

Programación: combinaciones lineales de vectores ortogonales

Objetivos. Aprender a trabajar con el producto punto y con combinaciones lineales de vectores ortogonales.

Requisitos. Operaciones con vectores (operaciones lineales y el producto punto), ciclos, ortogonalidad.

Producto punto, listas ortogonales de vectores

Los siguientes comandos están escritos en el lenguaje de Matlab y se pueden ejecutar en el sistema Matlab o en sus análogos (GNU Octave, Scilab, FreeMat).

1. Producto punto. Ejecute los siguientes comandos en el intérprete:

```
a = [3; -1; 4]
b = [2; 5; -3]
a'
a' * b
6 - 5 - 12
a' * a
norm(a) ^ 2
```

2. Vectores ortogonales y su matriz de Gram. Verifiquemos que los tres vectores dados son ortogonales calculando sus productos por pares. Además calculemos los cuadrados de sus normas. Luego formemos una matriz de los tres vectores (columnas) dados y calculemos su matriz de Gram. Aparte calculemos los cuadrados de las normas de estos vectores.

```
a = [3; 5; -1; -1]
b = [-3; 3; 5; 1]
c = [2; -1; 2; -1]
[a' * b, a' * c, b' * c]
[a' * a, b' * b, c' * c]
abc = [a, b, c]
G = abc' * abc
norm(abc, 'cols') .^ 2
```

Combinaciones lineales de vectores ortogonales no nulos

3. Coeficientes de una combinación lineal de vectores ortogonales. Formemos una combinación lineales de los tres vectores ortogonales dados en el ejercicio anterior y mostremos que los coeficientes de esta combinación lineal se pueden recuperar como ciertos cocientes de productos internos.

```
a = [3; 5; -1; -1]
b = [-3; 3; 5; 1]
c = [2; -1; 2; -1]
v = - 2 * a + 7 * b + 3 * c
la1 = (a' * v) / (a' * a)
la2 = (b' * v) / (b' * b)
la3 = (c' * v) / (c' * c)
abc = [a, b, c]
las = (abc' * v) ./ (norm(abc, 'cols') .^ 2)
abc * las
```

4. Identidad de Pitágoras–Parseval. Seguimos trabajando con los vectores a, b, c, v del ejercicio anterior y con los coeficientes calculados.

```
norm(la1 * a) ^ 2
la1 ^ 2 * (a' * a)
norm(la1 * a) ^ 2 + norm(la2 * b) ^ 2 + norm(la3 * c) ^ 2
la1 ^ 2 * (a' * a) + la2 ^ 2 * (b' * b) + la3 ^ 2 * (c' * c)
v' * v
```

5. Independencia lineal de vectores ortogonales no nulos. Seguimos trabajando con los mismos vectores a, b, c .

```
abc = [a b c]
rank(abc)
```