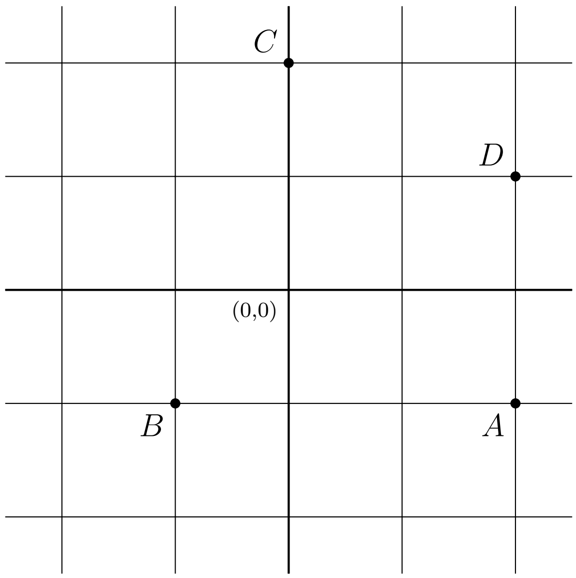
Ángulos múltiplos de $\frac{\pi}{2}$ (repaso)

1. Plano cartesiano. Encuentre las coordenadas de los puntos B, C y D.



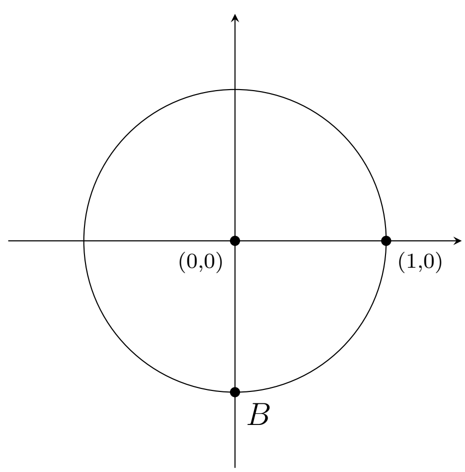
$A = (2, -1)$

$B =$

$C =$

$D =$

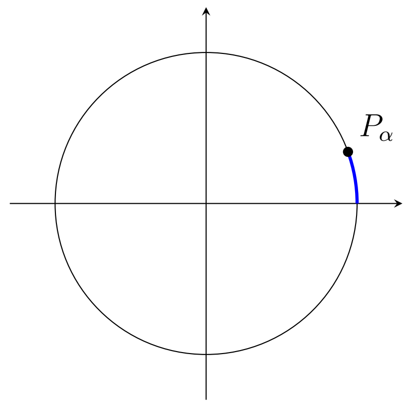
2. Circunferencia unitaria en el plano cartesiano. En el plano cartesiano consideremos la circunferencia de radio 1 con centro en el origen.



Ejercicios:

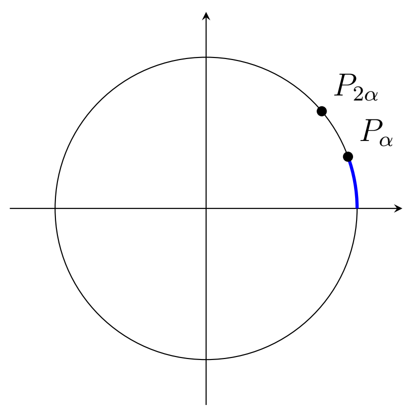
- Marque el punto $(0, 1)$.
- Marque el punto $(-1, 0)$.
- Encuentre las coordenadas del punto denotado por B.

3. Punto de la circunferencia unitaria asociado a un ángulo positivo. Dado un número $\alpha \geq 0$, denotemos por P_α al punto de la circunferencia unitaria que se obtiene del punto $(1, 0)$ después de moverse a lo largo de la circunferencia contra reloj, haciendo un arco de longitud α.

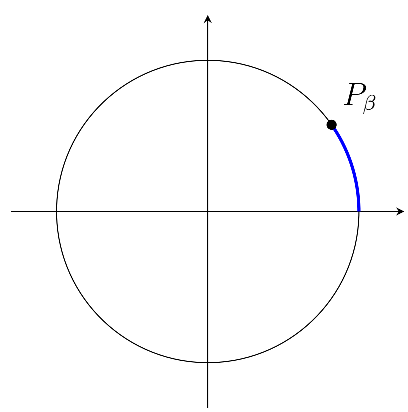


Se dice que el punto P_α corresponde al ángulo α, donde el ángulo se mide en radianes.

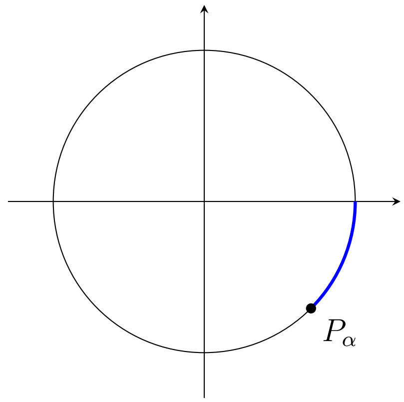
4. Ejercicio. En el siguiente dibujo encuentre los puntos $P_{3\alpha}$, $P_{4\alpha}$ y $P_{5\alpha}$.



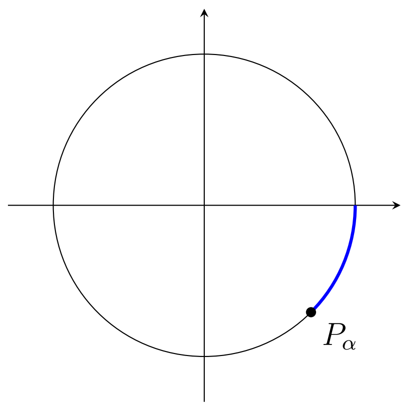
5. Ejercicio. En el siguiente dibujo encuentre los puntos $P_{2\beta}$ y $P_{3\beta}$.



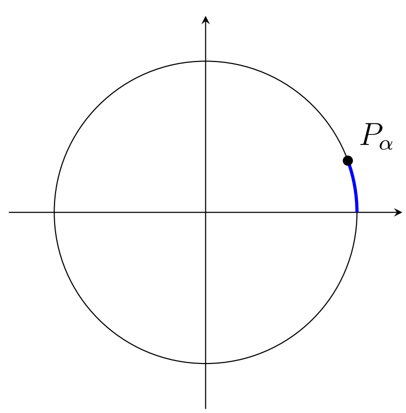
6. Punto de la circunferencia unitaria asociado a un ángulo negativo. Para $\alpha < 0$, hay que moverse en el sentido de reloj y hacer un arco de longitud $|\alpha|$.



7. Ejercicio. En el siguiente dibujo marcar los puntos $P_{2\alpha}$ y $P_{3\alpha}$.



8. Ejercicio. En la circunferencia está marcado el punto P_γ.
Marcar los puntos $P_{2\gamma}$, $P_{3\gamma}$, $P_{-\gamma}$, $P_{-2\gamma}$.

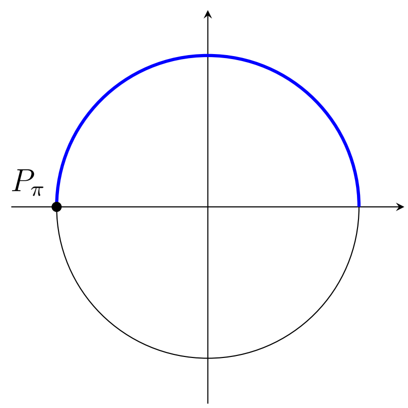


9. El ángulo π corresponde a la semicircunferencia. La longitud de la semicircunferencia unitaria es un número irracional denotado por π. Se sabe que

$$\pi \approx 3.1415926.$$

En otras palabras, el número π está definido de tal manera que el punto asociado al arco de longitud π es el extremo izquierdo de la circunferencia:

$$P_\pi = (-1, 0).$$



10. Ángulos 2π, -2π y 0. El punto P_0 corresponde al arco de longitud 0 que empieza desde $(1, 0)$, así que

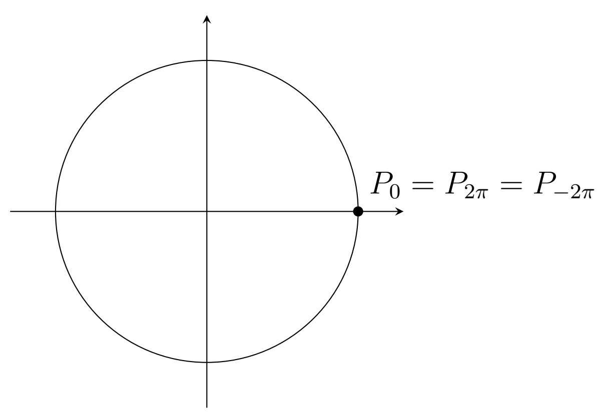
$$P_0 = (1, 0).$$

Al hacer un arco de longitud 2π a partir del punto $(1, 0)$, en realidad hacemos una vuelta completa contra reloj y regresamos al punto inicial $(1, 0)$:

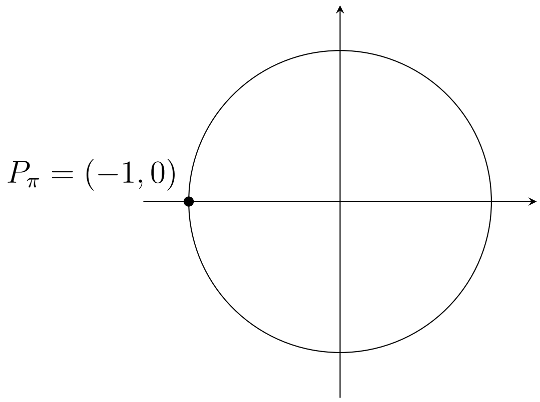
$$P_{2\pi} = (1, 0).$$

Al hacer una vuelta completa en el sentido de reloj también regresamos al punto inicial:

$$P_{-2\pi} = (1, 0).$$

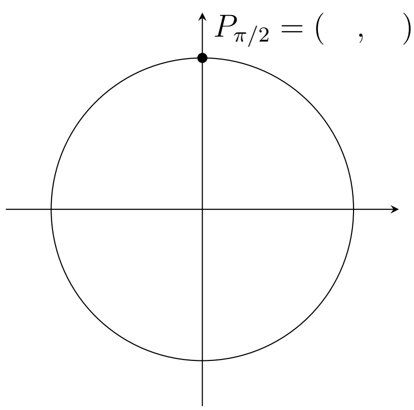


11. Definición geométrica de coseno y seno. Sea α un número real. El *coseno* de α se define como la abscisa del punto P_α y se denota por $\cos(\alpha)$. El *seno* de α se define como la ordenada del punto P_α y se denota por $\operatorname{sen}(\alpha)$. Ejemplo:



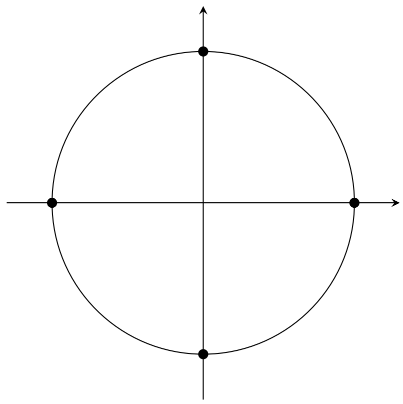
$$\cos(\pi) = -1,$$
$$\operatorname{sen}(\pi) = 0.$$

12. Ejercicio. Recuerde las coordenadas del punto $P_{\pi/2}$ y escriba los valores del coseno y seno de $\frac{\pi}{2}$:



$$\cos\frac{\pi}{2} = \qquad ,$$
$$\operatorname{sen}\frac{\pi}{2} = \qquad .$$

13. Cosenos y senos de los ángulos $\boldsymbol{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2}$. Indique en la circunferencia los puntos asociados a los ángulos mencionados y escriba sus cosenos y senos.



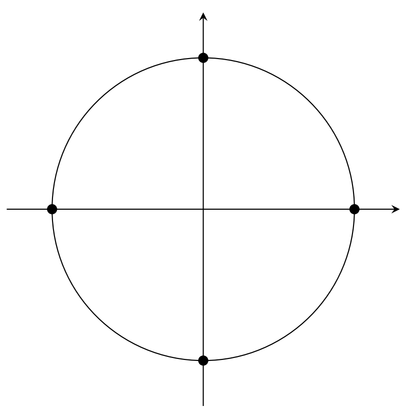
$$\cos(0) = \qquad \operatorname{sen}(0) =$$

$$\cos\frac{\pi}{2} = \qquad \operatorname{sen}\frac{\pi}{2} =$$

$$\cos(\pi) = \qquad \operatorname{sen}(\pi) =$$

$$\cos\frac{3\pi}{2} = \qquad \operatorname{sen}\frac{3\pi}{2} =$$

14. Ejercicios. Indique en la circunferencia los puntos asociados a los siguientes ángulos y escriba sus cosenos y senos.



$$\cos(-\pi) = \qquad \operatorname{sen}(-\pi) =$$

$$\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = \qquad \operatorname{sen}\left(-\frac{3\pi}{2}\right) =$$

$$\cos(5\pi) = \qquad \operatorname{sen}(5\pi) =$$

$$\cos(6\pi) = \qquad \operatorname{sen}(6\pi) =$$