Programación: Método de Newton–Raphson (método de la tangente)

Objetivos. Programar el método de Newton–Raphson (llamado también método de la tangente) para aproximar raíces de funciones.

Requisitos. Se usan algunos conceptos y notaciones del tema "Método de bisección".

Derivada. Si la función f está definida una como composición de funciones elementales, entonces Wolfram Mathematica sabe calcular su derivada:

```
f[x_] := x ^ 2 + x * Cos[x]

g = f'

g[a]

g[Pi]

g[0.1]
```

1. Fórmula para el método de Newton-Raphson (deducir antes de la clase práctica). Escriba la ecuación de la tangente a la gráfica de la función f en el punto $(a, f(a))$. Calcule la abscisa de la intersección de esta recta con el eje de abscisas.

2. Problema SolveNewton (3 %). Escriba una función `SolveNewton` que busque una aproximación a la raíz de f usando el método de Newton-Raphson. Argumentos: f (la función), $fder$ (la derivada de f), $x0$ (la aproximación original), $xtol$, $ytol$, $pmax$. En el caso de éxito la función debe regresar una aproximación a la raíz y el número de los pasos hechos.

3. Ejemplos. Pruebe la función `SolveNewton` con los siguientes ejemplos. Ponga $xtol = 10^{-6}$, $ytol = 10^{-7}$ y $pmax = 20$:

- $f(x) = x^2 - 2, \quad x_0 = 1.0.$
- $f(x) = \operatorname{sen}(x), \quad x_0 = 3.0.$
- $f(x) = x^5 + x - 1, \quad x_0 = 1.0.$
- $f(x) = e^x + x - 2, \quad x_0 = 1.0.$

4. Comparar el número de pasos en los métodos de bisección y de Newton–Raphson. Pruebe los ejemplos anteriores con el método de bisección y con el método de Newton-Raphson. Use los mismos $xtol$, $ytol$ y $pmax$. Compare el número de los pasos hechos para aproximar la raíz con exactitud dada. ¿Cuál método converge más rápido?