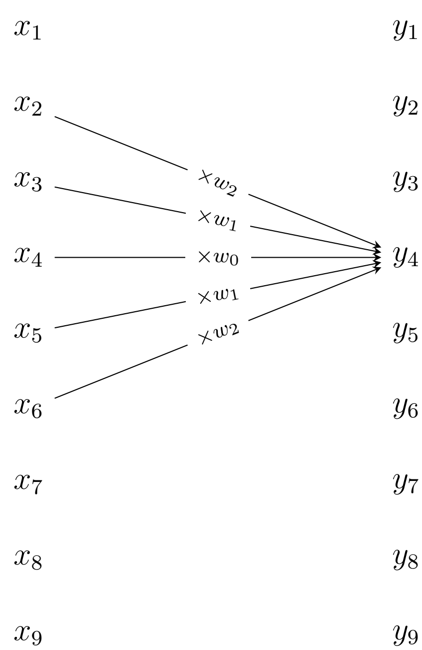
Matrices asociadas a filtros unidimensionales simétricos

Estos apuntes están escritos por ???, ???, ???, con ayuda de Egor Maximenko y Eduardo Said Merín Martínez.

Se recomienda leer sobre el procesamiento de señales o imágenes. Dado un vector $x \in \mathbb{R}^n$, se calcula el vector $y \in \mathbb{R}^n$ de tal manera que cada componente y_j del vector y es cierta suma ponderada de las componentes x_k de x, donde los pesos dependen solamente de $|j-k|$. Por ejemplo, si se toman en cuenta solamente dos vecinos por la izquierda y dos vecinos por la derecha, entonces

$$y_j = w_2 x_{j-2} + w_1 x_{j-1} + w_0 + w_1 x_{j+1} + w_2 x_{j+2}, \tag{1}$$

donde w_0, w_1, w_2 son algunos coeficientes fijos. En este caso y_4 se determina por los valores de x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, como muestra el siguiente esquema:



Se supone que la suma de los coeficientes en el lado derecho de (1) es igual a 1:

$$w_0 + 2w_1 + 2w_2 = 1.$$

Cerca de la fronteras la fórmula (1) necesita ciertos ajustes, porque originalmente las componentes x_k del vector x están definidas sólo para $k \in \{1, \ldots, n\}$. Por ejemplo, se puede elegir el convenio que $x_k = 0$ para $k \le 0$ y $x_k = 0$ para $k \ge n+1$.

Hay que escribir el vector y como Ax, donde A es una matriz $n \times n$. La matriz A se determina solamente por el orden n y por los pesos w_0, w_1, w_2.