

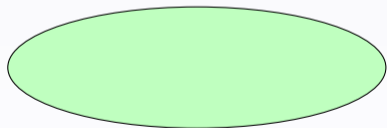
Análisis Matemático IV  
(elementos de análisis funcional)  
Presentación introductoria

Egor Maximenko,  
<http://www.egormaximenko.com>

Instituto Politécnico Nacional (México)  
Escuela Superior de Física y Matemáticas

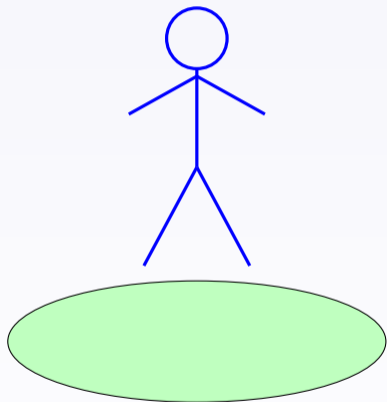
3 de febrero de 2022

## Objetos principales que se estudian en análisis funcional



espacios vectoriales topológicos  
(especialmente, espacios normados)

## Objetos principales que se estudian en análisis funcional



transformaciones lineales continuas

espacios vectoriales topológicos  
(especialmente, espacios normados)

## Algunas clases de espacios vectoriales topológicos

Consideramos espacios vectoriales sobre el campo  $\mathbb{C}$  o  $\mathbb{R}$ .

- Espacios con producto interno.  
Si son completos, se llaman espacios de Hilbert.
- Espacios normados.  
Si son completos, se llaman espacios de Banach.
- Espacios vectoriales con métrica invariante.  
Si son completos, se llaman espacios de Fréchet.
- Espacios localmente convexos.
- Espacios vectoriales topológicos.

## Estudio de operadores lineales (teoría de operadores)

Dado un operador lineal, se estudian sus características más importantes:

- la continuidad (¿es continuo o no?),
- la norma (calcular o al menos acotar),
- ¿es compacto o no?
- la invertibilidad (¿es invertible o no?),
- ¿es de Fredholm o no?
- el espectro,
- el espectro esencial.

## Algunas áreas avanzadas de análisis funcional (o áreas cercanas)

- Espacios vectoriales localmente convexos.
- Teoría de distribuciones.
- Análisis armónico (análisis de Fourier).
- Espacios de Hilbert con núcleo reproductor.
- Operadores lineales compactos y la teoría de Fredholm.
- Álgebras de operadores.

# Conexión de análisis funcional con otras áreas de matemáticas

Prerrequisitos:

- álgebra lineal,
- cálculo,
- teoría de espacios métricos,
- análisis real,
- análisis complejo,
- topología general.

# Conexión de análisis funcional con otras áreas de matemáticas

## Prerrequisitos:

- álgebra lineal,
- cálculo,
- teoría de espacios métricos,
- análisis real,
- análisis complejo,
- topología general.

## Aplicaciones:

- análisis de ecuaciones diferenciales,
- varios modelos de mecánica cuántica,
- análisis de métodos numéricos,
- análisis de señales,
- teoría de procesos estocásticos,
- métodos de aprendizaje automático,
- geometría no conmutativa.



## Temario tentativo de nuestro curso

- Espacios métricos acotados, totalmente acotados, compactos y separables.
- Espacios normados y espacios de Banach.
- Operadores lineales acotados en espacios de Banach.
- Espacios de Hilbert.
- Series de Fourier.
- Operadores lineales acotados en espacios de Hilbert.

## Bibliografía

- Rudin, “Functional analysis”.
- Kreyszig, “Introductory functional analysis with applications”.
- Conway, “A course in functional analysis”.
- Yoshida, “Functional analysis”.
- Riesz, Sz-Nagy, “Functional analysis”.
- Katznelson, “An introduction to harmonic analysis”.
- Pinsky, “Introduction to harmonic analysis and wavelets”.