

Programación: normas en \mathbb{R}^n

Objetivos. Programar las funciones que calculen las normas $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ y $\|\cdot\|_\infty$ de los vectores del espacio \mathbb{R}^n .

Requisitos. Programación de funciones, ciclos `for`, entradas de vectores.

1. Problema: la norma euclidiana de un vector. En algún lenguaje de programación escribir una función que calcule la norma euclidiana del vector dado.

Entrada: $x \in \mathbb{R}^n$.

Salida: el número $\left(\sum_{j=1}^n x_j^2\right)^{1/2}$.

Solución en el lenguaje de MATLAB (guardar en el archivo `norm2.m`):

```
function r = norm2(x),
    n = length(a);
    s = 0;
    for j = 1 : n,
        s = s + x(j) ^ 2;
    end
    r = sqrt(s);
end
```

2. Cálculo de la norma $\|\cdot\|_1$ de un vector. En algún lenguaje de programación escribir una función que calcule la norma $\|x\|_1$ del vector dado $x \in \mathbb{R}^n$.

$$\|x\|_1 = \sum_{j=1}^n |x_j|.$$

3. Cálculo de la norma $\|\cdot\|_\infty$ de un vector. En algún lenguaje de programación escribir una función que calcule la norma $\|x\|_\infty$ del vector dado $x \in \mathbb{R}^n$.

$$\|x\|_\infty = \max_{1 \leq j \leq n} |x_j|.$$

4. Pruebas con vectores pequeños.

```
function [] = test1norm(),
    x = [3; -4; 1];
    display([norm1(x), norm2(x), norminf(x)]);
    display([norm(x, 1), norm(x), norm(x, inf)]);
end
```

5. Pruebas con vectores grandes aleatorios.

```
function [] = test2norm(),
    for n = [100000, 1000000, 10000000],
        display(n);
        a = randn(n, 1);
        t1 = cputime();
        r = norm2(a);
        t2 = cputime();
        display(t2 - t1);
    end
end
```

¿Cómo se cambia el tiempo de ejecución al multiplicar n por 10? Hacer pruebas similares de las funciones de los Ejercicios 2 y 3.

6. Comparación de las normas. Escribir un programa que genere varios vectores aleatorios $a \in \mathbb{R}^9$ y para cada vector a calcule y muestre los siguientes cocientes:

$$\frac{\|a\|_2}{\|a\|_\infty}, \quad \frac{\|a\|_1}{\|a\|_2}, \quad \frac{\|a\|_1}{\|a\|_\infty}.$$

Observar los resultados, proponer conjeturas y demostrarlas.