

Análisis Matemático IV
(elementos de análisis funcional)
Presentación introductoria

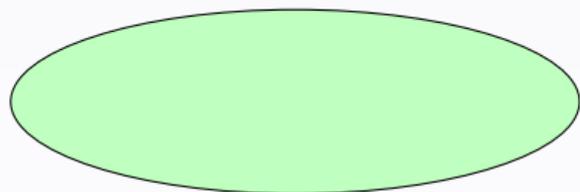
Egor Maximenko

<https://www.egormaximenko.com>

Instituto Politécnico Nacional (México)
Escuela Superior de Física y Matemáticas

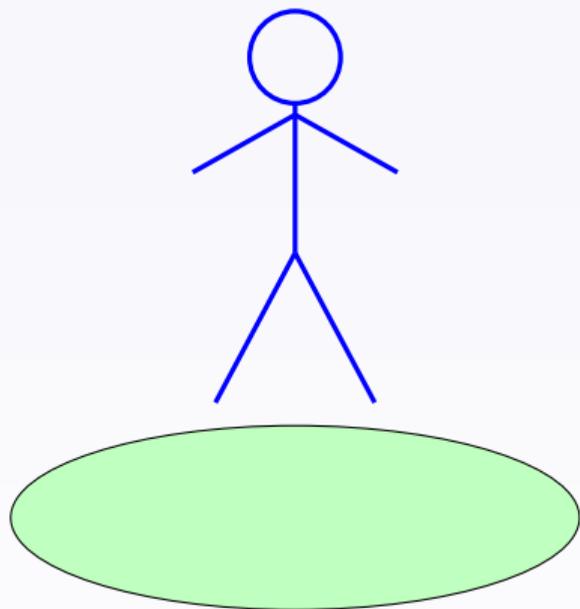
26 de junio de 2025

Objetos principales que se estudian en análisis funcional



espacios vectoriales topológicos
(especialmente, espacios normados)

Objetos principales que se estudian en análisis funcional



transformaciones lineales continuas

espacios vectoriales topológicos
(especialmente, espacios normados)

Algunas clases de espacios vectoriales topológicos

Consideramos espacios vectoriales sobre el campo \mathbb{C} o \mathbb{R} .

- Espacios con producto interno.
Si son completos, se llaman espacios de Hilbert.
- Espacios normados.
Si son completos, se llaman espacios de Banach.
- Espacios vectoriales con métrica invariante.
Si son completos, se llaman espacios de Fréchet.
- Espacios localmente convexos.
- Espacios vectoriales topológicos.

Estudio de operadores lineales (teoría de operadores)

Dado un operador lineal, se estudian sus características más importantes:

- la continuidad (¿es continuo o no?),
- la norma (calcular o al menos acotar),

- la invertibilidad (¿es invertible o no?),
- el espectro,

- ¿es compacto o no?
- ¿es de Fredholm o no?
- el espectro esencial.

Algunas áreas avanzadas de análisis funcional (o áreas cercanas)

- Espacios vectoriales localmente convexos.
- Teoría de distribuciones.
- Análisis armónico (análisis de Fourier).
- Espacios de Hilbert con núcleo reproductor.
- Operadores lineales compactos y la teoría de Fredholm.
- Álgebras de operadores.

Conexión de análisis funcional con otras áreas de matemáticas

Prerrequisitos:

- álgebra lineal,
- cálculo,
- teoría de espacios métricos,
- análisis real,
- análisis complejo,
- topología general.

Conexión de análisis funcional con otras áreas de matemáticas

Prerrequisitos:

- álgebra lineal,
- cálculo,
- teoría de espacios métricos,
- análisis real,
- análisis complejo,
- topología general.

Aplicaciones:

- análisis de ecuaciones diferenciales,
- varios modelos de mecánica cuántica,
- análisis de métodos numéricos,
- análisis de señales,
- teoría de procesos estocásticos,
- métodos de aprendizaje automático,
- geometría no conmutativa.

Temario tentativo de nuestro curso

- Espacios métricos acotados, totalmente acotados, compactos y separables.
- Espacios normados y espacios de Banach.
- Operadores lineales acotados en espacios de Banach.
- Espacios con producto interno.
- Espacios de Hilbert.
- Operadores lineales acotados en espacios de Hilbert.

Bibliografía

- Rudin, “Functional analysis”.
- Kreyszig, “Introductory functional analysis with applications”.
- Conway, “A course in functional analysis”.
- Yoshida, “Functional analysis”.
- Riesz, Sz-Nagy, “Functional analysis”.
- Katznelson, “An introduction to harmonic analysis”.
- Pinsky, “Introduction to harmonic analysis and wavelets”.

Calificación

- Dos exámenes parciales, 25 % cada uno.
- Tres tareas simples, 10 % cada una.
- Tarea grande de algún tema adicional, 15 %.
- Exposiciones en clase de temas del curso, 8 % cada una.
- Participaciones en el pizarrón, 0.7 % cada una.