Propiedades principales de la función sen

Este tema todavía no está escrito, sólo puse aquí algunos de los ejercicios que voy a incluir. Pueden darme consejos y sugerencias.

Objetivos. Conocer o recordar las propiedades principales de la función sen y dibujar su gráfica.

Requisitos. Ángulos en la circunferencia unitaria, definición de las funciones trigonométricas mediante la circunferencia unitaria, identidad pitagórica.

1. Recuerde la definición geométrica de la función sen.

2. Recuerde la identidad pitagórica:

$$\cos^2(x) + \operatorname{sen}^2(x) = \underbrace{\qquad}_{?}$$

3. Demuestre que

$$\big|\operatorname{sen}(x)\big| \le 1 \qquad \forall x \in \mathbb{R}.$$

4. Demuestre que sen es una función periódica y 2π es uno de sus períodos.

5. Encuentre todos los puntos $x \in \mathbb{R}$ tales que $\operatorname{sen}(x) = 1$.

6. Encuentre todos los puntos $x \in \mathbb{R}$ tales que $\operatorname{sen}(x) = -1$.

7. Demuestre que 2π es el período mínimo de la función sen.

8. Demuestre que sen es una función impar.

9. Resuelva la ecuación $\operatorname{sen}(x) = 0$.

10. Encuentre todos los puntos $x \in [-\pi, \pi]$ tales que $\operatorname{sen}(x) > 0$.

11. Encuentre todos los puntos $x \in [-\pi, \pi]$ tales que $\operatorname{sen}(x) < 0$.

12. Encuentre la solución general de la desigualdad $\operatorname{sen}(x) > 0$.

13. Encuentre la solución general de la desigualdad $\operatorname{sen}(x) < 0$.

14. Recuerde la fórmula:

$$\operatorname{sen}(\beta) - \operatorname{sen}(\alpha) =$$

15. Demuestre que sen crece estrictamente en el intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

16. Demuestre que sen crece estrictamente en cada uno de los intervalos $\left[-\frac{\pi}{2} + 2n\pi, \frac{\pi}{2} + 2n\pi\right]$ donde $n \in \mathbb{Z}$.

17. Demuestre que sen decrece estrictamente en el intervalo $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

18. Demuestre que sen decrece estrictamente en cada uno de los intervalos $\left[\frac{\pi}{2} + 2n\pi, \frac{3\pi}{2} + 2n\pi\right]$ donde $n \in \mathbb{Z}$.

19. ¿En qué puntos la función sen tiene máximos locales?

20. ¿En qué puntos la función sen tiene mínimos locales?

21. Se sabe que $\operatorname{sen}'(x) = \cos(x)$. Calcule $\operatorname{sen}'(x)$ en los puntos x donde $\operatorname{sen}(x) = 0$.

22. Calcule la pendiente de las rectas tangentes a la gráfica de la función sen en los puntos donde la gráfica cruza el eje de abscisas.

23. Dibuje un esbozo de la gráfica de la función sen.