

Programación: matriz de valores de monomios trigonométricos

Objetivos. Programar una función que construya la matriz $n \times (2d + 1)$ cuyo j -ésimo renglón sea

$$1, \cos(x_j), \dots, \cos(dx_j), \sin(x_j), \dots, \sin(dx_j).$$

Aplicar esta matriz para calcular los valores de polinomios trigonométricos en puntos dados.

1. Ejemplos 3×5 . Consideremos la función

$$f(t) = c_1 + c_2 \cos(t) + c_3 \cos(2t) + c_4 \sin(t) + c_5 \sin(2t).$$

Sea x_1, x_2, x_3 algunos puntos. Entonces

$$\begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ f(x_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 \cos(x_1) + c_3 \cos(2x_1) + c_4 \sin(x_1) + c_5 \sin(2x_1) \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \cos(x_1) & & & \\ \hline & & & & \\ \hline & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{bmatrix}.$$

Denotemos por $T_2(x_1, x_2, x_3)$ la matriz que aparece en la última expresión.

2. Algunos comandos útiles del lenguaje Matlab. Ejecute uno por uno los siguientes comandos y explique su sentido:

```
ones(3, 1)
M = [pi / 6, pi / 3, pi / 2; 0, pi / 4, pi]
cos(M)
sin(M)
x = [11; 12; 13]
x * [2, 3]
1 : 5
```

3. Ideas para construir la matriz $T_d(x_1, \dots, x_n)$ en el lenguaje Matlab. En el ejemplo anterior, pongamos

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & 2x_1 \\ x_2 & 2x_2 \\ x_3 & 2x_3 \end{bmatrix}.$$

La matriz X se puede construir como el producto diádico

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

En el lenguaje Matlab,

```
X = x * ???;
```

Escriba las matrices 1_3 , $\cos(X)$ y $\sin(X)$, donde se supone que las funciones trigonométricas \cos y \sin se aplican a cada entrada:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \cos(x_1) & \cos(2x_2) \\ \cos(x_2) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

Se ve que la matriz $T_2(x_1, x_2, x_3)$ se obtiene al juntar estas tres matrices.

4. Problema. Escribir una función que construya la matriz $T_d(x_1, \dots, x_n)$, si está dado el vector x y el número d .

```
function [T] = trigmonvalues(x, d),
    n = length(x);
    X = x * ???;
    T1 = ones(???, ???);
    TC = cos(X);
    TS = ???;
    T = [T1, TC, TS];
end
```