5.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x-a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x-a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x-a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = x^5 - 9x^4 + 10x^3 - 6x^2 - 4x - 2, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = -2x^5 + 10x^3 - 4x^2 + 7x - 4, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x-a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 - x^4 - 3x^3 - 14x^2 + 20x - 4, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = -1, \qquad x_2 = 3,$$
$$y_0 = -15, \qquad y_1 = -6, \qquad y_2 = -30.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = 1, \qquad x_3 = 2,$$
$$y_0 = 8, \qquad y_1 = -2, \qquad y_2 = -7, \qquad y_3 = -20.$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 1, & x_1 = 3/2, & x_2 = 2, & x_3 = 5/2, \\ y_0 = 3, & y_1 = 69/8, & y_2 = 17, & y_3 = 231/8. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(1 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-1)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -1$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $1 + \frac{1}{2}t = -1$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 5/2, & x_1 = 3, & x_2 = 7/2, & x_3 = 4, \\ y_0 = -45/8, & y_1 = -13, & y_2 = -191/8, & y_3 = -39. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(4 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(5)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 5$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $4 + \frac{1}{2}t = 5$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = -19, \qquad P(-1) = -3, \qquad P'(-1) = 9, \qquad P(4) = 17.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = -15, \qquad P(1) = -3, \qquad P'(1) = 1, \qquad P''(1) = 4.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 3 LNI.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-3, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 1, \qquad 3.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \qquad -1, \qquad 1, \qquad 2, \qquad 2.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x-a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x-a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x-a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = -x^5 - 3x^4 - 12x^3 - 8x^2 + 2x - 4, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = 2x^5 - 7x^4 + 17x^3 - 15x^2 - 10x + 18, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x-a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - 9x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 15x - 2, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = 3, \qquad x_2 = 4,$$
$$y_0 = -10, \qquad y_1 = -5, \qquad y_2 = -10.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -3, \qquad x_1 = -2, \qquad x_2 = -1, \qquad x_3 = 1,$$
$$y_0 = -18, \qquad y_1 = -14, \qquad y_2 = -6, \qquad y_3 = -2.$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 2, & x_1 = 5/2, & x_2 = 3, & x_3 = 7/2, \\ y_0 = -8, & y_1 = -161/8, & y_2 = -41, & y_3 = -583/8. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(2 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(1)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 1$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $2 + \frac{1}{2}t = 1$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 1/2, & x_1 = 1, & x_2 = 3/2, & x_3 = 2, \\ y_0 = -5/4, & y_1 = -7, & y_2 = -71/4, & y_3 = -35. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(2 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(3)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 3$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $2 + \frac{1}{2}t = 3$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-3) = 40, \qquad P'(-3) = -40, \qquad P(-2) = 11, \qquad P(5) = -24.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-1) = 7, \qquad P'(-1) = -17, \qquad P''(-1) = 18, \qquad P(1) = -7.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 4 MRP.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-1, \qquad 0, \qquad 2, \qquad 3, \qquad 3.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 2, \qquad 2.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x-a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x-a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x-a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = 2x^5 + 3x^4 + 2x^3 - 12x^2 - 12x - 1, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -2x^5 + 8x^3 - x^2 - 5x - 4, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x-a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 + 8x^4 + x^3 - 11x^2 + x + 4, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$x_0 = -4, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = 1,$$
$$y_0 = -43, \qquad y_1 = 1, \qquad y_2 = -3.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = -1, \qquad x_2 = 0, \qquad x_3 = 2,$$
$$y_0 = -36, \qquad y_1 = -8, \qquad y_2 = 2, \qquad y_3 = 16.$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -1, & x_1 = -1/2, & x_2 = 0, & x_3 = 1/2, \\ y_0 = 5, & y_1 = 41/8, & y_2 = 3, & y_3 = 7/8. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-1 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-2)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -2$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-1 + \frac{1}{2}t = -2$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 1/2, & x_1 = 1, & x_2 = 3/2, & x_3 = 2, \\ y_0 = -1/8, & y_1 = -3, & y_2 = -71/8, & y_3 = -20. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(2 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(3)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 3$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $2 + \frac{1}{2}t = 3$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-1) = -2, \qquad P'(-1) = 8, \qquad P(2) = 4, \qquad P'(2) = 5.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = 39, \qquad P(0) = -3, \qquad P'(0) = -5, \qquad P''(0) = 8.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 5 MHMA.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-2, \qquad -1, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 3.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 1, \qquad 2.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x-a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x-a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x-a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = -2x^5 - 7x^4 + 6x^3 + 20x^2 - 7x + 1, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -2x^5 + 4x^4 + 9x^3 - 17x^2 + 8x - 18, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x-a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 - x^4 - 8x^3 - 4x^2 + 19x + 5, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$x_0 = -4, \qquad x_1 = -3, \qquad x_2 = -1,$$
$$y_0 = -17, \qquad y_1 = -11, \qquad y_2 = -5.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = 0, \qquad x_1 = 2, \qquad x_2 = 3, \qquad x_3 = 4,$$
$$y_0 = -2, \qquad y_1 = 10, \qquad y_2 = 16, \qquad y_3 = 14.$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -1, & x_1 = -1/2, & x_2 = 0, & x_3 = 1/2, \\ y_0 = -9, & y_1 = -5, & y_2 = -2, & y_3 = -3/2. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-1 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-2)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -2$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-1 + \frac{1}{2}t = -2$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -7/2, & x_1 = -3, & x_2 = -5/2, & x_3 = -2, \\ y_0 = -257/4, & y_1 = -35, & y_2 = -59/4, & y_3 = -2. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-2 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-1)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -1$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-2 + \frac{1}{2}t = -1$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = -20, \qquad P(1) = 1, \qquad P(2) = 8, \qquad P'(2) = 15.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(2) = 0, \qquad P'(2) = 0, \qquad P''(2) = 6, \qquad P(4) = 20.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 6.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-1, \qquad -1, \qquad -1, \qquad 2, \qquad 2.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \qquad -1, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 5.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x-a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x-a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x-a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = -2x^5 + 12x^4 - 20x^3 + 8x^2 + 17x - 2, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = x^5 - 7x^3 - 2x^2 + 14x + 2, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + 4x^4 + 8x^3 - 2x^2 - 3x - 13, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$x_0 = -1, \qquad x_1 = 2, \qquad x_2 = 3,$$
$$y_0 = 1, \qquad y_1 = -17, \qquad y_2 = -35.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = -1, \qquad x_2 = 0, \qquad x_3 = 2,$$
$$y_0 = -13, \qquad y_1 = 5, \qquad y_2 = 5, \qquad y_3 = 23.$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -3, & x_1 = -1, & x_2 = 1, & x_3 = 3, \\ y_0 = -6, & y_1 = 6, & y_2 = 2, & y_3 = 30. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P(-3 + 2t)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-4)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -4$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-3 + 2t = -4$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -7/2, & x_1 = -3, & x_2 = -5/2, & x_3 = -2, \\ y_0 = -543/8, & y_1 = -36, & y_2 = -121/8, & y_3 = -3. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-2 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-1)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -1$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-2 + \frac{1}{2}t = -1$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(0) = -3, \qquad P(2) = 13, \qquad P'(2) = 18, \qquad P(3) = 39.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = 10, \qquad P(2) = 38, \qquad P'(2) = 35, \qquad P''(2) = 22.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 7.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-2, \qquad -2, \qquad -1, \qquad 0, \qquad 3.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-3, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 1, \qquad 3.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = -x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 13x^2 + 18x + 7, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = 2x^5 + 4x^4 - 3x^3 - 17x^2 - 17x, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 - 5x^4 + 8x^3 + 19x^2 + 6x + 6, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$x_0 = -5, \qquad x_1 = -3, \qquad x_2 = 0,$$
$$y_0 = 16, \qquad y_1 = 4, \qquad y_2 = 1.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = -1, \qquad x_2 = 0, \qquad x_3 = 2,$$
$$y_0 = 19, \qquad y_1 = 3, \qquad y_2 = 3, \qquad y_3 = 3.$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -1, & x_1 = -1/2, & x_2 = 0, & x_3 = 1/2, \\ y_0 = -7, & y_1 = -1/8, & y_2 = 3, & y_3 = 37/8. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-1 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-2)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -2$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-1 + \frac{1}{2}t = -2$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -5/2, & x_1 = -2, & x_2 = -3/2, & x_3 = -1, \\ y_0 = 117/4, & y_1 = 15, & y_2 = 27/4, & y_3 = 3. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-1 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-3)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -3$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-1 + \frac{1}{2}t = -3$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-5) = 28, \qquad P'(-5) = -40, \qquad P(-2) = -11, \qquad P(3) = -36.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-1) = -9, \qquad P'(-1) = 2, \qquad P''(-1) = 8, \qquad P(1) = -5.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 8.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-3, \qquad -2, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 1.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 2, \qquad 4.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x-a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x-a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x-a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 3x + 6, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -2x^5 + 10x^3 + x^2 - 16x - 10, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 + x^4 + 15x^3 + 12x^2 + 2x + 2, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$\begin{array}{lll} x_0 = -2, & x_1 = 3, & x_2 = 4, \\ y_0 = 18, & y_1 = 23, & y_2 = 42. \end{array}$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -2, & x_1 = 0, & x_2 = 1, & x_3 = 2, \\ y_0 = 5, & y_1 = 5, & y_2 = 2, & y_3 = 5. \end{array}$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = 2, & x_1 = 5/2, & x_2 = 3, & x_3 = 7/2, \\ y_0 = 14, & y_1 = 29, & y_2 = 52, & y_3 = 169/2. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(2 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(1)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 1$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $2 + \frac{1}{2}t = 1$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -3, & x_1 = -1, & x_2 = 1, & x_3 = 3, \\ y_0 = 34, & y_1 = 8, & y_2 = -2, & y_3 = -44. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P(3 + 2t)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(4)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 4$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $3 + 2t = 4$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = 3, \qquad P'(-2) = 3, \qquad P(2) = -1, \qquad P'(2) = 11.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-3) = 0, \qquad P(0) = -3, \qquad P'(0) = -4, \qquad P''(0) = 10.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 9.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-4, \qquad -2, \qquad -1, \qquad 0, \qquad 2.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \qquad 0, \qquad 1, \qquad 1, \qquad 4.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = -2x^5 - x^4 + 6x^3 - 2x^2 + 20x - 12, \qquad a = 1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = -x^5 - 2x^4 - x^3 - 9x^2 - 10x - 3, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x-a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 - 5x^4 - x^3 + 17x^2 + 11x - 15, \qquad a = -2.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = 3,$$
$$y_0 = 5, \qquad y_1 = 5, \qquad y_2 = 35.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$x_0 = -2, \qquad x_1 = -1, \qquad x_2 = 0, \qquad x_3 = 2,$$
$$y_0 = -3, \qquad y_1 = 3, \qquad y_2 = 1, \qquad y_3 = 45.$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -3, & x_1 = -5/2, & x_2 = -2, & x_3 = -3/2, \\ y_0 = -12, & y_1 = -3/4, & y_2 = 5, & y_3 = 27/4. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-3 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-4)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -4$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-3 + \frac{1}{2}t = -4$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -4, & x_1 = -2, & x_2 = 0, & x_3 = 2, \\ y_0 = -21, & y_1 = -21, & y_2 = -5, & y_3 = -21. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P(2 + 2t)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(3)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 3$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $2 + 2t = 3$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = 5, \qquad P(-1) = 1, \qquad P(2) = -11, \qquad P'(2) = -16.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-3) = -19, \qquad P'(-3) = 28, \qquad P''(-3) = -26, \qquad P(2) = 46.$$

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico II, Licenciatura.
Tarea 1. Variante 10.

Interpolación polinomial.

Nombre: Calificación (%):

Las tareas se resuelven en casa en hojas de tamaño carta y se califican de manera muy cruel. Es obligatorio escribir los cálculos intermedios en las comprobaciones.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x.

$$-4, \qquad -1, \qquad -1, \qquad 0, \qquad 1.$$

Ejercicio 2. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(4)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \qquad 1, \qquad 1, \qquad 3, \qquad 3.$$

Ejercicio 3. *0.5 %.*
Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a.

$$f(x) = x^5 - 5x^4 - 10x^3 + 2x^2 - 9x - 12, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 4. *0.5 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = -2x^5 + 6x^3 + 4x^2 - 9x - 6, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 5. *0.5 %.*
Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 - 6x^4 - 9x^3 - 13x^2 - 2x + 15, \qquad a = -1.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Problema de interpolación polinomial. Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz A de este sistema usando la fórmula para el determinante de una **matriz de Vandermonde**.

$$\begin{array}{lll} x_0 = -2, & x_1 = 1, & x_2 = 2, \\ y_0 = 18, & y_1 = 3, & y_2 = 10. \end{array}$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Construya una **factorización LU** de la matriz A del Ejercicio 1. Haga la comprobación de la igualdad $LU = A$. Usando esta factorización LU calcule $\det(A)$ como $\det(L)\det(U)$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 **usando la factorización LU** obtenida en el Ejercicio 2. Escriba el polinomio P del Ejercicio 1. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2\}$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales del Ejercicio 1 con la **regla de Cramer**.

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** P del Ejercicio 1 con la **fórmula de Lagrange**.

Ejercicio 11. *2.5 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, construya con la **fórmula de Lagrange** un **polinomio interpolante** P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Haga la comprobación.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -2, & x_1 = 0, & x_2 = 1, & x_3 = 2, \\ y_0 = 14, & y_1 = 4, & y_2 = 5, & y_3 = -6. \end{array}$$

Ejercicio 12. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando las **fórmulas recursivas de Neville**.

Ejercicio 13. *1.5 %.*
Construya el **polinomio interpolante** del ejercicio anterior usando la **tabla de las diferencias divididas** y la **fórmula de Newton**.

Ejercicio 14. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias progresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -1, & x_1 = -1/2, & x_2 = 0, & x_3 = 1/2, \\ y_0 = -8, & y_1 = -41/8, & y_2 = -3, & y_3 = 5/8. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-1 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(-2)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = -2$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-1 + \frac{1}{2}t = -2$.

Ejercicio 15. *2.5 %.*
Usando la fórmula de la **interpolación de Newton en diferencias regresivas** construya un polinomio interpolante P de grado $\leqslant 3$ tal que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\begin{array}{llll} x_0 = -5/2, & x_1 = -2, & x_2 = -3/2, & x_3 = -1, \\ y_0 = 309/8, & y_1 = 18, & y_2 = 47/8, & y_3 = 0. \end{array}$$

Primero calcule los coeficientes del polinomio $Q(t) = P\left(-1 + \frac{1}{2}t\right)$ y luego los del polinomio P. Compruebe que $P(x_k) = y_k$ para todo $k \in \{0, 1, 2, 3\}$. Además calcule $P(1)$ de dos maneras diferentes:
i) evaluando $P(x)$ en $x = 1$; ii) evaluando $Q(t)$ en el punto t tal que $-1 + \frac{1}{2}t = 1$.

Ejercicio 16. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-2) = -12, \qquad P(0) = 2, \qquad P'(0) = -5, \qquad P(1) = -6.$$

Ejercicio 17. *1.5 %.*
Resuelva el siguiente problema de la **interpolación de Hermite**, esto es, construya un polinomio P de grado $\leqslant 3$ que satisfaga las siguientes condiciones. Haga la comprobación.

$$P(-3) = 41, \qquad P(2) = -24, \qquad P'(2) = -28, \qquad P''(2) = -26.$$