Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico III.
Examen parcial I. Variante α.

Solución numérica de EDO con valores iniciales.

Nombre:

Calificación (%):	examen escrito 1	proyecto especial	participación	parcial 1

El examen dura solamente 80 minutos.

Problema 1. *20 %.*
Enuncie el **teorema del punto fijo** y escriba las siguientes dos partes de su demostración: 1) demostrar que cierta sucesión $(x_n)_{n=0}^{\infty}$ es de Cauchy; 2) demostrar una cota superior para la distancia entre x_n y el punto fijo. Se puede usar la desigualdad fundamental para funciones contractivas.

Problema 2. *20 %.*
Enuncie y demuestre el **teorema de Picard sobre la existencia y unicidad del problema de Cauchy** (una EDO con un valor inicial). Se recomienda suponer que el dominio es una franja, pasar a la forma integral (sin demostración) y aplicar el teorema del punto fijo o su corolario.

Problema 3. *20 %.*
En algún lenguaje de programación escriba una función que realice el **método de Euler** para resolver el problema de Cauchy $x'(t) = f(t, x(t))$ con un valor inicial $x(tmin) = x0$, dividiendo el intervalo $[tmin, tmax]$ en n partes. Los argumentos de la función son `f`, `tmin`, `tmax`, `x0`, `n`, y el resultado el arreglo de los valores. Se puede programar el *método de un paso* en la forma abstracta, y aparte la función que realiza *un paso del método de Euler*.

Problema 4. *10 %.*
Modifique la solución anterior para realizar el **método del punto medio**. Es uno de los métodos de Runge–Kutta de orden 2, y su tabla de Butcher es

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ 1/2 & 1/2 & \\ \hline & 0 & 1 \end{array}$$

¿Cuántas veces se evalúa f en el método del punto medio, si el intervalo $[tmin, tmax]$ se divide en n partes?

Problema 5. *20 %.*
Enuncie y demuestre una cota superior para el **error de truncamiento local** en el método de Euler, suponiendo que el dominio es una franja $A \times \mathbb{R}$, donde A es un intervalo de longitud L, y la función f es acotada y Lipschitz continua respecto a cada uno de sus dos argumentos.

Problema 6. *20 %.*
Enuncie y demuestre una cota superior para el **error de truncamiento local** en el **método del punto medio**, suponiendo que son acotadas la función f y sus derivadas parciales de primer y segundo orden. Escriba sin demostración una cota superior del **error global**.

Engrape aquí
No doble

Análisis Numérico III.
Examen parcial I. Variante β.

Solución numérica de EDO con valores iniciales.

Nombre:

Calificación (%):	examen escrito 1	proyecto especial	participación	parcial 1

El examen dura solamente 80 minutos.

Problema 1. *20 %.*
Enuncie y demuestre la **desigualdad de Grönwall** en forma integral (llamada también la desigualdad de Grönwall–Bellman).

Problema 2. *20 %.*
Enuncie y demuestre el teorema sobre la **estabilidad** de solución de una EDO con un valor inicial (la estabilidad respecto a las perturbaciones del valor inicial). Se recomienda suponer que el dominio es una franja, pasar el problema a la forma integral (sin demostración) y utilizar la desigualdad de Grönwall–Bellman.

Problema 3. *20 %.*
En algún lenguaje de programación escriba una función que realice el **método de Euler** para resolver el problema de Cauchy $x'(t) = f(t, x(t))$ con un valor inicial $x(tmin) = x0$, dividiendo el intervalo $[tmin, tmax]$ en n partes. Los argumentos de la función son `f`, `tmin`, `tmax`, `x0`, `n`, y el resultado el arreglo de los valores. Se puede programar el *método de un paso* en la forma abstracta, y aparte la función que realiza *un paso del método de Euler*.

Problema 4. *10 %.*
Modifique la solución anterior para realizar el **método de Ralston**. Es uno de los métodos de Runge–Kutta de orden 2, y su tabla de Butcher es

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ 2/3 & 2/3 & \\ \hline & 1/4 & 3/4 \end{array}$$

¿Cuántas veces se evalúa f en el método de Ralston, si el intervalo $[tmin, tmax]$ se divide en n partes?

Problema 5. *20 %.*
Enuncie y demuestre el teorema que permite acotar el **error global** de un método de un paso, si se sabe una cota superior para el **error de truncamiento local**.

Problema 6. *20 %.*
Enuncie y demuestre una cota superior para el **error de truncamiento local** en el **método de Ralston**, suponiendo que son acotadas la función f y sus derivadas parciales de primer y segundo orden. Escriba sin demostración una cota superior del **error global**.