

Propiedad subaditiva del valor absoluto (desigualdad del triángulo)

1. **(Repaso)**. Sea $x \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$x \leq |x|.$$

2. **(Repaso)**. Sea $x \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$-|x| \leq x.$$

3. **(Repaso)**. Sea $x \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$|-x| = |x|.$$

4. **(Repaso)**. Sea $a \geq 0$. Resuelve la desigualdad:

$$|x| \leq a \quad \Longleftrightarrow$$

Desigualdad del triángulo

5. Demuestre que para todos $x, y \in \mathbb{R}$,

$$x + y \leq |x| + |y|$$

6. Demuestre que para todos $x, y \in \mathbb{R}$

$$-(|x| + |y|) \leq x + y.$$

7. **Desigualdad del triángulo.** Demuestre que para todos $x, y \in \mathbb{R}$,

$$|x + y| \leq |x| + |y|.$$

Desigualdad inversa del triángulo

8. Demuestre que para todos $x, y \in \mathbb{R}$,

$$|x| \leq |x - y| + |y|.$$

9. Demuestre que para todos $x, y \in \mathbb{R}$,

$$|x| - |y| \leq |x - y|.$$

10. Demuestre que para todos $x, y \in \mathbb{R}$,

$$|y| - |x| \leq |x - y|.$$

11. **Desigualdad inversa del triángulo.** Demuestre que para todos $x, y \in \mathbb{R}$,

$$||x| - |y|| \leq |x - y|.$$