

# Mayorante y minorante (cota superior y cota inferior)

**1. Definición (cota superior).** Sea  $A \subseteq \mathbb{R}$  y sea  $b \in \mathbb{R}$ . Se dice que  $b$  es una cota superior de  $A$  si

$$b \geq a \quad \forall a \in A.$$

**2. Ejemplo.** 7 es una cota superior del conjunto  $[-3, 4]$ .

**3. Ejemplo.** El conjunto  $\mathbb{Q}$  no tiene ninguna cota superior finita.

**4.** Escriba la definición de una cota inferior, dé ejemplos.

## Desigualdades y operaciones algebraicas

**5.** Sean  $a \in [-3, 5]$ ,  $b \in (1, 4)$ . ¿En qué intervalo está  $a + b$ ?

**6.** Sean  $a \in (5, 7]$ ,  $b \in [-3, 1]$ . ¿En qué intervalo está  $a - b$ ?

**7.** Sean  $a \in [2, 5]$ ,  $b \in [3, 4)$ . Obtenga una cota superior y una cota inferior para  $a/b$ .

**8.** Sea  $t \in (-1, 2)$ . Obtenga una cota superior y una cota inferior positiva para el cociente

$$\frac{5 + t + 2t^2}{2 + t}.$$

**9.** Sean  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $|a| \leq 5$ ,  $|b| \leq 2$ . Muestre que la suma  $a + b$  es *acotada y separada del cero*, esto es, encuentre números  $M > 0$  y  $m > 0$  tales que  $m \leq |a + b| \leq M$ .

**10.** Sea  $t \in \mathbb{R}$ ,  $|t| < \frac{1}{3}$ . Obtenga una cota superior y una cota inferior positiva para el cociente

$$\frac{2 - t + 3t^2}{1 - t}.$$