



Álgebra III. Tarea 3. Variante α .

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 28, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 6, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -18, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 0, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -6, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 10. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 5 \\ 2 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - 4x_2^2 - 11x_3^2 - 4x_1x_2 - 6x_1x_3 - 12x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 17x_2^2 + x_3^2 + 12x_1x_2 - 4x_1x_3 - 16x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante β .

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -3, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 1, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 0, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -19, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -7, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -20. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -6 \\ -3 & -4 & -3 \\ -6 & -3 & -22 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_2^2 + 12x_3^2 + 6x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_2^2 - 9x_3^2 + 8x_1x_2 + 16x_1x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 1 CMJJ.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 23, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 20, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 17, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -13, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -4, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 5. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 3 & 9 & 22 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 14x_2^2 + 12x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 11x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 2x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 2 CME.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -11, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 18, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 1, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 9, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -18, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -15. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -7 & -5 \\ -2 & -5 & -32 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 28x_2^2 + 13x_3^2 + 18x_1x_2 + 12x_1x_3 + 38x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 3 CPMF.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 17, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -11, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 4, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 1, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -3, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -4. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -6 \\ 3 & 5 & -4 \\ -6 & -4 & 15 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 10x_2^2 - 20x_3^2 - 8x_1x_2 + 12x_1x_3 + 20x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_2^2 - 11x_3^2 - 6x_1x_2 - 6x_1x_3 - 10x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 4 CAE.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -24, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 7, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 11, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 0, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -5, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -17. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 3 & -11 & 1 \\ -1 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 8x_2^2 + 9x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 + 16x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 4x_1x_2 - 6x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 5 CMR.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 23, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 2, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -3, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -9, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 22, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 29. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 \\ -4 & 9 & -11 \\ 6 & -11 & 19 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 9x_2^2 - 5x_3^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 6x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 6 DEK.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (b_1, b_2, b_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(b_1 + b_2) &= 18, & q(b_1 + b_3) &= 16, & q(b_2 + b_3) &= -16, \\ q(b_1 - b_2) &= -6, & q(b_1 - b_3) &= -12, & q(b_2 - b_3) &= 12. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -6 \\ -6 & -13 & -9 \\ -6 & -9 & -21 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(x)$ cuando $x \neq 0$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = 3x_2^2 - 33x_3^2 + 12x_1x_2 - 12x_1x_3 + 30x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = x_1^2 + 6x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 12x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 7 DFEE.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 20, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 17, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -13, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -8, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -15, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 11. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 12 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1x_2 + 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 13x_2^2 - 6x_3^2 - 12x_1x_2 + 6x_1x_3 + 10x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 8 GPDA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 12, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 11, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 15, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -12, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -25, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -17. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -9 & -3 \\ -9 & -27 & -9 \\ -3 & -9 & -5 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 17x_2^2 + 7x_3^2 + 12x_1x_2 + 8x_1x_3 + 28x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 21x_2^2 + 7x_3^2 - 12x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 9 GLL.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 15, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 7, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 10, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 3, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -1, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -18. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 12 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_2^2 + 21x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 + 20x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - 3x_2^2 - 13x_3^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_3 - 2x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 10 GDKA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 7, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -12, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -5, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 3, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 8, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -13. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 4x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 29x_3^2 + 6x_1x_2 - 18x_1x_3 - 16x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 11 GPYU.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -16, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 17, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 5, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 12, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -11, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -27. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 9 \\ 2 & 9 & 3 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - 3x_2^2 - 20x_3^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_3 - 14x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 4x_2^2 + 7x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 12 HBLM.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 12, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -11, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 5, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -20, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 13, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 1. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 1 & -6 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 3x_2^2 + 13x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - 3x_2^2 - 12x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 13 HLP.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (b_1, b_2, b_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(b_1 + b_2) &= -8, & q(b_1 + b_3) &= 6, & q(b_2 + b_3) &= 4, \\ q(b_1 - b_2) &= 8, & q(b_1 - b_3) &= -30, & q(b_2 - b_3) &= -16. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(x)$ cuando $x \neq 0$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = -2x_1^2 - 19x_2^2 - 11x_3^2 - 12x_1x_2 - 8x_1x_3 - 22x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = x_1^2 + 9x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 - 6x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 14 LRE.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 3, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 25, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 0, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -5, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 1, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 4. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 6x_2^2 + 22x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 27x_2^2 - 14x_3^2 - 18x_1x_2 - 12x_1x_3 - 36x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 15 LSMR.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 15, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -10, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 11, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -17, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 22, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -9. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -8 \\ 4 & 2 & 4 \\ -8 & 4 & -24 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 29x_2^2 - 6x_3^2 - 18x_1x_2 - 6x_1x_3 - 14x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_2^2 + 11x_3^2 + 8x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 16 LCJ.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (b_1, b_2, b_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(b_1 + b_2) &= 8, & q(b_1 + b_3) &= -3, & q(b_2 + b_3) &= -7, \\ q(b_1 - b_2) &= -8, & q(b_1 - b_3) &= -27, & q(b_2 - b_3) &= 9. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(x)$ cuando $x \neq 0$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 36x_3^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 26x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = -x_2^2 - 7x_3^2 - 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 17 MOA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 16, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 18, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 8, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -12, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -18, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 4. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 2 \\ 6 & 21 & 12 \\ 2 & 12 & 16 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - x_2^2 - 5x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 10x_2^2 + 21x_3^2 + 12x_1x_2 + 18x_1x_3 + 28x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 18 MRA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 14, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -24, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 12, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -18, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 0, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -4. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 6 \\ -2 & -3 & 5 \\ 6 & 5 & -21 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_2^2 + 4x_3^2 - 6x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_2^2 + 33x_3^2 - 6x_1x_2 - 12x_1x_3 + 14x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 19 NHOF.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 17, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 31, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 10, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 5, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -1, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 6. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 11 & -1 \\ 1 & -1 & 11 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_2^2 - 10x_3^2 - 6x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 8x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 20 RCCE.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 12, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 2, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 16, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 0, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 22, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 0. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -9 \\ -6 & -14 & -16 \\ -9 & -16 & -30 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 20x_2^2 + 4x_3^2 + 12x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 21 RCGA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (b_1, b_2, b_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(b_1 + b_2) &= 6, & q(b_1 + b_3) &= -3, & q(b_2 + b_3) &= -21, \\ q(b_1 - b_2) &= -10, & q(b_1 - b_3) &= -23, & q(b_2 - b_3) &= 7. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 9 \\ 3 & 5 & 11 \\ 9 & 11 & 31 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(x)$ cuando $x \neq 0$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = -x_1^2 - 6x_2^2 - 17x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = 2x_1^2 + 38x_2^2 + 12x_1x_2 + 12x_1x_3 + 40x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 22 RBH.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -13, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 10, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 19, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -17, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -14, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -17. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -3 \\ -1 & -4 & 0 \\ -3 & 0 & -14 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 8x_2^2 + 3x_3^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 6x_1x_2 + 2x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 23 RMA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 11, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -5, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -16, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -9, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -9, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -4. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 6 & 20 & 14 \\ 4 & 14 & 10 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 3x_2^2 - 10x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 6x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 24 RRVJ.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 19, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 6, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -19, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -13, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -6, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 17. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 4 \\ -4 & -11 & 5 \\ 4 & 5 & -11 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 10x_2^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 12x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 25x_3^2 + 4x_1x_2 + 12x_1x_3 + 16x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 25 RZCR.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (b_1, b_2, b_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(b_1 + b_2) &= 1, & q(b_1 + b_3) &= 8, & q(b_2 + b_3) &= -21, \\ q(b_1 - b_2) &= -23, & q(b_1 - b_3) &= -12, & q(b_2 - b_3) &= 11. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 4 & 8 & -12 \\ -6 & -12 & 21 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(x)$ cuando $x \neq 0$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = 6x_1x_2 + 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = -x_1^2 - 6x_2^2 - 9x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 26 STE.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 24, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 12, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -4, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -12, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -20, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -8. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -4 \\ 4 & -8 & 8 \\ -4 & 8 & -9 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 - 6x_1x_2 + 12x_1x_3 - 24x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 11x_2^2 + 23x_3^2 + 8x_1x_2 + 12x_1x_3 + 18x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 27 TLLB.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 7, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -3, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 4, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -21, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -15, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -32. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 6 & 13 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 - 37x_2^2 - 8x_1x_2 - 16x_1x_3 - 16x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - 3x_2^2 - 8x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 28 TMOI.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 15, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 1, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -10, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 11, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 21, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 26. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & -3 & -5 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - x_2^2 - 6x_3^2 + 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + 12x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 12x_2^2 + 17x_3^2 + 6x_1x_2 + 4x_1x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 29 TRD.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 11, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 2, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -13, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -21, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -14, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -21. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 7 \\ 3 & 7 & 4 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 29x_2^2 - 13x_3^2 - 18x_1x_2 - 6x_1x_3 - 10x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 12x_3^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 30 VMF.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 3, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -16, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -1, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -13, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 4, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -25. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -6 \\ -2 & 1 & 7 \\ -6 & 7 & 35 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 18x_3^2 - 6x_1x_2 + 12x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 9x_2^2 - 3x_3^2 - 8x_1x_2 - 4x_1x_3 - 10x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 31 AGJP.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -22, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 10, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 14, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 2, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -18, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -10. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 6 \\ -2 & 2 & -9 \\ 6 & -9 & 19 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 29x_2^2 - 7x_3^2 + 18x_1x_2 - 6x_1x_3 + 14x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 18x_2^2 + 3x_3^2 + 12x_1x_2 + 4x_1x_3 + 12x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 32 EJPA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 1, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -10, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 13, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -11, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 26, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -3. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 12x_2^2 + 17x_3^2 + 6x_1x_2 + 4x_1x_3 + 24x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 18x_2^2 - 10x_3^2 - 12x_1x_2 - 8x_1x_3 - 24x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 33 EHJ.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -8, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 15, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 9, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 8, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -13, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -15. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 9x_2^2 - 18x_3^2 - 8x_1x_2 + 8x_1x_3 + 10x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_2^2 + 28x_3^2 - 18x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 34 MAGA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 10, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 0, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -8, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 6, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -8, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 4. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 6x_2^2 + 8x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 35 MARA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 3, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 7, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 16, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -5, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -25, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -12. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 2 \\ 6 & 21 & 9 \\ 2 & 9 & 7 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 8x_2^2 - 4x_3^2 - 8x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3 + 18x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 36 ORV.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 3, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 16, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 5, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 15, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 4, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 25. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -2 & -7 & -1 \\ -2 & -1 & -9 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_2^2 + 11x_3^2 + 6x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_2^2 + 67x_3^2 - 8x_1x_2 - 24x_1x_3 + 28x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 37 RCAD.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 5, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -4, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 7, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -11, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 20, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -5. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & -4 \\ -3 & -4 & 13 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 3x_2^2 - 10x_3^2 - 6x_1x_2 - 12x_1x_3 - 8x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 38 RHS.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 9, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 6, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 3, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -27, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -18, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -17. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -6 & 0 \\ -1 & 0 & -5 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 21x_2^2 + 20x_3^2 - 12x_1x_2 + 8x_1x_3 - 12x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 39 SLLT.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 21, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -5, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 20, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -7, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -9, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -16. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 12 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 28x_2^2 - 16x_3^2 - 18x_1x_2 + 12x_1x_3 + 32x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_2^2 - 24x_3^2 - 6x_1x_2 - 12x_1x_3 - 18x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 40 TRI.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 7, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 12, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -11, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -21, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 0, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 1. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & -6 & 2 \\ -3 & 2 & -18 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 8x_2^2 + 3x_3^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1x_2 + 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 41 VFP.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -6, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 23, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 13, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 26, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -13, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -7. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -9 & 6 \\ -9 & 28 & -16 \\ 6 & -16 & 16 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 6x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 14x_2^2 - 23x_3^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3 - 24x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 42 VRS.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 8, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -1, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 7, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -28, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -9, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -21. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & -4 & -4 \\ 2 & -4 & -16 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_2^2 + 18x_3^2 - 12x_1x_2 - 36x_1x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 14x_2^2 + 30x_3^2 + 12x_1x_2 - 18x_1x_3 - 32x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 43 VOA.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -5, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 15, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -2, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 3, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -21, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -14. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -4 \\ 6 & 18 & -12 \\ -4 & -12 & 9 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -6x_1x_2 + 2x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 11x_2^2 - 16x_3^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 44 RGE.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 0, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 23, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 11, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 24, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -13, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -9. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -6 & 4 \\ -6 & -18 & 12 \\ 4 & 12 & -11 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 7x_2^2 + 9x_3^2 - 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 18x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 3x_2^2 + 20x_3^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 45 LBDE.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -14, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 3, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 5, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -10, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -17, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -7. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 - 9x_2^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 4x_2^2 - 13x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 12x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 46 AHV.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 17, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -12, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 27, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -7, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 20, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 7. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -6 \\ 0 & -6 & -19 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 27x_2^2 + 5x_3^2 + 18x_1x_2 - 6x_1x_3 - 26x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 6x_2^2 + 9x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 47 HCGV.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -2, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 17, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 11, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 26, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -15, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -5. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -9 \\ 3 & 1 & -13 \\ -9 & -13 & 20 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 5x_2^2 - 13x_3^2 + 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 7x_2^2 + 31x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 26x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 48 RHP.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (b_1, b_2, b_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(b_1 + b_2) &= 20, & q(b_1 + b_3) &= 4, & q(b_2 + b_3) &= 4, \\ q(b_1 - b_2) &= 0, & q(b_1 - b_3) &= 12, & q(b_2 - b_3) &= 28. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 3 \\ 9 & 3 & -10 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(x)$ cuando $x \neq 0$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = x_1^2 + 4x_2^2 + 13x_3^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(x) = -2x_1^2 - 21x_2^2 - 20x_3^2 + 12x_1x_2 - 8x_1x_3 + 12x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 49 DCV.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 7, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -2, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -17, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -5, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -6, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 15. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -2 \\ 6 & 18 & -7 \\ -2 & -7 & 1 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - 6x_2^2 - 14x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 8x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 8x_2^2 + 9x_3^2 - 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 16x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 50 RGJ.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= -11, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -2, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -17, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -15, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -10, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 15. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 9x_2^2 + 9x_3^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 12x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -3x_1^2 - 12x_2^2 - 29x_3^2 - 12x_1x_2 - 18x_1x_3 - 36x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 51 PGE.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 2, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 14, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 22, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= 30, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 10, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -2. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 \\ 4 & 2 & 16 \\ 8 & 16 & 56 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 20x_2^2 - 11x_3^2 - 12x_1x_2 - 4x_1x_3 - 20x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_2^2 + 6x_3^2 + 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 52 TAMG.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 16, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 13, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -9, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -4, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 9, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 27. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 4x_2^2 + 23x_3^2 + 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_2^2 - 9x_3^2 - 8x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 53 VHV.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 10, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 14, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 2, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -10, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 18, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -6. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \\ 4 & 7 & 20 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - x_2^2 - 6x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 16x_2^2 - 3x_3^2 + 12x_1x_2 + 4x_1x_3 + 20x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 54.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 18, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= -9, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 29, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -10, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= 15, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -7. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -6 & 2 \\ -6 & -20 & 2 \\ 2 & 2 & -11 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_2^2 - 9x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 10x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 55.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 5, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 4, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 15, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -23, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -8, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -5. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 6 & 19 & 14 \\ 4 & 14 & 14 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -2x_2^2 - 4x_3^2 + 4x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 27x_2^2 + 14x_3^2 + 18x_1x_2 - 12x_1x_3 - 40x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 56.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 18, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 23, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= -11, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -10, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -9, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= 13. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 3 \\ -6 & -14 & 2 \\ 3 & 2 & -12 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 7x_2^2 + 12x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 18x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 6x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 57.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 17, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 4, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 7, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -7, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -8, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -29. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = -x_1^2 - 7x_2^2 - 7x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_2^2 - 30x_3^2 + 8x_1x_2 - 24x_1x_3 + 4x_2x_3.$$



Álgebra III. Tarea 3. Variante 58.

Formas cuadráticas.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10 % de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 1 %.

Sea V un espacio vectorial real con una base $\mathcal{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ y sea $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Calcule la matriz $q_{\mathcal{B}}$ asociada a q respecto la base \mathcal{B} , si están dados los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2) &= 4, & q(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_3) &= 18, & q(\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3) &= 14, \\ q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) &= -20, & q(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_3) &= -2, & q(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3) &= -18. \end{aligned}$$

Ejercicio 2. 3 %.

La forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ está dada por su matriz asociada $A = q_{\mathcal{E}}$ respecto a la base canónica \mathcal{E} del espacio \mathbb{R}^3 :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -3 \\ -6 & -14 & -12 \\ -3 & -12 & -23 \end{bmatrix}.$$

- I. Usando el método matricial encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad.
- II. Usando el método de Lagrange encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $D = P^T A P$. Haga la comprobación de la última igualdad (si P y D no son las mismas que en el inciso I).
- III. Escriba el rango y los índices de inercia $r_+(q)$ y $r_-(q)$ de q . El par ordenado $(r_+(q), r_-(q))$ se llama la *signatura* de q . Determine qué valores (positivos, negativos, nulos) puede tomar $q(\mathbf{x})$ cuando $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$; esto es, determine cuál de los siguientes casos se cumple: $q > 0$, $q < 0$, $q \geq 0$, $q \leq 0$, $q \geq 0$, $q = 0$.

Ejercicio 3. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 12x_2^2 + 4x_3^2 - 12x_1x_2 + 6x_1x_3 - 12x_2x_3.$$

Ejercicio 4. 3 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente forma cuadrática $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$.

$$q(\mathbf{x}) = 2x_1x_2 + 6x_2x_3.$$