

# Programación: matriz de Vandermonde

**Objetivos.** Programar una función que construya la matriz de Vandermonde. Aplicar esta matriz para calcular los valores de polinomios en puntos dados.

**1. Matriz de Vandermonde  $3 \times 4$ .** Sea  $f(t) = f_1 + f_2t + f_3t^2 + f_4t^3$  un polinomio y sean  $x_1, x_2, x_3$  algunos puntos. Entonces

$$\begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ f(x_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1x_1^0 + f_2x_1^1 + f_3x_1^2 + f_4x_1^3 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^0 & | & | & | \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}.$$

La matriz que aparece en la última expresión es la matriz de Vandermonde de 4 columnas generada por los puntos  $x_1, x_2, x_3$ . La denotamos por  $V_4(x_1, x_2, x_3)$ . En el lenguaje Matlab esta matriz se puede construir como

$$X \wedge P$$

donde

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_1 & x_1 & x_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}.$$

**2.** Sea  $f(t) = f_1 + f_2t + f_3t^2$  y sean  $x_1, x_2, x_3, x_4$ . Exprese el vector de los valores del polinomio  $f$  en los puntos  $x_1, x_2, x_3, x_4$  como el producto de la matriz de Vandermonde  $V_3(x_1, x_2, x_3, x_4)$  por el vector de los coeficientes del polinomio  $f$ :

$$\begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ f(x_3) \\ f(x_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}.$$

En el lenguaje Matlab la matriz de Vandermonde  $V_3(x_1, x_2, x_3, x_4)$  se puede construir como  $X \wedge P$ , donde

$$X = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \end{bmatrix}.$$

**3.** En el intérprete de Matlab o GNU Octave ejecutar los siguientes comandos:

```
repmat([5, 6, 7], 4, 1)
```

```
repmat([8; 9], 1, 4)
```

**4. Problema.** Escribir una función que construya la matriz  $V_m(x_1, \dots, x_n)$ . Los argumentos de la función son el número  $m$  y el vector columna  $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ .