Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante α.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 50 & 20 & 70 \\ 7 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 48 & 24 & 66 \\ 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 50 & 20 & 70 \\ 7 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 7 & 3 & 1 \\ 50 & 20 & 70 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 80 \\ -2 & 7 & 20 \\ 2 & 5 & 30 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 80 \\ -6 & 7 & 20 \\ 6 & 5 & 30 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -1 & 1 & 80 \\ -2 & 7 & 20 \\ 2 & 5 & 30 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 81 \\ -2 & 7 & 22 \\ 2 & 5 & 28 \end{bmatrix}.$$

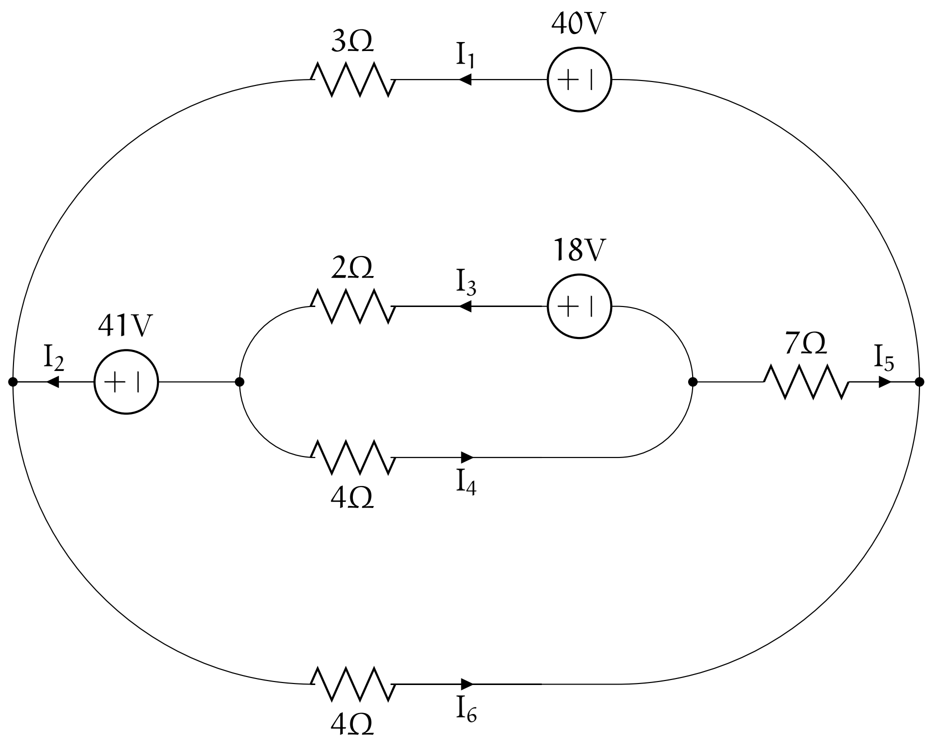
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & -6 & 1 \\ 6 & 6 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & -4 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & -6 & 1 \\ 6 & 6 & -2 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -9 & -2 & 5 & 7 \\ -6 & 8 & -7 & 9 \\ 4 & -1 & -8 & 2 \\ 3 & -4 & -3 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & -6 & 7 & 9 \\ -5 & -7 & 1 & -8 \\ -1 & -4 & -9 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 9 & 7 & -1 & 8 \\ -9 & 4 & 6 & -8 \\ -3 & -6 & 5 & 3 \\ 0 & -2 & -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 5 & 3 \\ 0 & -2 & -5 & 2 \\ -9 & 4 & 6 & -8 \\ 9 & 7 & -1 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 & -2 & 9 \\ 2 & -7 & -4 & -1 \\ 7 & 5 & -6 & -5 \\ 1 & -8 & 6 & 0 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -3 & 9 & 4 & -2 \\ -7 & -1 & 2 & -4 \\ 5 & -5 & 7 & -6 \\ -8 & 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 & -5 \\ 3 & -1 & -2 & 3 \\ 15 & 5 & 0 & 10 \\ 9 & 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 & -5 \\ 3 & -1 & -2 & 3 \\ 15 & 5 & 0 & 10 \\ 9 & 2 & 4 & 7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 6 & 6 & -3 & 5 & -2 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & 7 & 5 & 7 \\ 0 & -4 & 2 & -8 & -5 & 0 \\ 0 & -7 & 8 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & -5 & 3 & 1 & -3 & -7 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante β.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 40 & 30 & 20 \\ 4 & 1 & 6 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43 & 24 & 26 \\ 4 & 1 & 6 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 40 & 30 & 20 \\ 4 & 1 & 6 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 6 \\ 40 & 30 & 20 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 1 & 80 \\ -8 & 2 & 20 \\ 5 & -1 & 70 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 81 \\ -8 & 2 & 22 \\ 5 & -1 & 69 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 8 & 1 & 80 \\ -8 & 2 & 20 \\ 5 & -1 & 70 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 24 & 1 & 80 \\ -24 & 2 & 20 \\ 15 & -1 & 70 \end{bmatrix}.$$

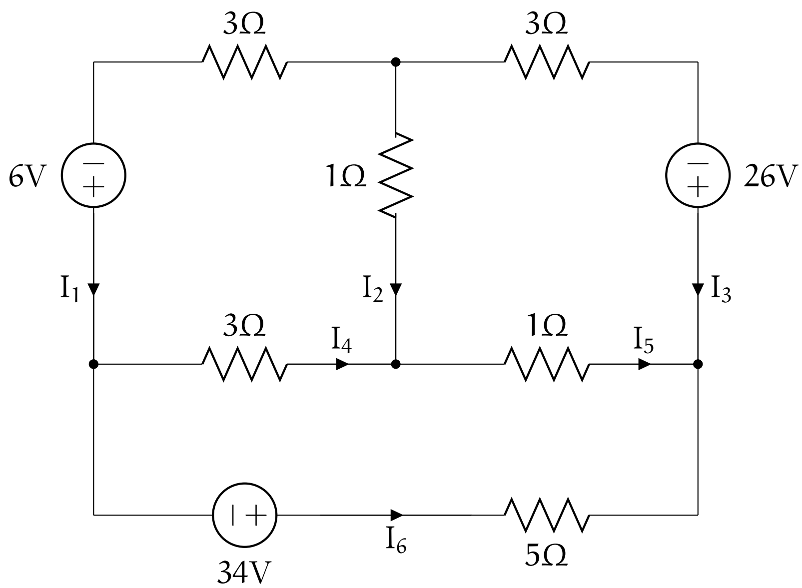
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 4 \\ 3 & -4 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 4 \\ 3 & -4 & -1 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -6 & -2 \\ 1 & 6 & 7 & 9 \\ -7 & 4 & 5 & 3 \\ -9 & -4 & 8 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 9 & -9 & -5 \\ -3 & -4 & 2 & 5 \\ -7 & 7 & 3 & -1 \\ -8 & -6 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 5 & 8 & 6 & -1 \\ 9 & -6 & 4 & -9 \\ 3 & -4 & -8 & -7 \\ 0 & 7 & -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -6 & 4 & -9 \\ 3 & -4 & -8 & -7 \\ 0 & 7 & -3 & 2 \\ 5 & 8 & 6 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -5 & -7 & -3 \\ 7 & 6 & 5 & -4 \\ -2 & -1 & -9 & 9 \\ 0 & -6 & 1 & -8 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 4 & -7 & -3 & -5 \\ 7 & 5 & -4 & 6 \\ -2 & -9 & 9 & -1 \\ 0 & 1 & -8 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & 8 & 10 \\ -4 & -3 & -10 & -15 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & 8 & 10 \\ -4 & -3 & -10 & -15 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -9 & 7 & 1 & 3 & -7 & -9 \\ 0 & -4 & -1 & 8 & 9 & -6 \\ 0 & -6 & -5 & -9 & -9 & -1 \\ 0 & -8 & 8 & 2 & -7 & 3 \\ 0 & 9 & 6 & 3 & 4 & -8 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 1 AMDM.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 20 & 50 & 70 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 20 & 50 & 70 \\ -6 & 6 & 3 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 20 & 50 & 70 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 26 & 44 & 67 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 70 \\ -2 & 3 & 20 \\ 2 & 6 & 80 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 70 & 4 \\ -2 & 20 & 3 \\ 2 & 80 & 6 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 1 & 4 & 70 \\ -2 & 3 & 20 \\ 2 & 6 & 80 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 72 \\ -2 & 3 & 16 \\ 2 & 6 & 84 \end{bmatrix}.$$

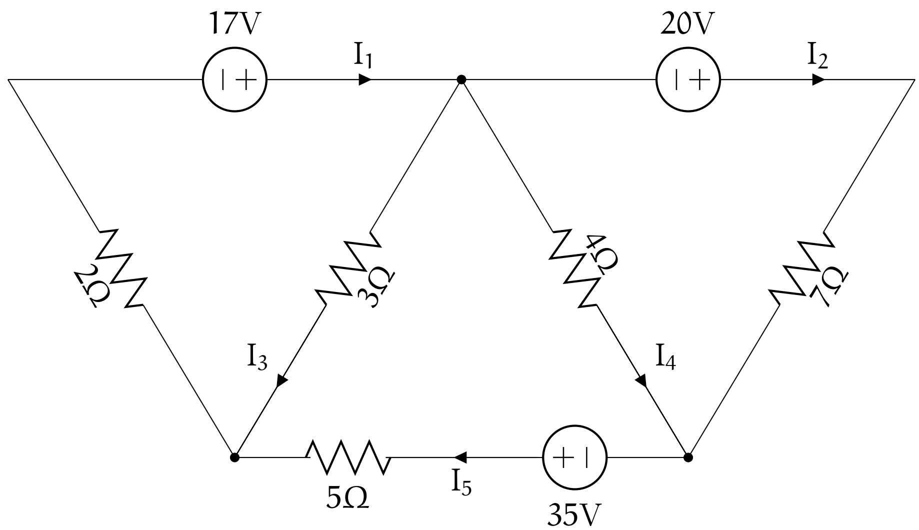
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 7 & -3 \\ 6 & 7 & 5 & 4 \\ 6 & -1 & 7 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 7 & -3 \\ 6 & 7 & 5 & 4 \\ 6 & -1 & 7 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 6 & -9 \\ -4 & 8 & 3 & 2 \\ 0 & -7 & -3 & 9 \\ 4 & 1 & -8 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -9 & -5 & -4 & 2 \\ -2 & 7 & 1 & 6 \\ -7 & -8 & -6 & -3 \\ 5 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -8 & -6 & 8 & 0 \\ -9 & -3 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & -5 & 9 \\ -4 & 1 & 7 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -3 & 4 & 5 \\ -4 & 1 & 7 & -7 \\ -8 & -6 & 8 & 0 \\ -1 & 2 & -5 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -6 & 5 & -3 & 8 \\ -1 & 4 & 7 & 6 \\ -9 & -2 & -4 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 8 & -6 \\ 7 & 4 & 6 & -1 \\ -4 & -2 & 9 & -9 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 5 & 5 \\ 2 & -4 & 0 & 5 \\ 6 & -12 & 3 & 10 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 5 & 5 \\ 2 & -4 & 0 & 5 \\ 6 & -12 & 3 & 10 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} 9 & -9 & 3 & 7 & -6 & 3 \\ 0 & 3 & -3 & -7 & -7 & -7 \\ 0 & 4 & -4 & 4 & -4 & -8 \\ 0 & 5 & -6 & -2 & 3 & 7 \\ 0 & 6 & -1 & 7 & -4 & 7 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 2 AMV.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 80 & 40 & 30 \\ 8 & 7 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 78 & 41 & 32 \\ 8 & 7 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 80 & 40 & 30 \\ 8 & 7 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80 & 40 & 30 \\ -2 & 1 & 2 \\ 8 & 7 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 40 \\ 6 & -1 & 70 \\ -7 & 2 & 60 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 38 \\ 6 & -1 & 72 \\ -7 & 2 & 56 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 5 & 1 & 40 \\ 6 & -1 & 70 \\ -7 & 2 & 60 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 40 \\ 6 & -2 & 70 \\ -7 & 4 & 60 \end{bmatrix}.$$

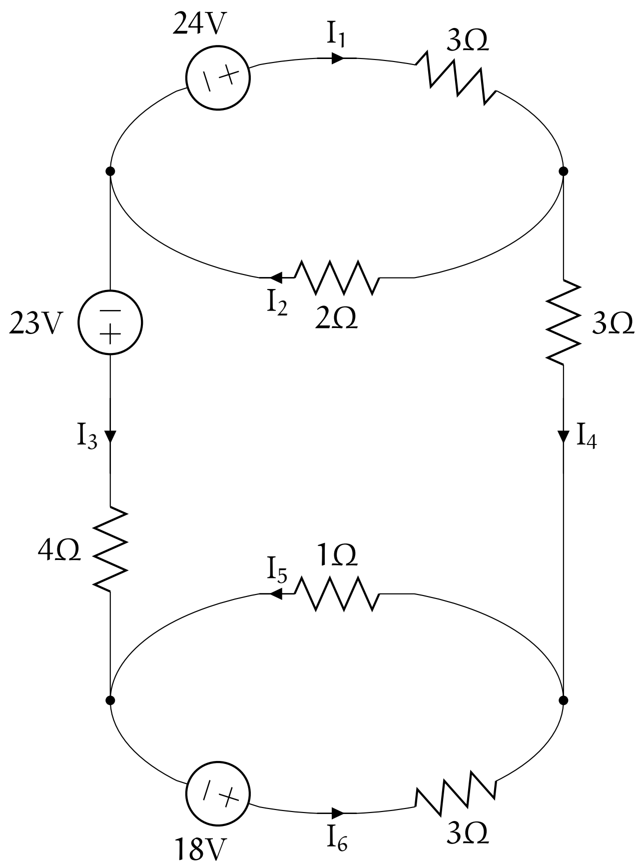
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y $\mathbf{A^{-1}}$ como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & -3 & 8 \\ 3 & 6 & 7 & -5 \\ 3 & 1 & -8 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & -3 & 8 \\ 3 & 6 & 7 & -5 \\ 3 & 1 & -8 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -8 & -6 & 0 & -5 \\ 9 & -4 & -9 & 8 \\ -3 & 3 & 6 & 2 \\ 4 & -2 & 7 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 9 & -8 & 2 \\ 5 & -4 & -3 & -2 \\ -6 & -9 & 8 & 4 \\ 6 & -5 & 7 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 9 & 8 & 2 & -3 \\ 6 & -4 & 7 & -1 \\ -7 & 4 & -9 & -6 \\ 3 & -5 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 4 & -9 & -6 \\ 6 & -4 & 7 & -1 \\ 3 & -5 & 1 & 5 \\ 9 & 8 & 2 & -3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 0 & 6 & 2 \\ 8 & 5 & -5 & -6 \\ 3 & -8 & -2 & 1 \\ -1 & 9 & 4 & -3 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 2 & -9 & 0 & 6 \\ -6 & 8 & 5 & -5 \\ 1 & 3 & -8 & -2 \\ -3 & -1 & 9 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 & -5 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 10 \\ -8 & 11 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 & -5 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 10 \\ -8 & 11 & 2 & 6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} 1 & -2 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 9 & 5 & 6 \\ 0 & -8 & -7 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 9 & 5 & -9 & 6 & 7 \\ 0 & -6 & 9 & 6 & 0 & 5 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 3 CHD.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 4 & 3 & -9 \\ 1 & 2 & -2 \\ 70 & 50 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -9 \\ 1 & 2 & -2 \\ 68 & 46 & 34 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 4 & 3 & -9 \\ 1 & 2 & -2 \\ 70 & 50 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & -9 & 27 \\ 1 & 2 & -2 \\ 70 & 50 & 30 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 20 & 2 \\ 6 & 70 & -1 \\ 7 & 60 & -2 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 8 & 22 & 2 \\ 6 & 69 & -1 \\ 7 & 58 & -2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 8 & 20 & 2 \\ 6 & 70 & -1 \\ 7 & 60 & -2 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 2 & 20 & 8 \\ -1 & 70 & 6 \\ -2 & 60 & 7 \end{bmatrix}.$$

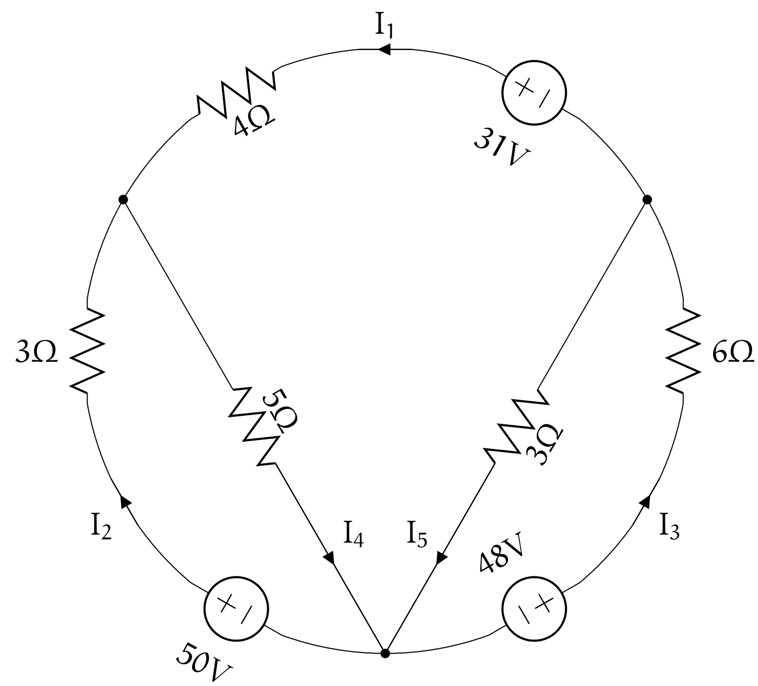
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 8 & 5 \\ 3 & 6 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 8 & 5 \\ 3 & 6 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -5 & -4 \\ -3 & 5 & -9 & 9 \\ -2 & 2 & -6 & 0 \\ 7 & -7 & -8 & 8 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 8 & -1 & -2 & -9 \\ -6 & -4 & 5 & -3 \\ 1 & 6 & -5 & 0 \\ 9 & -7 & 2 & -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 2 & -5 & 0 & -2 \\ 8 & -6 & 9 & -8 \\ 3 & 6 & 1 & 5 \\ -9 & -1 & 7 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -1 & 7 & -4 \\ 2 & -5 & 0 & -2 \\ 3 & 6 & 1 & 5 \\ 8 & -6 & 9 & -8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 7 & -7 \\ 6 & -8 & 5 & 2 \\ 1 & -6 & 3 & -5 \\ -4 & 4 & -9 & 8 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 0 & 7 & -7 & -1 \\ 6 & 5 & 2 & -8 \\ 1 & 3 & -5 & -6 \\ -4 & -9 & 8 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 4 & 5 \\ -4 & -2 & 4 & 1 \\ -4 & 8 & 12 & 14 \\ -8 & 1 & 9 & 12 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 4 & 5 \\ -4 & -2 & 4 & 1 \\ -4 & 8 & 12 & 14 \\ -8 & 1 & 9 & 12 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 0 & 5 & -6 & -3 & 9 & 8 \\ 0 & -6 & -4 & 7 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 2 & -3 & 2 & -7 \\ 0 & 8 & 4 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & 2 & -6 & 0 & -6 & -9 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 4 CBN.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 9 & 3 & 6 \\ 40 & 70 & 80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 27 & 9 & 18 \\ 40 & 70 & 80 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 9 & 3 & 6 \\ 40 & 70 & 80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 9 & 3 & 6 \\ 37 & 64 & 86 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 80 & 1 & -9 \\ 20 & -1 & 3 \\ 60 & 2 & 8 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 81 & 1 & -9 \\ 19 & -1 & 3 \\ 62 & 2 & 8 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 80 & 1 & -9 \\ 20 & -1 & 3 \\ 60 & 2 & 8 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 80 & -9 & 1 \\ 20 & 3 & -1 \\ 60 & 8 & 2 \end{bmatrix}.$$

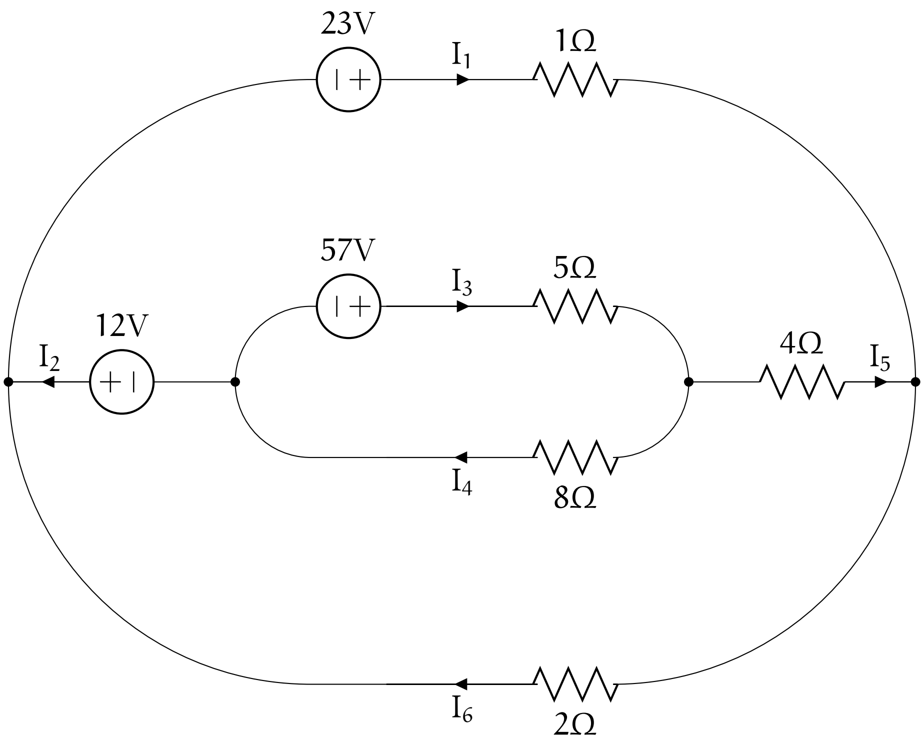
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y $\mathbf{A^{-1}}$ como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 7 & 4 & 2 \\ -4 & 2 & 8 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 & -1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 7 & 4 & 2 \\ -4 & 2 & 8 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 5 & -6 \\ -2 & -7 & -8 & 9 \\ -5 & 1 & -4 & -1 \\ 3 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -2 & -3 \\ -5 & -1 & -9 & 6 \\ 8 & -7 & -8 & 9 \\ -6 & 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -7 & 0 & -2 & 8 \\ -8 & -6 & -5 & -9 \\ 1 & 4 & 7 & 6 \\ 9 & 2 & -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -6 & -5 & -9 \\ 9 & 2 & -3 & 3 \\ 1 & 4 & 7 & 6 \\ -7 & 0 & -2 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 0 & -9 & 5 \\ -7 & -2 & -3 & 1 \\ 7 & -6 & 9 & -1 \\ 2 & 8 & 3 & -4 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -9 & -8 & 0 & 5 \\ -3 & -7 & -2 & 1 \\ 9 & 7 & -6 & -1 \\ 3 & 2 & 8 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 7 \\ 8 & 15 & 0 & 9 \\ -8 & -15 & 2 & -11 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 7 \\ 8 & 15 & 0 & 9 \\ -8 & -15 & 2 & -11 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -9 & -1 & -6 & 4 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 7 & 7 & -8 \\ 0 & 5 & -2 & -2 & 1 & -9 \\ 0 & 4 & 1 & -3 & 7 & -1 \\ 0 & -9 & -4 & -1 & -9 & 7 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 5 DLRGA.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 60 & 80 & 70 \\ 6 & 5 & 8 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & 80 & 70 \\ 18 & 15 & 24 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 60 & 80 & 70 \\ 6 & 5 & 8 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 59 & 82 & 71 \\ 6 & 5 & 8 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 60 & 5 \\ -2 & 50 & 8 \\ 2 & 30 & -9 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 58 & 5 \\ -2 & 54 & 8 \\ 2 & 26 & -9 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 1 & 60 & 5 \\ -2 & 50 & 8 \\ 2 & 30 & -9 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 60 & 1 & 5 \\ 50 & -2 & 8 \\ 30 & 2 & -9 \end{bmatrix}.$$

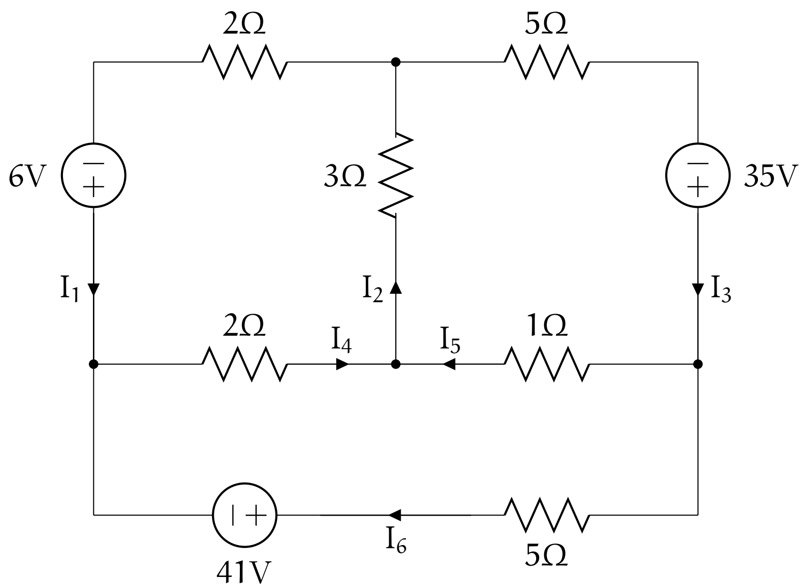
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 0 \\ 6 & 7 & -4 & 7 \\ 6 & 6 & -4 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 0 \\ 6 & 7 & -4 & 7 \\ 6 & 6 & -4 & 8 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & -2 & -5 \\ 0 & 9 & 5 & 8 \\ -6 & -1 & 6 & -4 \\ 1 & -3 & -8 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 9 & 5 & -3 & -4 \\ -9 & -7 & -1 & -2 \\ -8 & 3 & -6 & 0 \\ 6 & 4 & 8 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 6 & -4 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 7 & -3 \\ -9 & 5 & 1 & 4 \\ 9 & 2 & -5 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 5 & 1 & 4 \\ 6 & -4 & -2 & -1 \\ 9 & 2 & -5 & -8 \\ 0 & 3 & 7 & -3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -7 & -1 & 0 & -6 \\ 7 & 6 & 8 & 2 \\ -8 & -2 & -9 & -4 \\ 3 & -3 & -5 & 9 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -7 & -6 & -1 & 0 \\ 7 & 2 & 6 & 8 \\ -8 & -4 & -2 & -9 \\ 3 & 9 & -3 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & -4 \\ 5 & 3 & 2 & 2 \\ 15 & 3 & 2 & 11 \\ 10 & -3 & -1 & 13 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & -4 \\ 5 & 3 & 2 & 2 \\ 15 & 3 & 2 & 11 \\ 10 & -3 & -1 & 13 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -3 & -2 & 8 & 8 & -2 & -6 \\ 0 & -4 & 6 & 5 & 5 & 9 \\ 0 & 7 & 1 & 2 & -5 & 1 \\ 0 & -6 & 0 & -9 & -6 & 3 \\ 0 & -9 & -9 & -2 & 8 & 7 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 6 DOF.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -2 & 9 & 6 \\ 20 & 50 & 60 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 9 & 6 \\ 18 & 52 & 56 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} -2 & 9 & 6 \\ 20 & 50 & 60 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 9 & 6 \\ 20 & 50 & 60 \\ -4 & 4 & -8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 80 & 9 & -2 \\ 20 & 6 & 1 \\ 50 & -8 & 2 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 9 & 80 & -2 \\ 6 & 20 & 1 \\ -8 & 50 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 80 & 9 & -2 \\ 20 & 6 & 1 \\ 50 & -8 & 2 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 74 & 9 & -2 \\ 23 & 6 & 1 \\ 56 & -8 & 2 \end{bmatrix}.$$

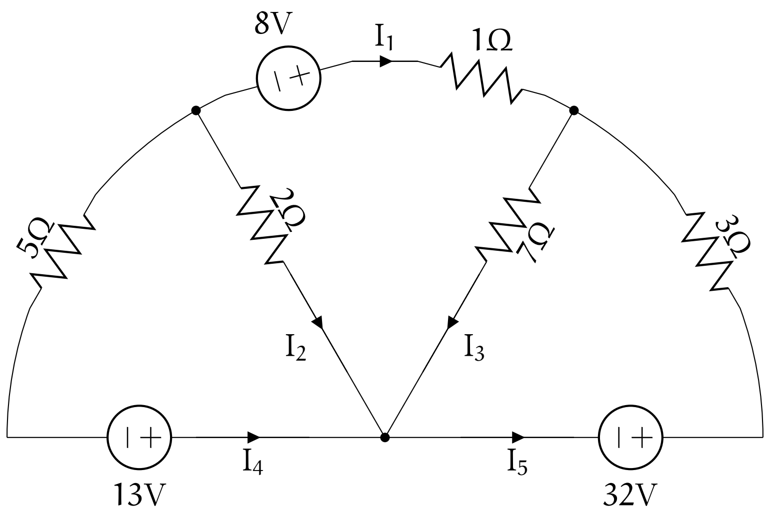
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -4 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 & 3 \\ 4 & 3 & -5 & 3 \\ 8 & 2 & -5 & 5 \\ 4 & 5 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 & 3 \\ 4 & 3 & -5 & 3 \\ 8 & 2 & -5 & 5 \\ 4 & 5 & 0 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 2 & -8 & -9 & -3 \\ 5 & 1 & 0 & -4 \\ -7 & 6 & 3 & 7 \\ 9 & -1 & -2 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & 8 & 6 & 3 \\ -5 & -1 & -3 & -6 \\ 4 & 1 & 9 & -9 \\ -2 & 7 & -4 & -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -5 & -8 & 4 & -3 \\ 9 & -2 & -1 & 1 \\ -6 & 3 & -7 & 5 \\ 8 & -4 & 0 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -2 & -1 & 1 \\ 8 & -4 & 0 & -9 \\ -5 & -8 & 4 & -3 \\ -6 & 3 & -7 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -6 & 5 & 9 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & -4 \\ -3 & -5 & -9 & 6 \\ -1 & -7 & 8 & 0 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 2 & 9 & -6 & 5 \\ -4 & 3 & -2 & 1 \\ 6 & -9 & -3 & -5 \\ 0 & 8 & -1 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & 4 & 4 \\ -4 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & -2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & 4 & 4 \\ -4 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & -2 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -1 & -4 & 0 & 5 & 3 & -9 \\ 0 & -1 & 7 & 3 & 3 & 8 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 7 & -1 \\ 0 & -7 & -7 & -5 & -4 & -5 \\ 0 & -9 & -7 & 5 & -4 & -9 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 7 FJVN.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 20 & 70 & 80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 9 & 4 & -4 \\ 20 & 70 & 80 \end{bmatrix}, \quad E_2 \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 20 & 70 & 80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 4 & -4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 21 & 69 & 82 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 40 & 6 \\ 2 & 80 & 5 \\ -1 & 20 & -7 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 38 & 6 \\ 2 & 76 & 5 \\ -1 & 22 & -7 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 40 & 6 \\ 2 & 80 & 5 \\ -1 & 20 & -7 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 1 & 40 & -12 \\ 2 & 80 & -10 \\ -1 & 20 & 14 \end{bmatrix}.$$

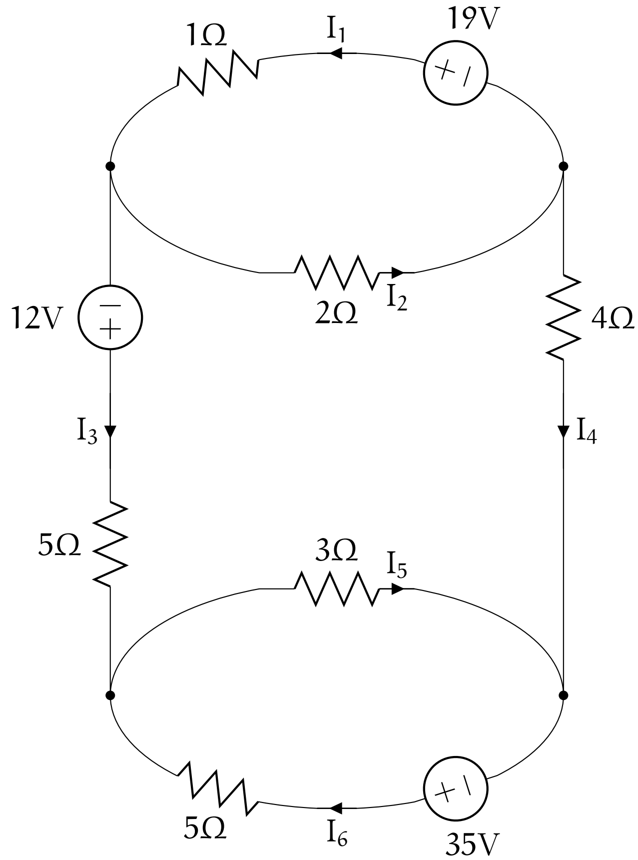
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 8 & 5 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 8 & 5 & 4 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & -8 \\ 9 & 7 & -2 & 1 \\ -7 & -1 & -3 & 8 \\ 6 & 3 & -5 & -9 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 9 & -8 & 3 \\ 8 & -5 & 1 & 2 \\ -6 & -9 & 6 & 4 \\ 0 & 7 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -5 & 6 & 8 & 7 \\ 2 & 9 & 0 & 4 \\ 1 & -3 & 3 & -8 \\ -6 & -4 & -7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 & -8 \\ -5 & 6 & 8 & 7 \\ 2 & 9 & 0 & 4 \\ -6 & -4 & -7 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 7 & -3 & -7 \\ 3 & -1 & -5 & 5 \\ -8 & 2 & 6 & -6 \\ -4 & 1 & 4 & -9 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -3 & -7 & 7 & -2 \\ -5 & 5 & -1 & 3 \\ 6 & -6 & 2 & -8 \\ 4 & -9 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & -1 & 5 \\ 1 & 7 & -2 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & -1 & 5 \\ 1 & 7 & -2 & 9 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} 1 & -9 & 5 & 8 & -1 & 9 \\ 0 & 4 & -7 & -8 & -9 & 4 \\ 0 & 7 & 0 & 2 & -5 & 6 \\ 0 & -5 & -2 & -5 & 1 & 3 \\ 0 & -8 & 7 & 5 & 9 & 0 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 8 FPVI.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 30 & 50 & 60 \\ -1 & 1 & 2 \\ -8 & 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 50 & 60 \\ -2 & 2 & 4 \\ -8 & 7 & 8 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 30 & 50 & 60 \\ -1 & 1 & 2 \\ -8 & 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 & 53 & 66 \\ -1 & 1 & 2 \\ -8 & 7 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 50 & 3 \\ -2 & 80 & 8 \\ -1 & 60 & 7 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 49 & 3 \\ -2 & 82 & 8 \\ -1 & 61 & 7 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 1 & 50 & 3 \\ -2 & 80 & 8 \\ -1 & 60 & 7 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 50 & 1 & 3 \\ 80 & -2 & 8 \\ 60 & -1 & 7 \end{bmatrix}.$$

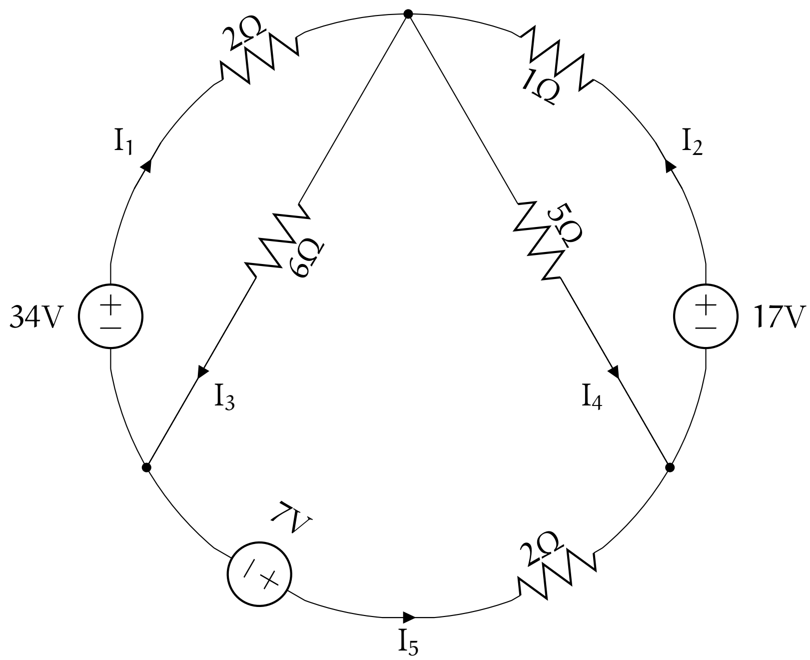
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 & 4 \\ -4 & 5 & 5 & 6 \\ -4 & 4 & 4 & 7 \\ 4 & -7 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 & 4 \\ -4 & 5 & 5 & 6 \\ -4 & 4 & 4 & 7 \\ 4 & -7 & 3 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 8 & -5 \\ -4 & -9 & 7 & 0 \\ -6 & -3 & 1 & -2 \\ 6 & 9 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 9 & 8 & 6 \\ 1 & -8 & -1 & 0 \\ -6 & 3 & -4 & 2 \\ -3 & 7 & -9 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -2 & 8 & 1 & -5 \\ -3 & 6 & -4 & 7 \\ 5 & -9 & 9 & 3 \\ -7 & -6 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -4 & 7 \\ 5 & -9 & 9 & 3 \\ -2 & 8 & 1 & -5 \\ -7 & -6 & 2 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 9 & -6 & -4 \\ 4 & 8 & -5 & 2 \\ -9 & -1 & 7 & -3 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -8 & -2 \\ 9 & -4 & 1 & -6 \\ 8 & 2 & 4 & -5 \\ -1 & -3 & -9 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 3 & -4 & 8 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 3 & -4 & 8 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} 6 & -4 & -2 & -7 & 7 & 1 \\ 0 & 2 & -5 & 8 & 5 & -6 \\ 0 & 3 & 3 & -3 & -9 & 5 \\ 0 & 6 & -5 & -4 & 5 & -2 \\ 0 & -7 & 1 & 6 & -1 & -8 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 9 FMHE.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 40 & 30 & 60 \\ 3 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38 & 26 & 62 \\ 3 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 40 & 30 & 60 \\ 3 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & 4 \\ 40 & 30 & 60 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 40 & 2 & 3 \\ 50 & 1 & 4 \\ 20 & -2 & 9 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 40 & 2 & -12 \\ 50 & 1 & -16 \\ 20 & -2 & -36 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 40 & 2 & 3 \\ 50 & 1 & 4 \\ 20 & -2 & 9 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 38 & 2 & 3 \\ 49 & 1 & 4 \\ 22 & -2 & 9 \end{bmatrix}.$$

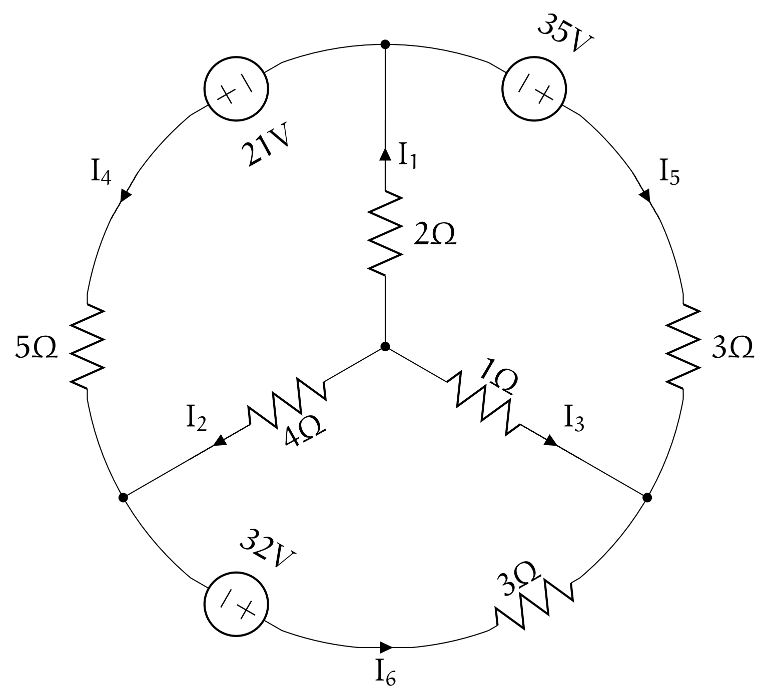
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & 3 \\ -3 & 4 & 8 & 8 \\ -4 & 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & 3 \\ -3 & 4 & 8 & 8 \\ -4 & 4 & 8 & 8 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -6 & -3 & 7 & 0 \\ 6 & 4 & 9 & -2 \\ -9 & -5 & -4 & 2 \\ 3 & -8 & -7 & 8 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 7 & -9 & 3 \\ -8 & -6 & 4 & 1 \\ -7 & 0 & -2 & -3 \\ 2 & 8 & -5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 2 & -7 & 0 & 5 \\ -9 & 8 & -1 & 7 \\ 6 & -4 & 3 & -6 \\ 4 & 9 & -5 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 3 & -6 \\ 2 & -7 & 0 & 5 \\ 4 & 9 & -5 & -8 \\ -9 & 8 & -1 & 7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 7 & 6 & 1 \\ 8 & -3 & -8 & -1 \\ 2 & 5 & 9 & 3 \\ -2 & -5 & -6 & 4 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 1 & -9 \\ -3 & -8 & -1 & 8 \\ 5 & 9 & 3 & 2 \\ -5 & -6 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & -5 \\ 5 & 3 & -1 & 2 \\ 15 & 9 & 2 & -12 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & -5 \\ 5 & 3 & -1 & 2 \\ 15 & 9 & 2 & -12 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 6 & 0 & -6 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & 0 & -3 & -5 & -7 \\ 0 & 6 & -6 & 6 & -1 & -8 \\ 0 & -9 & 2 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 2 & -8 & 3 & 3 & 7 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 10 GBLF.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -3 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & 1 \\ 70 & 30 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & 1 \\ 64 & 33 & 57 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} -3 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & 1 \\ 70 & 30 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 8 \\ 70 & 30 & 60 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -8 & 30 \\ -2 & 7 & 60 \\ 1 & 8 & 40 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 2 & -8 & 26 \\ -2 & 7 & 64 \\ 1 & 8 & 38 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 2 & -8 & 30 \\ -2 & 7 & 60 \\ 1 & 8 & 40 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 2 & -32 & 30 \\ -2 & 28 & 60 \\ 1 & 32 & 40 \end{bmatrix}.$$

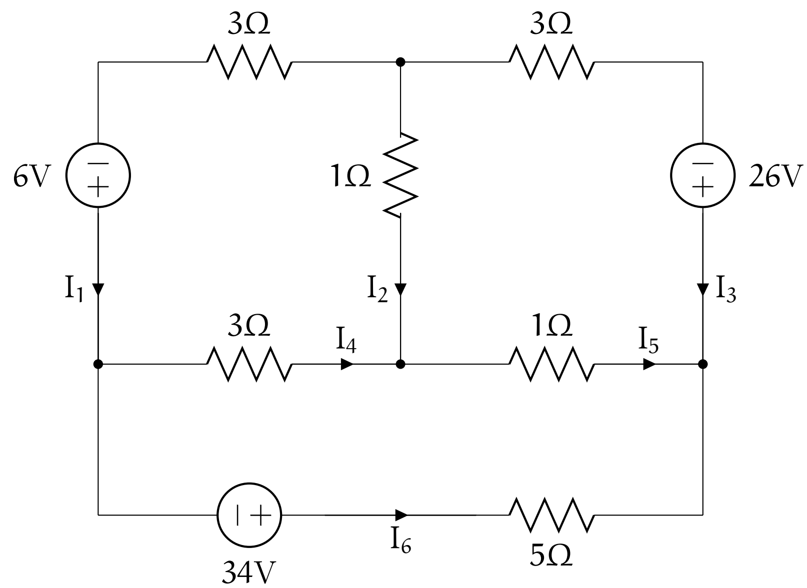
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 & 1 \\ 6 & 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -4 & 5 \\ 3 & 3 & -8 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 & 1 \\ 6 & 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -4 & 5 \\ 3 & 3 & -8 & 6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -6 & 7 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 6 & -9 \\ 3 & -7 & 0 & -2 \\ 9 & -8 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -7 & -8 \\ -2 & 9 & 0 & 3 \\ 2 & -5 & 5 & -9 \\ 8 & -6 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -3 & -9 & -2 & -5 \\ 3 & 8 & 5 & 9 \\ 2 & -1 & 4 & -8 \\ -6 & 1 & 6 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 & -8 \\ -3 & -9 & -2 & -5 \\ -6 & 1 & 6 & -4 \\ 3 & 8 & 5 & 9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 7 \\ -9 & -5 & 5 & 1 \\ 8 & -3 & -1 & -2 \\ -7 & -4 & 4 & -8 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & -5 & -9 \\ -1 & -2 & -3 & 8 \\ 4 & -8 & -4 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 & 5 \\ 12 & -3 & 6 & 11 \\ -4 & 5 & -1 & -10 \\ 12 & 5 & 5 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 & 5 \\ 12 & -3 & 6 & 11 \\ -4 & 5 & -1 & -10 \\ 12 & 5 & 5 & 7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -2 & 2 & -7 & 9 & 8 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & -8 & -9 & 0 \\ 0 & -3 & 7 & -9 & -6 & -5 \\ 0 & -6 & 3 & -4 & -3 & 5 \\ 0 & 9 & -4 & 2 & 9 & -2 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 11 GOL.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 60 & 30 & 80 \\ 2 & -2 & 1 \\ -4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54 & 36 & 77 \\ 2 & -2 & 1 \\ -4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 60 & 30 & 80 \\ 2 & -2 & 1 \\ -4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & 30 & 80 \\ -6 & 6 & -3 \\ -4 & 5 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 40 & 1 \\ -4 & 50 & -1 \\ 3 & 60 & 2 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 4 & 42 & 1 \\ -4 & 48 & -1 \\ 3 & 64 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 4 & 40 & 1 \\ -4 & 50 & -1 \\ 3 & 60 & 2 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 40 & 4 & 1 \\ 50 & -4 & -1 \\ 60 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

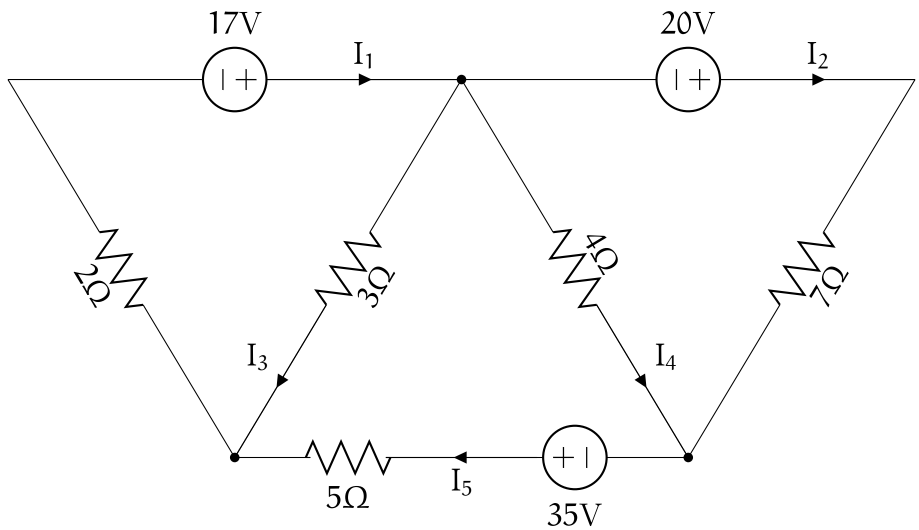
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & 5 & -3 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & 5 & -3 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & -6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 9 & 5 & -2 & 3 \\ -4 & -8 & -9 & -1 \\ 4 & 7 & -6 & -7 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -8 & -4 & -5 \\ 3 & 4 & -3 & 8 \\ 7 & -7 & 1 & 5 \\ -9 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -6 & 0 & -8 & 6 \\ 2 & -7 & 3 & -4 \\ -9 & 9 & -1 & -3 \\ 5 & 7 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 1 & -2 \\ -6 & 0 & -8 & 6 \\ 2 & -7 & 3 & -4 \\ -9 & 9 & -1 & -3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -4 & -5 & -9 & -7 \\ 2 & -6 & -8 & -2 \\ 3 & 0 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & -1 & 4 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -7 & -4 & -5 & -9 \\ -2 & 2 & -6 & -8 \\ 5 & 3 & 0 & 6 \\ 4 & 7 & 8 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ -4 & 0 & 8 & 2 \\ -2 & 3 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ -4 & 0 & 8 & 2 \\ -2 & 3 & 6 & 7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 3 & 3 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 2 & -8 & -4 \\ 0 & -7 & -8 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 8 & -6 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & -9 & -1 & 5 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 12 GMSJ.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 5 & -6 & 3 \\ 80 & 30 & 70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -15 & 18 & -9 \\ 80 & 30 & 70 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 5 & -6 & 3 \\ 80 & 30 & 70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 5 & -6 & 3 \\ 83 & 24 & 76 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 40 & 1 \\ 9 & 30 & -2 \\ 5 & 60 & 2 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 40 & -4 \\ -2 & 30 & 9 \\ 2 & 60 & 5 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -4 & 40 & 1 \\ 9 & 30 & -2 \\ 5 & 60 & 2 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} -4 & 39 & 1 \\ 9 & 32 & -2 \\ 5 & 58 & 2 \end{bmatrix}.$$

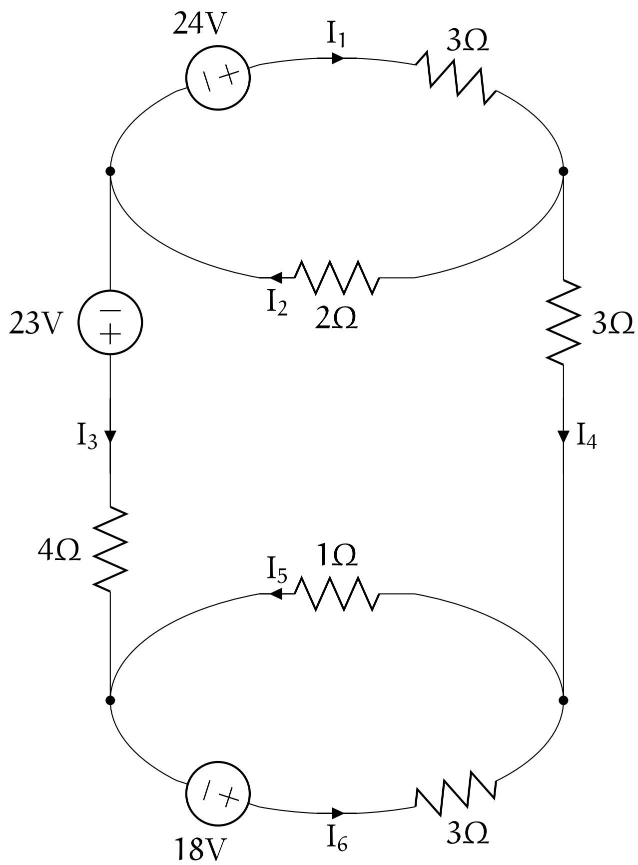
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 4 & 6 & 5 & -2 \\ 3 & 4 & 6 & -1 \\ 3 & 8 & -3 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 4 & 6 & 5 & -2 \\ 3 & 4 & 6 & -1 \\ 3 & 8 & -3 & -7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 & -7 \\ -5 & 0 & -2 & -9 \\ -8 & 8 & -1 & -3 \\ 9 & -4 & 4 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 6 \\ -4 & -6 & 7 & -5 \\ -7 & 4 & -2 & 5 \\ 3 & -9 & 8 & -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 7 & 8 & 3 & 9 \\ -7 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & -9 & 5 & -4 \\ -6 & 2 & 6 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 3 & 9 \\ -6 & 2 & 6 & -5 \\ -7 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & -9 & 5 & -4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 & -5 \\ 2 & 9 & -4 & 5 \\ -1 & -6 & -9 & -7 \\ 7 & -3 & 3 & 8 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 6 & -5 & -2 & 4 \\ -4 & 5 & 9 & 2 \\ -9 & -7 & -6 & -1 \\ 3 & 8 & -3 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 3 \\ -3 & -12 & -3 & -4 \\ 3 & 11 & 1 & 7 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 3 \\ -3 & -12 & -3 & -4 \\ 3 & 11 & 1 & 7 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} -2 & -1 & -6 & -7 & -9 & 1 \\ 0 & -3 & 4 & -1 & -5 & 3 \\ 0 & -5 & 9 & -8 & 0 & -5 \\ 0 & 7 & 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 9 & -7 & 6 & -9 & -8 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 13 GRJC.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 5 & 8 & 9 \\ 20 & 70 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 5 & 8 & 9 \\ 23 & 76 & 54 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 5 & 8 & 9 \\ 20 & 70 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & -2 \\ 20 & 70 & 60 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 40 & -1 \\ 7 & 70 & 1 \\ -3 & 80 & 2 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 6 & 40 & 2 \\ 7 & 70 & -2 \\ -3 & 80 & -4 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 6 & 40 & -1 \\ 7 & 70 & 1 \\ -3 & 80 & 2 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 6 & 39 & -1 \\ 7 & 71 & 1 \\ -3 & 82 & 2 \end{bmatrix}.$$

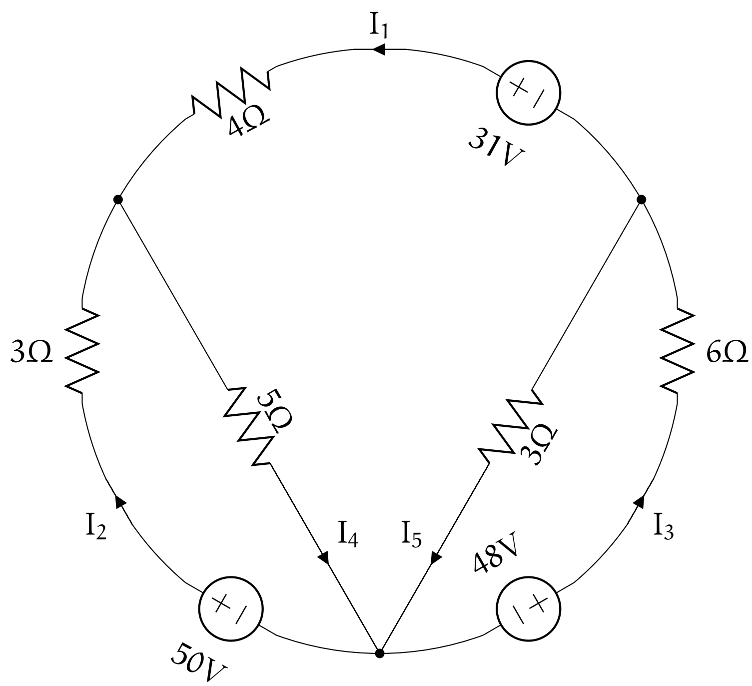
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & -1 & 5 \\ -2 & 1 & 2 & 0 \\ -4 & 2 & 6 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & -1 & 5 \\ -2 & 1 & 2 & 0 \\ -4 & 2 & 6 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -9 & -1 \\ 7 & -7 & -4 & -5 \\ 9 & 6 & 0 & 8 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -8 & -5 & -4 & 4 \\ 2 & -9 & 8 & 7 \\ -2 & -3 & -6 & 1 \\ 9 & 5 & 6 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -6 & -3 & 6 & -8 \\ -5 & -1 & 0 & -7 \\ 5 & 8 & 4 & -9 \\ 7 & -2 & 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 0 & -7 \\ 7 & -2 & 3 & -4 \\ 5 & 8 & 4 & -9 \\ -6 & -3 & 6 & -8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 1 & 3 & -6 \\ 4 & 9 & -5 & 2 \\ -8 & -3 & -1 & 0 \\ -7 & 6 & 7 & -4 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -6 & 3 & 8 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & 9 \\ 0 & -1 & -8 & -3 \\ -4 & 7 & -7 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & 9 & 4 \\ 2 & -6 & 14 & 14 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & 9 & 4 \\ 2 & -6 & 14 & 14 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} 3 & 7 & -2 & -9 & 8 & 7 \\ 0 & -1 & 6 & 6 & 8 & 8 \\ 0 & 7 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 8 & -7 & -1 & -7 & 7 \\ 0 & 6 & 4 & -6 & -7 & 3 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 14 HARD.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 20 & 70 & 80 \\ -4 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 18 & 72 & 84 \\ -4 & 5 & 4 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 20 & 70 & 80 \\ -4 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 4 \\ 20 & 70 & 80 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 30 & -1 & 5 \\ 20 & 2 & -9 \\ 60 & 1 & 7 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 30 & -1 & 20 \\ 20 & 2 & -36 \\ 60 & 1 & 28 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 30 & -1 & 5 \\ 20 & 2 & -9 \\ 60 & 1 & 7 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 31 & -1 & 5 \\ 18 & 2 & -9 \\ 59 & 1 & 7 \end{bmatrix}.$$

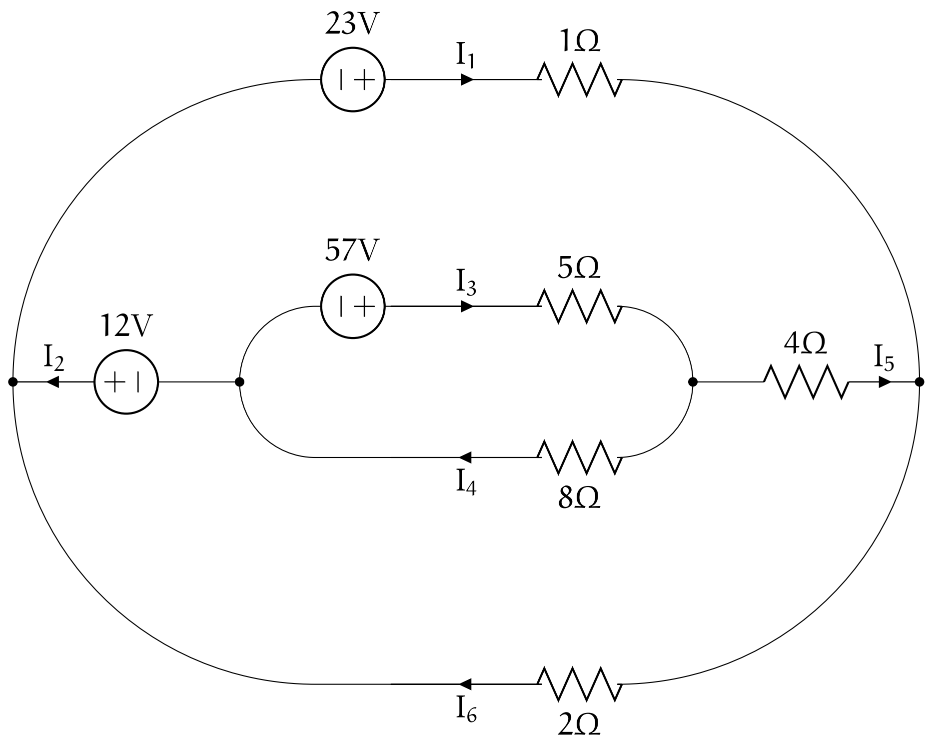
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \dots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & 3 & -6 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & 3 & -6 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & -1 \\ -6 & 8 & 9 & -4 \\ -8 & 7 & -7 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 8 & 5 & -9 & -5 \\ 2 & 6 & -1 & 9 \\ 3 & 7 & 0 & -6 \\ -4 & 4 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 7 & -9 & 0 & 2 \\ -1 & 4 & 1 & -6 \\ 5 & 9 & -3 & 8 \\ -2 & -8 & 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 9 & -3 & 8 \\ -2 & -8 & 6 & 3 \\ -1 & 4 & 1 & -6 \\ 7 & -9 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 7 & -1 & 0 \\ 5 & -2 & -3 & 2 \\ -7 & -5 & 9 & -9 \\ -8 & 6 & 4 & 8 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 7 & 0 \\ -3 & 5 & -2 & 2 \\ 9 & -7 & -5 & -9 \\ 4 & -8 & 6 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 2 \\ 4 & 8 & 4 & 3 \\ -8 & -12 & -7 & -11 \\ 4 & 4 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 2 \\ 4 & 8 & 4 & 3 \\ -8 & -12 & -7 & -11 \\ 4 & 4 & 2 & 6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -3 & -5 & -6 & 1 & -1 & 9 \\ 0 & 3 & -1 & 6 & 8 & 7 \\ 0 & 7 & -9 & -9 & 6 & -8 \\ 0 & 5 & 5 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 5 & 6 & 6 & -6 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 15 HCJ.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -8 & 8 & 7 \\ 40 & 50 & 60 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 8 & 7 \\ 40 & 50 & 60 \\ 4 & -4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} -8 & 8 & 7 \\ 40 & 50 & 60 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 8 & 7 \\ 41 & 49 & 62 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 70 & -4 \\ -2 & 80 & 7 \\ 2 & 40 & 3 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 67 & -4 \\ -2 & 86 & 7 \\ 2 & 34 & 3 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 1 & 70 & -4 \\ -2 & 80 & 7 \\ 2 & 40 & 3 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 70 & 1 & -4 \\ 80 & -2 & 7 \\ 40 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

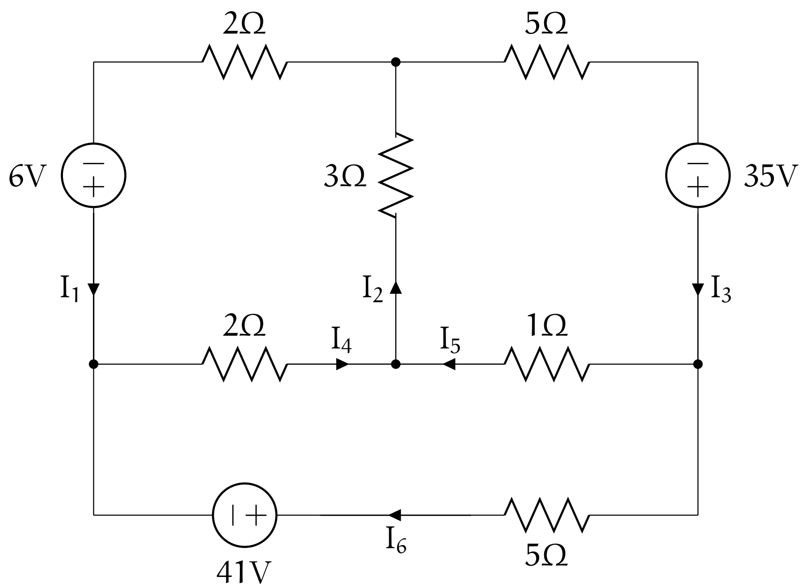
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 2 & 2 \\ -6 & -7 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 2 & 2 \\ -6 & -7 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 6 & -7 & -8 & 2 \\ 9 & 4 & -3 & 1 \\ 8 & -2 & -1 & -4 \\ -9 & -6 & 5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -9 & 9 & -8 \\ -4 & 7 & 0 & -7 \\ -3 & 3 & -6 & 6 \\ 5 & -5 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -2 & 8 & 3 & 6 \\ 9 & -1 & -8 & -4 \\ 7 & -6 & 0 & 5 \\ -9 & 4 & 1 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -1 & -8 & -4 \\ -9 & 4 & 1 & -5 \\ -2 & 8 & 3 & 6 \\ 7 & -6 & 0 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -6 & 8 & 3 & 6 \\ -8 & 0 & -1 & 5 \\ -9 & 2 & -4 & 7 \\ -3 & -7 & 4 & 1 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 8 & -6 \\ -1 & 5 & 0 & -8 \\ -4 & 7 & 2 & -9 \\ 4 & 1 & -7 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 5 & 2 \\ 5 & 1 & 3 & 5 \\ 10 & 6 & 11 & 14 \\ 10 & -6 & -1 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 5 & 2 \\ 5 & 1 & 3 & 5 \\ 10 & 6 & 11 & 14 \\ 10 & -6 & -1 & 9 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -7 & -4 & 7 & -8 & 4 & 7 \\ 0 & 3 & -3 & 7 & 7 & -8 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & 1 & -7 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 5 & -3 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 16 HMI.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 50 & 20 & 60 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & 4 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44 & 23 & 57 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & 4 & 9 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 50 & 20 & 60 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & 4 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 9 \\ 2 & -1 & 1 \\ 50 & 20 & 60 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 30 & 6 & -1 \\ 60 & 7 & 1 \\ 40 & -4 & 2 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 30 & -24 & -1 \\ 60 & -28 & 1 \\ 40 & 16 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 30 & 6 & -1 \\ 60 & 7 & 1 \\ 40 & -4 & 2 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 32 & 6 & -1 \\ 58 & 7 & 1 \\ 36 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

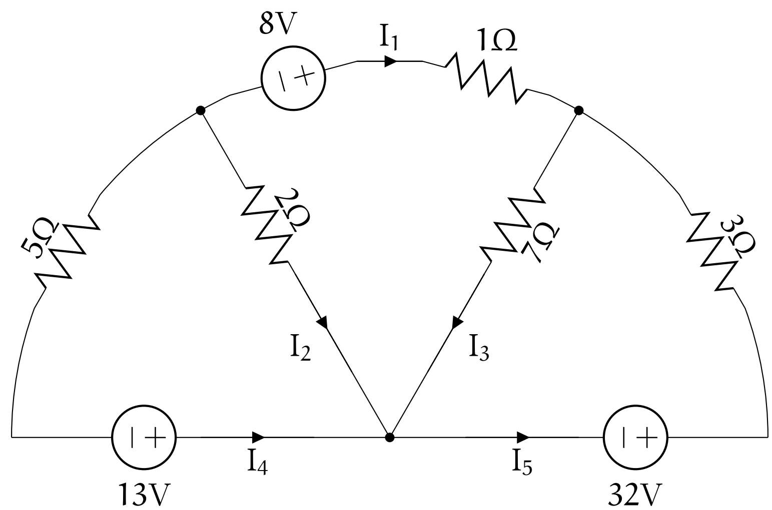
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & -8 & 3 \\ 6 & 5 & -6 & -3 \\ 2 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & -8 & 3 \\ 6 & 5 & -6 & -3 \\ 2 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 8 & -1 & 0 & 2 \\ -6 & 9 & 6 & -2 \\ -7 & -5 & -8 & 4 \\ -9 & -4 & 3 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -5 & -6 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 1 \\ -2 & 9 & -7 & -3 \\ -8 & 8 & -4 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 8 & -8 & -1 & -6 \\ -5 & -3 & 4 & -7 \\ 2 & -4 & 9 & 5 \\ -2 & 3 & 6 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 9 & 5 \\ -5 & -3 & 4 & -7 \\ -2 & 3 & 6 & 7 \\ 8 & -8 & -1 & -6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & -7 & 5 \\ -6 & 0 & -2 & -8 \\ -5 & 4 & 8 & -4 \\ -3 & -9 & 7 & 1 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 6 & -7 & 5 & 2 \\ 0 & -2 & -8 & -6 \\ 4 & 8 & -4 & -5 \\ -9 & 7 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -5 & -4 & -4 \\ 3 & 5 & 4 & 1 \\ 6 & 12 & 12 & 7 \\ 6 & 12 & 9 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 & -5 & -4 & -4 \\ 3 & 5 & 4 & 1 \\ 6 & 12 & 12 & 7 \\ 6 & 12 & 9 & 7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 5 & -7 & 0 & 0 & 6 & 9 \\ 0 & 5 & -2 & -6 & 9 & -9 \\ 0 & -6 & -5 & -3 & -3 & 7 \\ 0 & -9 & -4 & -4 & -1 & -7 \\ 0 & 2 & -4 & 4 & -5 & 1 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 17 LGT.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 6 & -5 & 8 \\ 1 & 2 & -2 \\ 80 & 20 & 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -5 & 8 \\ 1 & 2 & -2 \\ 81 & 22 & 38 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 6 & -5 & 8 \\ 1 & 2 & -2 \\ 80 & 20 & 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -15 & 24 \\ 1 & 2 & -2 \\ 80 & 20 & 40 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 70 & 3 \\ 1 & 80 & 6 \\ 2 & 50 & -9 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 70 & -1 & 3 \\ 80 & 1 & 6 \\ 50 & 2 & -9 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -1 & 70 & 3 \\ 1 & 80 & 6 \\ 2 & 50 & -9 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} -1 & 72 & 3 \\ 1 & 78 & 6 \\ 2 & 46 & -9 \end{bmatrix}.$$

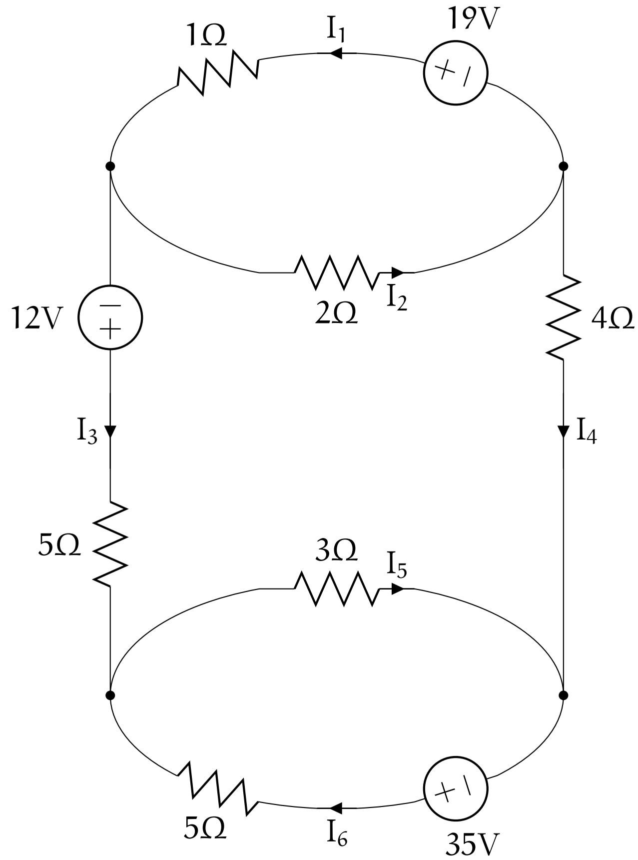
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 4 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 2 & 8 & 2 & -4 \\ 2 & -4 & 7 & 6 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 2 & 8 & 2 & -4 \\ 2 & -4 & 7 & 6 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -3 & -2 \\ -5 & 4 & 6 & 3 \\ 2 & -8 & 8 & -7 \\ 9 & -9 & -6 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -8 & 3 & -2 & -5 \\ -7 & 9 & 6 & 5 \\ 8 & 7 & 2 & 1 \\ -9 & -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 9 & -9 & -4 & 0 \\ 5 & -1 & -5 & 2 \\ 4 & 7 & -6 & 8 \\ -3 & -7 & 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -9 & -4 & 0 \\ -3 & -7 & 6 & 3 \\ 5 & -1 & -5 & 2 \\ 4 & 7 & -6 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & -9 & -1 \\ 4 & 7 & 8 & -6 \\ -8 & -3 & -5 & 6 \\ -7 & 9 & 1 & 0 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -9 & 2 & 5 & -1 \\ 8 & 4 & 7 & -6 \\ -5 & -8 & -3 & 6 \\ 1 & -7 & 9 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 4 & 13 & 6 & 9 \\ 1 & 10 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & -3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 4 & 13 & 6 & 9 \\ 1 & 10 & 2 & 0 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 4 & 6 & -1 & -4 & 3 & -7 \\ 0 & -2 & -8 & -6 & 8 & -5 \\ 0 & -7 & 0 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & -4 & 7 & 1 & 7 & -5 \\ 0 & -8 & -7 & -4 & -9 & -2 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 18 MARD.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 50 & 40 & 70 \\ 4 & 8 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 44 & 43 & 76 \\ 4 & 8 & -4 \end{bmatrix}, \quad E_2 \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 50 & 40 & 70 \\ 4 & 8 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 50 & 40 & 70 \\ -16 & -32 & 16 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 30 & -2 & 7 \\ 40 & -1 & 5 \\ 50 & 1 & 4 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 32 & -2 & 7 \\ 41 & -1 & 5 \\ 49 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 30 & -2 & 7 \\ 40 & -1 & 5 \\ 50 & 1 & 4 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 30 & 7 & -2 \\ 40 & 5 & -1 \\ 50 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

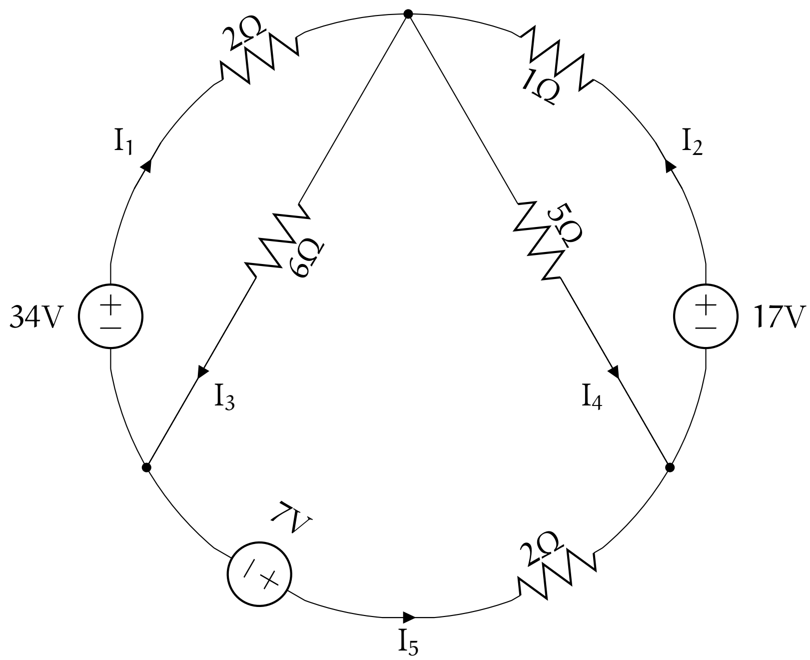
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 & -1 \\ 6 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 & -1 \\ 6 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 6 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -5 & 5 & 9 & 2 \\ -2 & -9 & -3 & 6 \\ -1 & 4 & -8 & -4 \\ 3 & 0 & -7 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 & 6 \\ 9 & 1 & -2 & -9 \\ -6 & 4 & 8 & -5 \\ 7 & -4 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -1 & -5 & -4 & 8 \\ -6 & 0 & -2 & 6 \\ 3 & -9 & 2 & 9 \\ 5 & -3 & 1 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & -2 & 6 \\ 3 & -9 & 2 & 9 \\ 5 & -3 & 1 & -7 \\ -1 & -5 & -4 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -7 & -6 & 2 \\ -5 & 6 & -1 & -4 \\ -3 & 0 & -8 & 3 \\ 7 & 4 & -9 & 9 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -7 & 2 & 5 & -6 \\ 6 & -4 & -5 & -1 \\ 0 & 3 & -3 & -8 \\ 4 & 9 & 7 & -9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & -4 \\ 9 & 12 & 6 & -9 \\ 6 & 12 & 9 & -10 \\ -12 & -4 & 9 & 15 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & -4 \\ 9 & 12 & 6 & -9 \\ 6 & 12 & 9 & -10 \\ -12 & -4 & 9 & 15 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 2 & -4 & -3 & -7 & -9 & -6 \\ 0 & -3 & -9 & -2 & -6 & -3 \\ 0 & 4 & -4 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & -9 & 5 & 8 & -3 & -1 \\ 0 & -6 & -2 & -4 & -8 & -8 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 19 MMEU.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos $E_1 A$, AE_1, $E_2 A$, AE_2, $E_3 A$ y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 80 & 50 & 20 \\ 4 & 6 & 8 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 80 & 50 & 20 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 80 & 50 & 20 \\ 4 & 6 & 8 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 76 & 54 & 18 \\ 4 & 6 & 8 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 40 & -1 & 7 \\ 70 & 1 & 5 \\ 80 & -2 & 6 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 40 & -1 & -28 \\ 70 & 1 & -20 \\ 80 & -2 & -24 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 40 & -1 & 7 \\ 70 & 1 & 5 \\ 80 & -2 & 6 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 43 & -1 & 7 \\ 67 & 1 & 5 \\ 86 & -2 & 6 \end{bmatrix}.$$

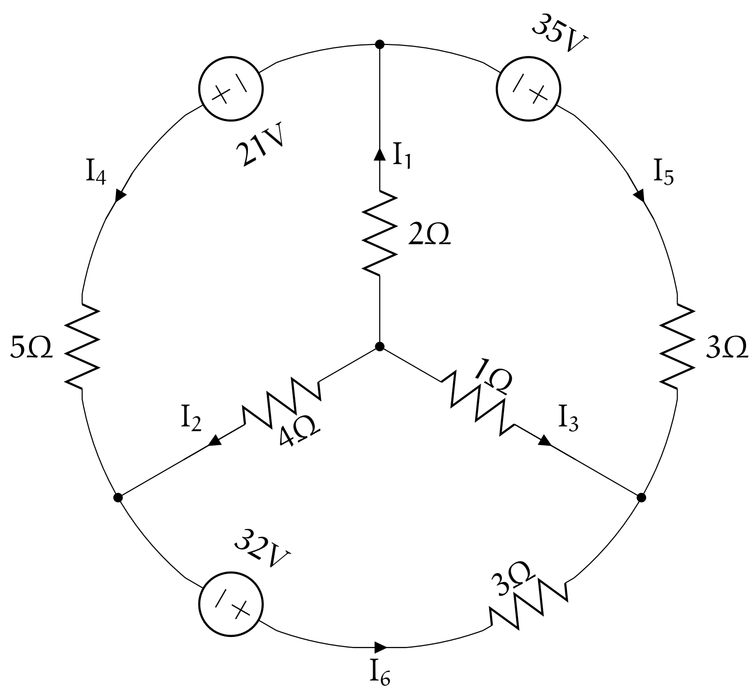
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 5 & -2 \\ 6 & 1 & 8 & -6 \\ 4 & 2 & 5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 5 & -2 \\ 6 & 1 & 8 & -6 \\ 4 & 2 & 5 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 & -8 \\ -9 & 8 & 0 & -1 \\ 9 & -7 & -3 & -6 \\ 1 & 6 & -5 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 6 & -3 & 7 \\ 9 & 2 & -6 & 4 \\ -9 & -1 & -8 & 8 \\ 3 & 5 & -5 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 & 5 \\ 7 & 2 & -2 & -7 \\ 8 & 0 & -8 & -6 \\ 3 & -5 & -9 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 & -9 & 9 \\ 6 & -1 & 4 & 5 \\ 7 & 2 & -2 & -7 \\ 8 & 0 & -8 & -6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 7 \\ -9 & -3 & 2 & -2 \\ 6 & 5 & -4 & -8 \\ -6 & 4 & -5 & 8 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 7 \\ 2 & -9 & -3 & -2 \\ -4 & 6 & 5 & -8 \\ -5 & -6 & 4 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & -1 \\ 12 & 8 & 3 & 7 \\ 12 & 4 & 11 & -12 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & -1 \\ 12 & 8 & 3 & 7 \\ 12 & 4 & 11 & -12 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 5 & -9 & 5 & 8 & 7 & 6 \\ 0 & 4 & 7 & -5 & -3 & 3 \\ 0 & -7 & -5 & 0 & 7 & 4 \\ 0 & 3 & 7 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 8 & -2 & -5 & 6 & 6 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 20 MCJD.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 30 & 40 & 20 \\ -1 & 2 & -2 \\ 9 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 40 & 20 \\ -2 & 4 & -4 \\ 9 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 30 & 40 & 20 \\ -1 & 2 & -2 \\ 9 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33 & 34 & 26 \\ -1 & 2 & -2 \\ 9 & 4 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 80 & 9 \\ -1 & 20 & 4 \\ -2 & 40 & 5 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 80 \\ -1 & 4 & 20 \\ -2 & 5 & 40 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 2 & 80 & 9 \\ -1 & 20 & 4 \\ -2 & 40 & 5 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 2 & 76 & 9 \\ -1 & 22 & 4 \\ -2 & 44 & 5 \end{bmatrix}.$$

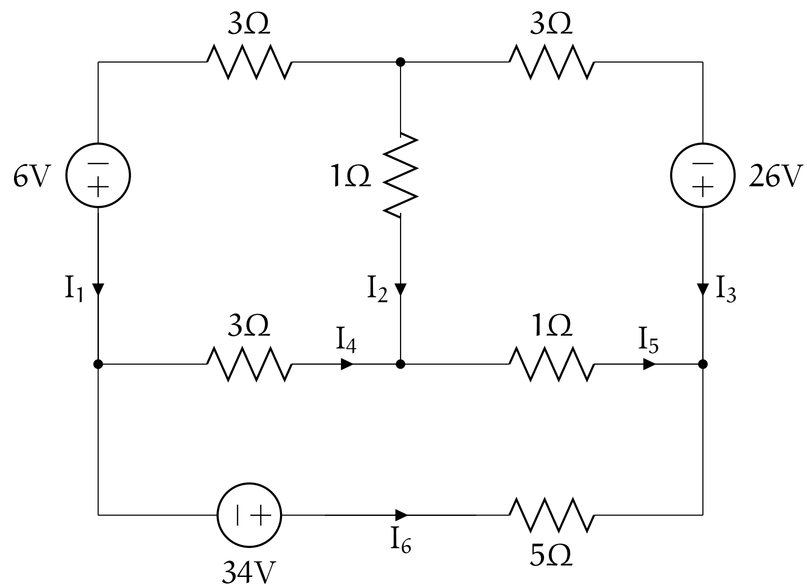
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \dots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 7 & 3 & 3 \\ -3 & -4 & 0 & -4 \\ 6 & 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 7 & 3 & 3 \\ -3 & -4 & 0 & -4 \\ 6 & 5 & 1 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 7 \\ -5 & -7 & 3 & -9 \\ -8 & -3 & 0 & 5 \\ -4 & -6 & 9 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -6 & -5 & 3 \\ -8 & -4 & 2 & 6 \\ 0 & -7 & 7 & -9 \\ -3 & 4 & -1 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 4 & -9 & 8 & 0 \\ 1 & -1 & 9 & 2 \\ -3 & -6 & -2 & 5 \\ 6 & -8 & -7 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -2 & 5 \\ 6 & -8 & -7 & -5 \\ 1 & -1 & 9 & 2 \\ 4 & -9 & 8 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 8 & -8 \\ 7 & 1 & 6 & -5 \\ -3 & 9 & 3 & -4 \\ 2 & -9 & -6 & -7 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -8 & -1 & 8 & -2 \\ -5 & 7 & 6 & 1 \\ -4 & -3 & 3 & 9 \\ -7 & 2 & -6 & -9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 & 3 \\ -8 & -10 & -2 & -11 \\ 8 & 13 & 3 & 6 \\ 12 & 6 & -5 & 14 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 & 3 \\ -8 & -10 & -2 & -11 \\ 8 & 13 & 3 & 6 \\ 12 & 6 & -5 & 14 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} -1 & -3 & -9 & -2 & -7 & -8 \\ 0 & 3 & -4 & 1 & -6 & -7 \\ 0 & -6 & 6 & 9 & 5 & 1 \\ 0 & -7 & -6 & 1 & 7 & -1 \\ 0 & -9 & 8 & -3 & -5 & 3 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 21 MMNR.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 40 & 50 & 80 \\ 1 & -1 & 2 \\ 6 & -7 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 & 49 & 82 \\ 1 & -1 & 2 \\ 6 & -7 & 7 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 40 & 50 & 80 \\ 1 & -1 & 2 \\ 6 & -7 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 & 50 & 80 \\ -4 & 4 & -8 \\ 6 & -7 & 7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 40 & 1 \\ -8 & 50 & 2 \\ 7 & 60 & -1 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 3 & 38 & 1 \\ -8 & 46 & 2 \\ 7 & 62 & -1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 3 & 40 & 1 \\ -8 & 50 & 2 \\ 7 & 60 & -1 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 40 \\ -8 & 2 & 50 \\ 7 & -1 & 60 \end{bmatrix}.$$

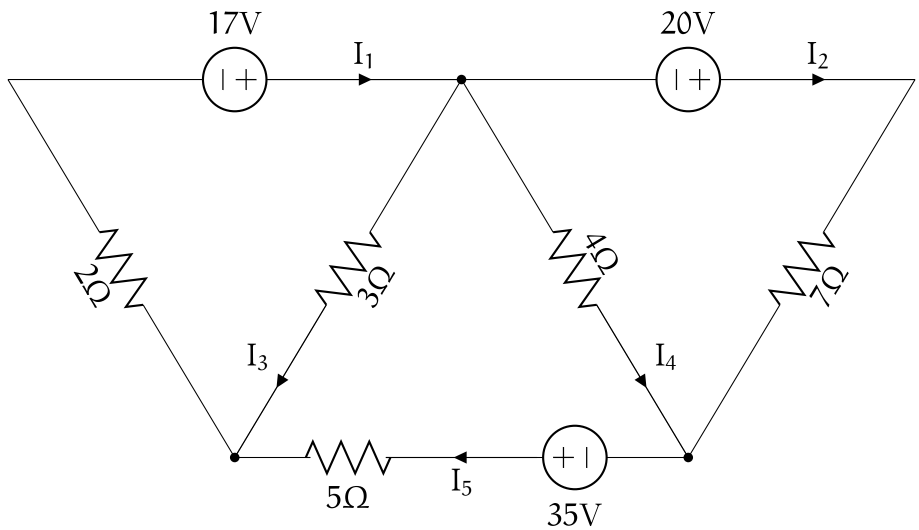
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & -3 \\ 1 & -6 & -6 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & -3 \\ 1 & -6 & -6 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -6 & -2 & 4 & 3 \\ 8 & 6 & 5 & 2 \\ -8 & 7 & 0 & 9 \\ -5 & -9 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -5 & -7 \\ -4 & 4 & -3 & 2 \\ -2 & 3 & -9 & -6 \\ 8 & 1 & 7 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 3 & -1 & 9 & -2 \\ -5 & 6 & 5 & -7 \\ -3 & 2 & -9 & -4 \\ 7 & 8 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -9 & -4 \\ -5 & 6 & 5 & -7 \\ 7 & 8 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 9 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 8 & 7 & 4 \\ 9 & -3 & 1 & 5 \\ -5 & 0 & -4 & -9 \\ 3 & -8 & -6 & 6 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 8 & 7 & 4 & -1 \\ -3 & 1 & 5 & 9 \\ 0 & -4 & -9 & -5 \\ -8 & -6 & 6 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & -7 \\ 9 & 8 & 11 & -14 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & -7 \\ 9 & 8 & 11 & -14 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} 6 & 5 & 8 & -4 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -7 & -5 & 1 & -6 \\ 0 & -5 & -1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & -9 & -3 & 3 & 7 & 0 \\ 0 & 7 & -1 & 8 & 2 & -9 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 22 MOHJ.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \ E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 80 & 50 & 60 \\ 6 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 83 & 44 & 66 \\ 6 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 80 & 50 & 60 \\ 6 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80 & 50 & 60 \\ 12 & -8 & 6 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 40 & 3 \\ 1 & 20 & 9 \\ -1 & 80 & 8 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 40 & -2 & 3 \\ 20 & 1 & 9 \\ 80 & -1 & 8 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -2 & 40 & 3 \\ 1 & 20 & 9 \\ -1 & 80 & 8 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} -2 & 38 & 3 \\ 1 & 21 & 9 \\ -1 & 79 & 8 \end{bmatrix}.$$

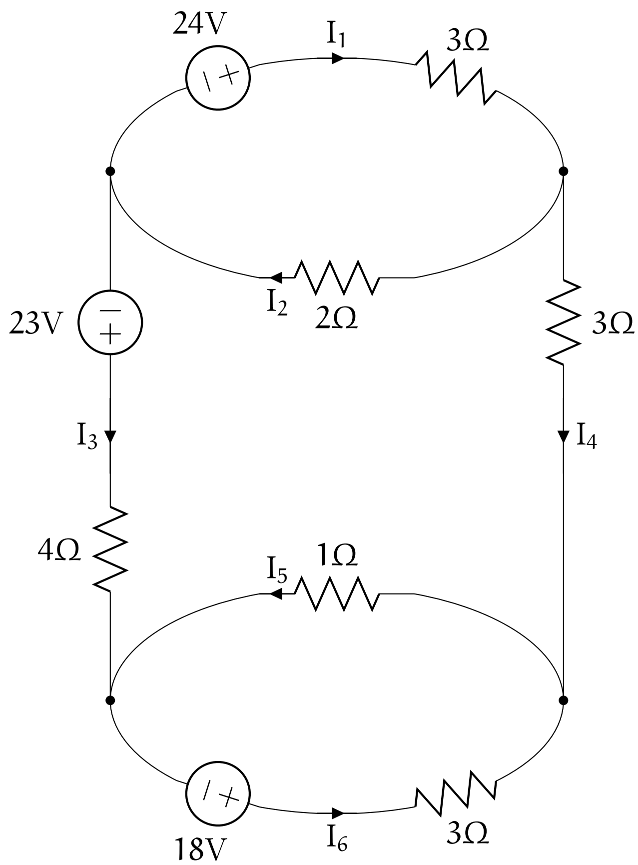
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 & 3 \\ 3 & 8 & -7 & 7 \\ 4 & 8 & -5 & 7 \\ -3 & 4 & -8 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 & 3 \\ 3 & 8 & -7 & 7 \\ 4 & 8 & -5 & 7 \\ -3 & 4 & -8 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 1 & -5 \\ 5 & -1 & 9 & 4 \\ -9 & -6 & 8 & -3 \\ 7 & 6 & 3 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -6 & -2 & -9 \\ 1 & -5 & 4 & 7 \\ 2 & 8 & 9 & 0 \\ 5 & -7 & -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 6 & 0 & 4 & -8 \\ -5 & -6 & -1 & -9 \\ 9 & -4 & 5 & 8 \\ -3 & -2 & 3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 3 & 7 \\ 6 & 0 & 4 & -8 \\ -5 & -6 & -1 & -9 \\ 9 & -4 & 5 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & -3 & 0 \\ -9 & -4 & 7 & -1 \\ -2 & 8 & -7 & 1 \\ 9 & 4 & 3 & 5 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -3 & 2 \\ -4 & -1 & 7 & -9 \\ 8 & 1 & -7 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 & 3 \\ -2 & -5 & -1 & -1 \\ 4 & 13 & 0 & 8 \\ 6 & 12 & 7 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 & 3 \\ -2 & -5 & -1 & -1 \\ 4 & 13 & 0 & 8 \\ 6 & 12 & 7 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -3 & 9 & -2 & -5 & 6 & 4 \\ 0 & 2 & -4 & -8 & 3 & 0 \\ 0 & 7 & 9 & 8 & -8 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 & 0 & -9 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 23 MRJ.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 7 & 3 & -2 \\ 20 & 30 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 7 & 3 & -2 \\ 22 & 28 & 64 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 7 & 3 & -2 \\ 20 & 30 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 28 & 12 & -8 \\ 20 & 30 & 60 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 2 & 60 \\ 9 & 1 & 50 \\ 4 & -1 & 70 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} -8 & 2 & 62 \\ 9 & 1 & 51 \\ 4 & -1 & 69 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -8 & 2 & 60 \\ 9 & 1 & 50 \\ 4 & -1 & 70 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 60 & 2 & -8 \\ 50 & 1 & 9 \\ 70 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

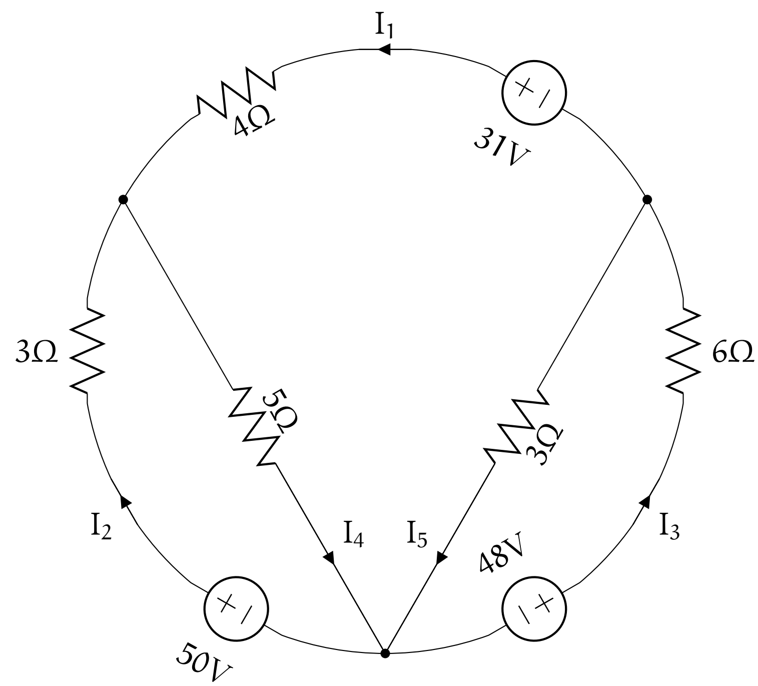
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 7 & 3 \\ -3 & 1 & -5 & -5 \\ 2 & 2 & -3 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 7 & 3 \\ -3 & 1 & -5 & -5 \\ 2 & 2 & -3 & -5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 & -5 \\ 6 & -9 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 7 & -7 \\ -6 & 5 & -8 & 9 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -6 & 3 \\ -5 & -8 & 9 & 8 \\ 5 & 4 & -2 & 7 \\ -3 & -9 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 3 & 6 & 2 & -6 \\ -3 & -1 & -8 & 5 \\ 4 & -2 & -4 & 7 \\ 8 & -7 & -5 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -8 & 5 \\ 8 & -7 & -5 & 9 \\ 4 & -2 & -4 & 7 \\ 3 & 6 & 2 & -6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & -5 & 5 \\ 8 & -3 & 6 & 3 \\ 9 & 0 & -8 & -9 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 & 2 \\ -5 & 4 & 5 & -7 \\ 6 & 8 & 3 & -3 \\ -8 & 9 & -9 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 5 & -3 \\ 2 & 3 & 11 & 10 \\ 4 & -4 & 10 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 5 & -3 \\ 2 & 3 & 11 & 10 \\ 4 & -4 & 10 & -7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -5 & 5 & -2 & 0 & -9 & -5 \\ 0 & -6 & 4 & -8 & 3 & 7 \\ 0 & 8 & 0 & -3 & -9 & 5 \\ 0 & 4 & -1 & 1 & -3 & 4 \\ 0 & -5 & 9 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 24 MGFE.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 40 & 60 & 20 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37 & 54 & 26 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 40 & 60 & 20 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 & 60 & 20 \\ -3 & -6 & 6 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 & 50 \\ 3 & -2 & 40 \\ -7 & 2 & 80 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 50 & 1 & 7 \\ 40 & -2 & 3 \\ 80 & 2 & -7 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 7 & 1 & 50 \\ 3 & -2 & 40 \\ -7 & 2 & 80 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 49 \\ 3 & -2 & 42 \\ -7 & 2 & 78 \end{bmatrix}.$$

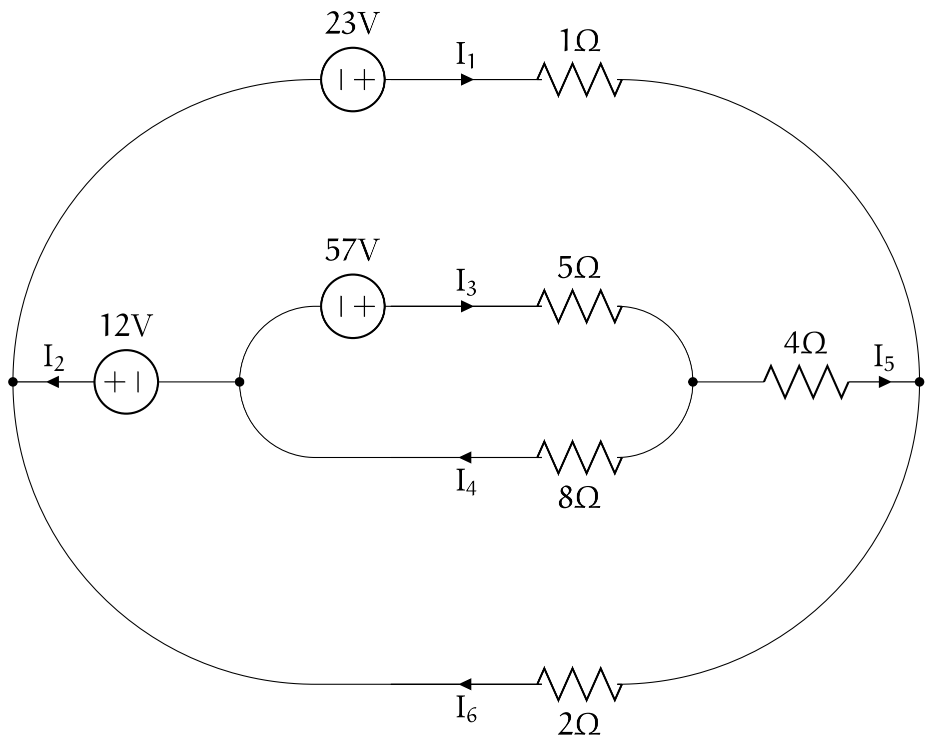
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 4 & 4 \\ -2 & 5 & 8 & 5 \\ -2 & 1 & 5 & 3 \\ -4 & -2 & 5 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 4 & 4 \\ -2 & 5 & 8 & 5 \\ -2 & 1 & 5 & 3 \\ -4 & -2 & 5 & 8 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 9 & 5 \\ -1 & 6 & 8 & 3 \\ -8 & 7 & -9 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -7 & -1 & -9 \\ 8 & 3 & -5 & 0 \\ -2 & 9 & -4 & -6 \\ 1 & 4 & 2 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -4 & 8 & 7 & -5 \\ -8 & -1 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 4 & -3 \\ -7 & -6 & -9 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 4 & -3 \\ -7 & -6 & -9 & 5 \\ -8 & -1 & 3 & 1 \\ -4 & 8 & 7 & -5 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 2 & -6 & 8 \\ 4 & 0 & -3 & 5 \\ 6 & -8 & -2 & -7 \\ -4 & 3 & 1 & 9 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 8 & -5 & -6 & 2 \\ 5 & 4 & -3 & 0 \\ -7 & 6 & -2 & -8 \\ 9 & -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 & 2 \\ -12 & -15 & -3 & -9 \\ 8 & 14 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 & 2 \\ -12 & -15 & -3 & -9 \\ 8 & 14 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} -8 & 4 & 5 & -9 & -3 & 9 \\ 0 & 2 & -4 & -2 & -8 & 4 \\ 0 & 8 & -2 & -5 & -6 & -1 \\ 0 & 9 & 4 & -8 & 9 & -8 \\ 0 & -7 & -4 & -6 & 1 & -6 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 25 MLE.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \ E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 40 & 60 & 70 \\ 8 & -4 & 7 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 & 59 & 72 \\ 8 & -4 & 7 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 40 & 60 & 70 \\ 8 & -4 & 7 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 & 60 & 70 \\ 32 & -16 & 28 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 40 \\ 1 & 4 & 60 \\ -1 & -3 & 80 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 40 \\ 4 & 1 & 60 \\ -3 & -1 & 80 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 2 & 5 & 40 \\ 1 & 4 & 60 \\ -1 & -3 & 80 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 34 \\ 1 & 4 & 57 \\ -1 & -3 & 83 \end{bmatrix}.$$

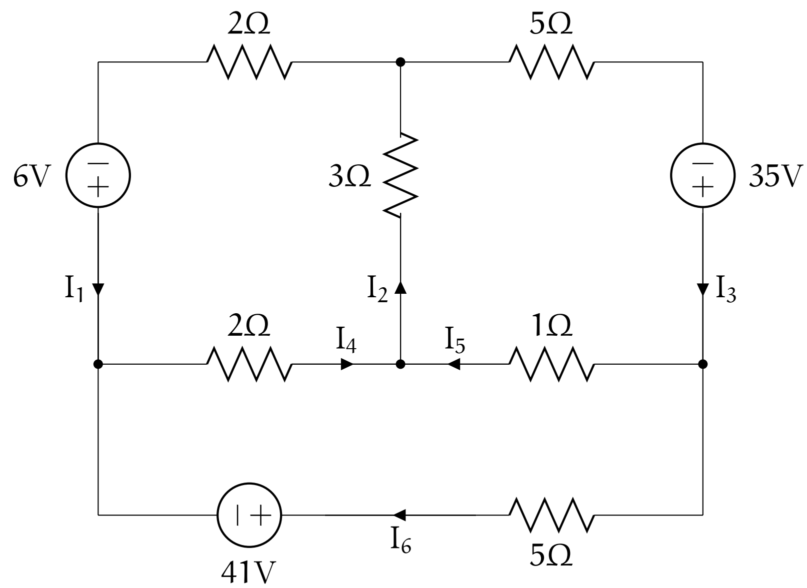
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 \\ 8 & 5 & 8 & 7 \\ -2 & -5 & -3 & -1 \\ 4 & -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 \\ 8 & 5 & 8 & 7 \\ -2 & -5 & -3 & -1 \\ 4 & -5 & 2 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -3 & 7 & -1 & -2 \\ -4 & 5 & 9 & -6 \\ 6 & -7 & -8 & 3 \\ -5 & 1 & -9 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 8 & -1 & 6 \\ 1 & -4 & 3 & 5 \\ -5 & 2 & -3 & 4 \\ -6 & 9 & -9 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -7 & -4 & 4 & -8 \\ -5 & 0 & 6 & 3 \\ -3 & -1 & 9 & -6 \\ 7 & 2 & 8 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 8 & -2 \\ -3 & -1 & 9 & -6 \\ -7 & -4 & 4 & -8 \\ -5 & 0 & 6 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 8 & -8 & 0 & -6 \\ -4 & -3 & -5 & 1 \\ 5 & -1 & 9 & -2 \\ 7 & 3 & -7 & 4 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 8 & -8 \\ 1 & -5 & -4 & -3 \\ -2 & 9 & 5 & -1 \\ 4 & -7 & 7 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \\ 4 & 8 & 4 & 3 \\ 4 & 10 & 7 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \\ 4 & 8 & 4 & 3 \\ 4 & 10 & 7 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -9 & 2 & 8 & 9 & -1 & 2 \\ 0 & 6 & -7 & -5 & 5 & 8 \\ 0 & 4 & -7 & 7 & 4 & -7 \\ 0 & 5 & 1 & 2 & -5 & 8 \\ 0 & -9 & 4 & 1 & -8 & -8 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 26 NDLCL.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ 40 & 50 & 60 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 40 & 50 & 60 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ 40 & 50 & 60 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ 39 & 52 & 61 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -1 & 40 \\ 9 & 2 & 50 \\ 7 & 1 & 30 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 40 \\ 9 & -4 & 50 \\ 7 & -2 & 30 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -6 & -1 & 40 \\ 9 & 2 & 50 \\ 7 & 1 & 30 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} -6 & -1 & 42 \\ 9 & 2 & 46 \\ 7 & 1 & 28 \end{bmatrix}.$$

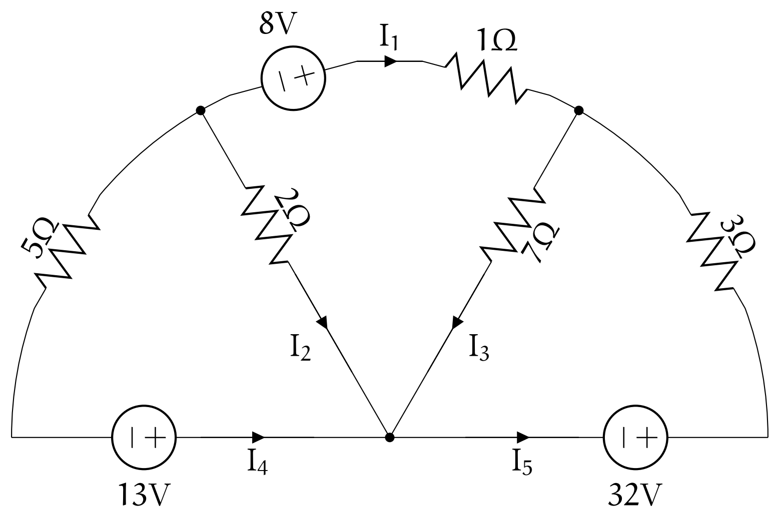
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -3 & 5 & 6 & 6 \\ -2 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -3 & 5 & 6 & 6 \\ -2 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & -5 & 1 \\ -7 & -4 & 7 & 0 \\ 8 & -3 & 9 & -9 \\ 2 & -1 & 4 & -8 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -9 & 6 & -3 & -4 \\ 5 & 4 & -1 & -6 \\ 2 & 7 & 3 & 8 \\ 1 & 0 & -8 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 5 & 9 & -6 & 8 \\ 3 & 1 & -5 & -2 \\ -9 & 2 & 0 & -1 \\ 6 & -7 & -3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -7 & -3 & -4 \\ 5 & 9 & -6 & 8 \\ 3 & 1 & -5 & -2 \\ -9 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 & 8 \\ 7 & 2 & -5 & -7 \\ -3 & -4 & -8 & 5 \\ 0 & 6 & 4 & -6 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 1 & -1 \\ -7 & 7 & 2 & -5 \\ 5 & -3 & -4 & -8 \\ -6 & 0 & 6 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 2 \\ -6 & 1 & -14 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 2 \\ -6 & 1 & -14 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -4 & -1 & 6 & 4 & -4 & 6 \\ 0 & -6 & -5 & 9 & 5 & -6 \\ 0 & -3 & 0 & 1 & 6 & 2 \\ 0 & 5 & -4 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & -9 & -1 & 8 & 4 & 1 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 27 NSVA.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos $E_1 A$, AE_1, $E_2 A$, AE_2, $E_3 A$ y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 7 & 6 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \\ 80 & 30 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \\ 77 & 24 & 23 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 7 & 6 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \\ 80 & 30 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 12 & 8 \\ 1 & 2 & -1 \\ 80 & 30 & 20 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 20 & 7 \\ 1 & 30 & 5 \\ 2 & 60 & 9 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 20 & -2 & 7 \\ 30 & 1 & 5 \\ 60 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -2 & 20 & 7 \\ 1 & 30 & 5 \\ 2 & 60 & 9 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} -2 & 22 & 7 \\ 1 & 29 & 5 \\ 2 & 58 & 9 \end{bmatrix}.$$

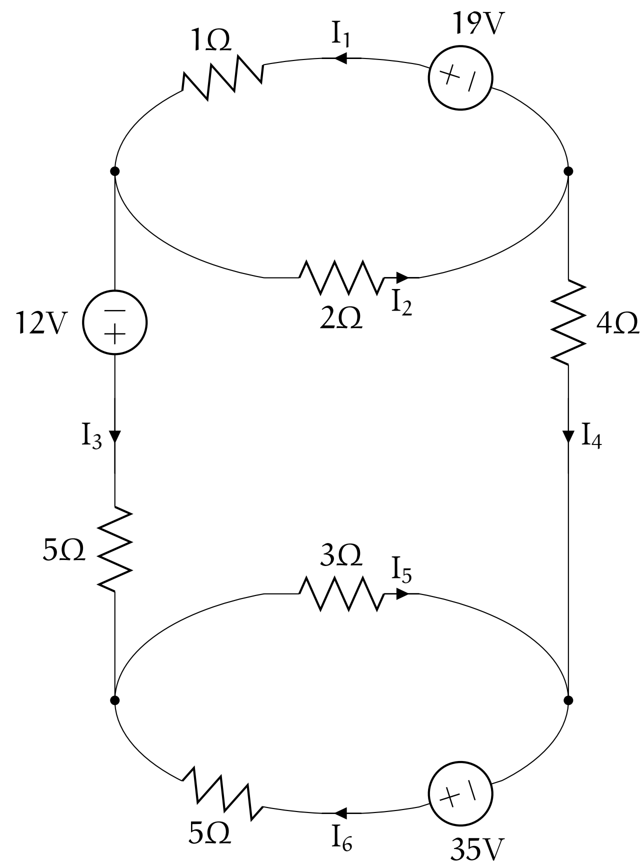
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 7 \\ -4 & 4 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 7 \\ -4 & 4 & 1 & -2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -3 & -6 \\ 1 & -7 & 8 & 0 \\ -1 & -8 & 7 & 5 \\ -9 & 2 & -5 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & 3 & -3 & -2 \\ 5 & -9 & -4 & 2 \\ -7 & -8 & 1 & 0 \\ 9 & -6 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -5 & -1 & -3 & -4 \\ 1 & -2 & -8 & 8 \\ 6 & 2 & -9 & 0 \\ -7 & -6 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -1 & -3 & -4 \\ -7 & -6 & 5 & 4 \\ 1 & -2 & -8 & 8 \\ 6 & 2 & -9 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 7 & 9 & -8 \\ 5 & -4 & -6 & -1 \\ -3 & -9 & -2 & 3 \\ 6 & 8 & 4 & 1 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -8 & 9 & -5 & 7 \\ -1 & -6 & 5 & -4 \\ 3 & -2 & -3 & -9 \\ 1 & 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 6 \\ 12 & 6 & -7 & 10 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 6 \\ 12 & 6 & -7 & 10 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -8 & 0 & 5 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & -4 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 0 & -2 & 7 & 9 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -7 & -1 \\ 0 & -4 & 1 & 0 & 4 & 9 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 28 PAJ.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \ E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ E_3 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 7 & -1 \\ 20 & 50 & 70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 7 & -1 \\ 16 & 54 & 68 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 7 & -1 \\ 20 & 50 & 70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 20 & 50 & 70 \\ 4 & 7 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 60 & 2 \\ -6 & 70 & -2 \\ 8 & 20 & 1 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 5 & 54 & 2 \\ -6 & 76 & -2 \\ 8 & 17 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 5 & 60 & 2 \\ -6 & 70 & -2 \\ 8 & 20 & 1 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 5 & 60 & -8 \\ -6 & 70 & 8 \\ 8 & 20 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

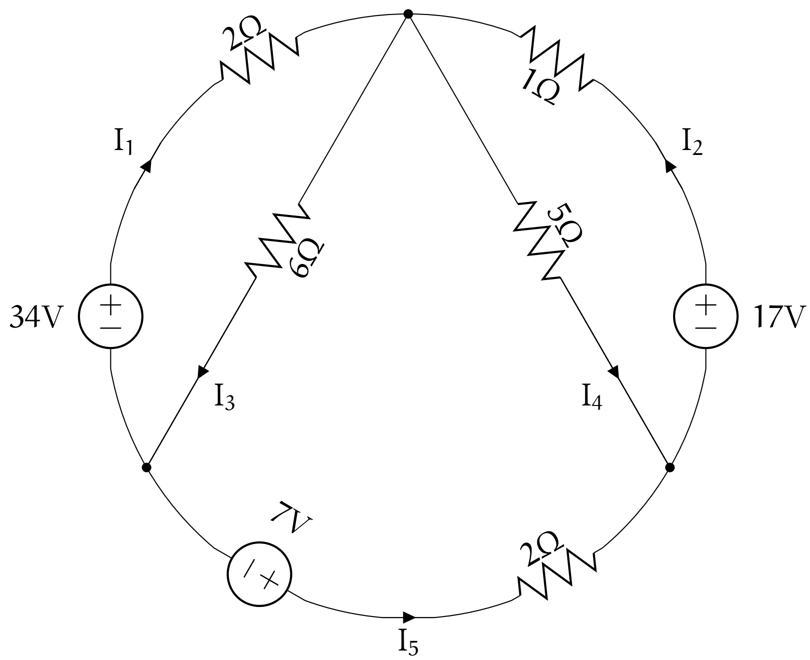
Ejercicio 4. *2 %.*

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*

Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & 8 & 2 & 8 \\ -2 & -7 & -2 & -5 \\ 1 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & 8 & 2 & 8 \\ -2 & -7 & -2 & -5 \\ 1 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -5 & -9 & 8 & 7 \\ 3 & 5 & -1 & 2 \\ -4 & 4 & 1 & -8 \\ 0 & 9 & -2 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 1 & -5 \\ -6 & -8 & -2 & -7 \\ -3 & 5 & 7 & 0 \\ 3 & -4 & 4 & -9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 8 \\ 2 & 7 & 5 & -4 \\ -9 & 4 & -2 & -3 \\ -8 & -7 & 9 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 8 \\ -9 & 4 & -2 & -3 \\ -8 & -7 & 9 & -1 \\ 2 & 7 & 5 & -4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 & -4 & -7 \\ -1 & 5 & -5 & 8 \\ -9 & 3 & -6 & -2 \\ 1 & -8 & 9 & 7 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -7 & 6 \\ 5 & -5 & 8 & -1 \\ 3 & -6 & -2 & -9 \\ -8 & 9 & 7 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 10 & 2 & 0 \\ 4 & 15 & 9 & 9 \\ -1 & -15 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 10 & 2 & 0 \\ 4 & 15 & 9 & 9 \\ -1 & -15 & 5 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -6 & 2 & -3 & 4 & 9 & 8 \\ 0 & 4 & -7 & -8 & 0 & 9 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 7 & -5 \\ 0 & -7 & 0 & -2 & 6 & -1 \\ 0 & 9 & 2 & 7 & -1 & 5 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 29 PPF.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 9 & 8 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 50 & 70 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 8 & -2 \\ 50 & 70 & 20 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 9 & 8 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 50 & 70 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 8 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 52 & 66 & 18 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 30 & 5 \\ 2 & 60 & 7 \\ -2 & 50 & -5 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 4 & 30 & 5 \\ 8 & 60 & 7 \\ -8 & 50 & -5 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 1 & 30 & 5 \\ 2 & 60 & 7 \\ -2 & 50 & -5 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 1 & 29 & 5 \\ 2 & 58 & 7 \\ -2 & 52 & -5 \end{bmatrix}.$$

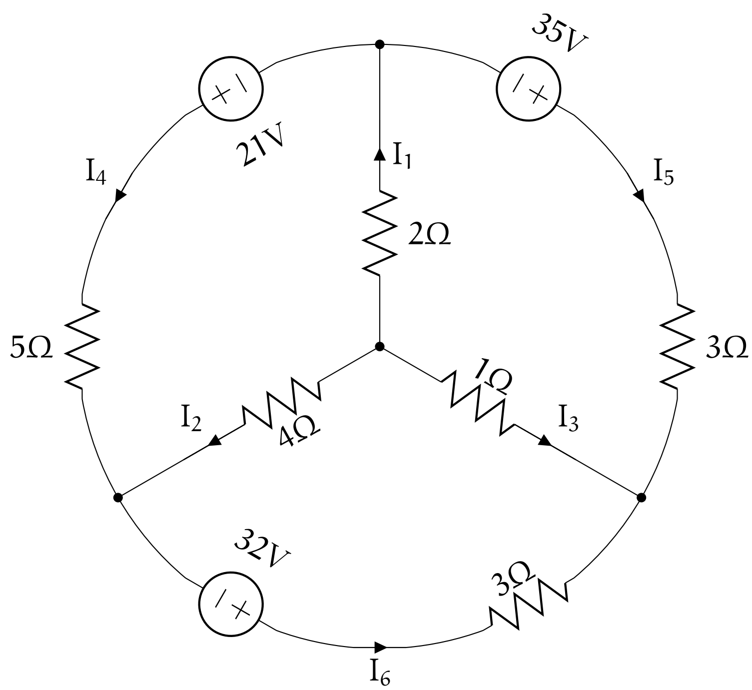
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & -4 & -2 \\ -3 & 1 & 6 & 2 \\ 3 & 8 & -8 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 & -4 & -2 \\ -3 & 1 & 6 & 2 \\ 3 & 8 & -8 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 8 & -9 & -5 \\ -4 & -1 & -3 & -8 \\ 9 & -2 & 7 & 3 \\ -6 & 1 & 4 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 & -3 \\ 0 & -7 & -9 & -5 \\ 9 & -8 & 8 & 7 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -8 & 9 & -7 & -6 \\ 0 & -5 & 1 & 5 \\ -9 & -2 & 6 & -3 \\ -1 & 8 & 2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 1 & 5 \\ -1 & 8 & 2 & -4 \\ -8 & 9 & -7 & -6 \\ -9 & -2 & 6 & -3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & -9 & 2 \\ 7 & 1 & -4 & 5 \\ -7 & -6 & -3 & 4 \\ -2 & 8 & 6 & -8 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 3 & -9 & 0 & 2 \\ 1 & -4 & 7 & 5 \\ -6 & -3 & -7 & 4 \\ 8 & 6 & -2 & -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 6 & 1 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 6 & 1 & 5 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 6 & -3 & -3 & 1 & -9 & -9 \\ 0 & -5 & 4 & -7 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 5 & 4 & -2 \\ 0 & -8 & 3 & 5 & 8 & 0 \\ 0 & 9 & 4 & 4 & 5 & 0 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 30 PSMA.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 9 & -3 & 8 \\ 80 & 20 & 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 9 & -3 & 8 \\ 74 & 17 & 46 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 9 & -3 & 8 \\ 80 & 20 & 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80 & 20 & 40 \\ 9 & -3 & 8 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 40 & 9 & 2 \\ 20 & 7 & -1 \\ 80 & 5 & -2 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 40 & 18 & 2 \\ 20 & 14 & -1 \\ 80 & 10 & -2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 40 & 9 & 2 \\ 20 & 7 & -1 \\ 80 & 5 & -2 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 36 & 9 & 2 \\ 22 & 7 & -1 \\ 84 & 5 & -2 \end{bmatrix}.$$

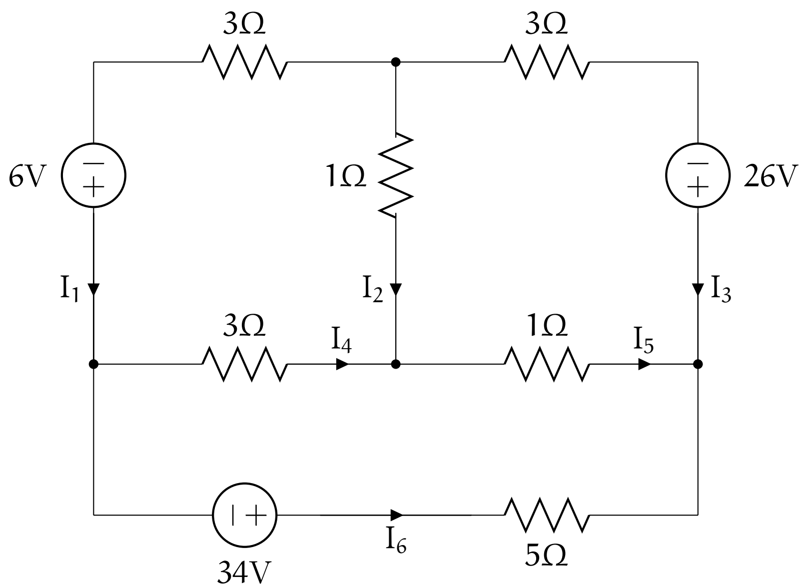
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \dots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ -6 & -6 & -4 & -7 \\ 2 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ -6 & -6 & -4 & -7 \\ 2 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -4 & -7 & 8 & 4 \\ 3 & -2 & -5 & -9 \\ -1 & 6 & -8 & -6 \\ 7 & -3 & 5 & 9 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -8 & 3 & 4 & -9 \\ -7 & 1 & 8 & 2 \\ 7 & 0 & 5 & 6 \\ -5 & -2 & 9 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 9 & -2 & -3 & -1 \\ 8 & -9 & -5 & -4 \\ 5 & 4 & -7 & 7 \\ 3 & 0 & 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 6 & 1 \\ 9 & -2 & -3 & -1 \\ 5 & 4 & -7 & 7 \\ 8 & -9 & -5 & -4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 9 & -9 & 8 \\ -5 & 6 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & -7 \\ -2 & -3 & -4 & -6 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 8 & -8 & -9 & 9 \\ 0 & -5 & 4 & 6 \\ -7 & 1 & 5 & 2 \\ -6 & -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 & -1 \\ 9 & 3 & 9 & -6 \\ 15 & 6 & 15 & -9 \\ 6 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 & -1 \\ 9 & 3 & 9 & -6 \\ 15 & 6 & 15 & -9 \\ 6 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} 5 & 9 & -3 & -9 & 5 & -2 \\ 0 & 4 & 4 & 8 & 0 & 9 \\ 0 & -8 & -4 & 5 & 5 & 9 \\ 0 & -9 & -9 & -3 & 5 & -8 \\ 0 & 2 & 0 & 9 & 4 & 7 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 31 RMAH.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 5 & 9 & 3 \\ 50 & 80 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 5 & 9 & 3 \\ 52 & 79 & 21 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 5 & 9 & 3 \\ 50 & 80 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 4 & -4 \\ 5 & 9 & 3 \\ 50 & 80 & 20 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 60 & 8 & 2 \\ 30 & 4 & -2 \\ 40 & -5 & 1 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 66 & 8 & 2 \\ 24 & 4 & -2 \\ 43 & -5 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 60 & 8 & 2 \\ 30 & 4 & -2 \\ 40 & -5 & 1 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 8 & 60 & 2 \\ 4 & 30 & -2 \\ -5 & 40 & 1 \end{bmatrix}.$$

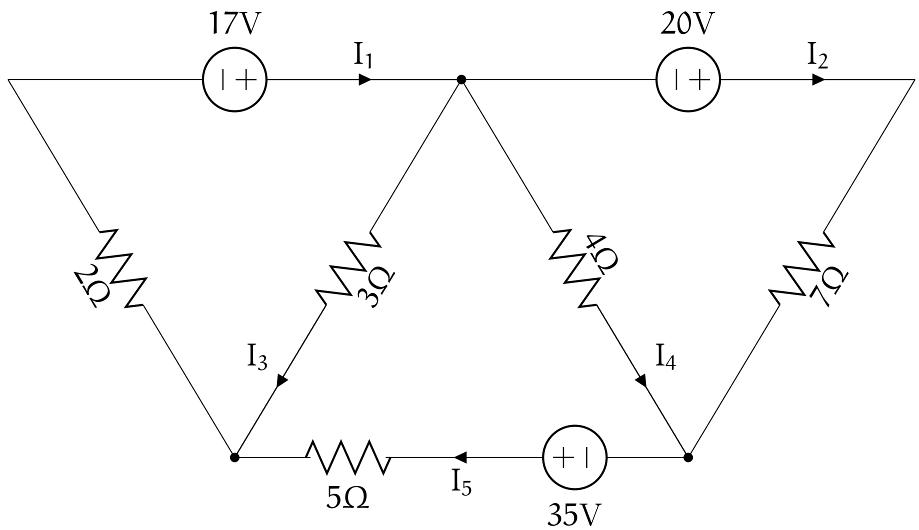
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 & 4 \\ -4 & -4 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & 4 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 & 4 \\ -4 & -4 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & 4 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 9 & 2 & -1 & -5 \\ -4 & -6 & 8 & -3 \\ -7 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & -8 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 5 & 8 \\ -7 & -6 & -2 & -4 \\ -9 & -5 & 4 & 1 \\ 9 & 7 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 7 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & 5 & -7 \\ -6 & 2 & -5 & 8 \\ 4 & 9 & -1 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 9 & -1 & -9 \\ -6 & 2 & -5 & 8 \\ 7 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & 5 & -7 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -2 & -7 & 4 \\ 8 & -4 & 9 & 3 \\ 7 & 0 & -5 & -1 \\ -8 & 2 & -9 & 5 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -7 & -6 \\ -4 & 3 & 9 & 8 \\ 0 & -1 & -5 & 7 \\ 2 & 5 & -9 & -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 & 2 \\ -4 & -3 & 2 & 3 \\ -12 & 1 & 8 & 12 \\ -4 & 7 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 & 2 \\ -4 & -3 & 2 & 3 \\ -12 & 1 & 8 & 12 \\ -4 & 7 & 1 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} -9 & 4 & -8 & 2 & 6 & -2 \\ 0 & 2 & -3 & -8 & -3 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & 8 & -2 & 9 \\ 0 & -7 & -6 & 7 & 9 & -7 \\ 0 & 5 & 3 & 2 & 6 & -7 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 32 RPAA.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 30 & 80 & 60 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 8 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 & 74 & 63 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 8 & -9 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 30 & 80 & 60 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 8 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 80 & 60 \\ 1 & 2 & -1 \\ 8 & 16 & -18 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 80 \\ 6 & -2 & 60 \\ 9 & -1 & 20 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 80 \\ -2 & 6 & 60 \\ -1 & 9 & 20 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 3 & 2 & 80 \\ 6 & -2 & 60 \\ 9 & -1 & 20 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 84 \\ 6 & -2 & 56 \\ 9 & -1 & 18 \end{bmatrix}.$$

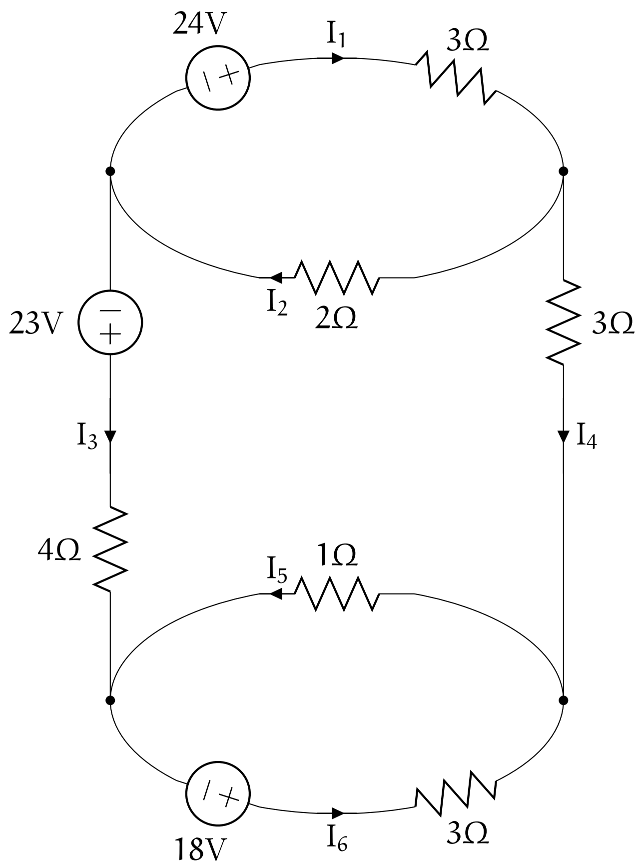
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 12 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 & 2 \\ 2 & 3 & 8 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 & 2 \\ 2 & 3 & 8 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -8 & 4 & -5 & 6 \\ -1 & 7 & -9 & 9 \\ 1 & 5 & -2 & 2 \\ -4 & 8 & 3 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -7 & 3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 & -9 \\ 2 & -1 & 9 & -5 \\ 7 & -8 & -6 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 8 & 3 & 5 & -9 \\ -4 & -2 & -5 & 1 \\ 4 & -8 & -6 & 9 \\ -7 & -3 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -2 & -5 & 1 \\ 4 & -8 & -6 & 9 \\ -7 & -3 & 0 & 2 \\ 8 & 3 & 5 & -9 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -5 & 1 & 8 \\ 4 & -1 & 9 & -3 \\ 2 & -4 & 5 & -6 \\ 6 & -7 & -8 & -2 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 8 & -5 & 0 \\ 9 & -3 & -1 & 4 \\ 5 & -6 & -4 & 2 \\ -8 & -2 & -7 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 3 & 4 \\ 15 & 9 & 9 & 8 \\ 5 & 1 & 6 & 9 \\ -5 & 1 & -14 & -15 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 3 & 4 \\ 15 & 9 & 9 & 8 \\ 5 & 1 & 6 & 9 \\ -5 & 1 & -14 & -15 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -3 & 4 & 0 & -9 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & -3 & -7 \\ 0 & 4 & -6 & -7 & -6 & 2 \\ 0 & -6 & 2 & 1 & -4 & -9 \\ 0 & 8 & 0 & 4 & 6 & -7 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 33 RGJ.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 30 & 60 & 20 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 \\ -1 & 1 & -2 \\ 30 & 60 & 20 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 30 & 60 & 20 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 27 & 63 & 14 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 20 & 8 & 2 \\ 60 & 4 & -1 \\ 50 & -2 & 1 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 24 & 8 & 2 \\ 58 & 4 & -1 \\ 52 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 20 & 8 & 2 \\ 60 & 4 & -1 \\ 50 & -2 & 1 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 20 & 8 & 8 \\ 60 & 4 & -4 \\ 50 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

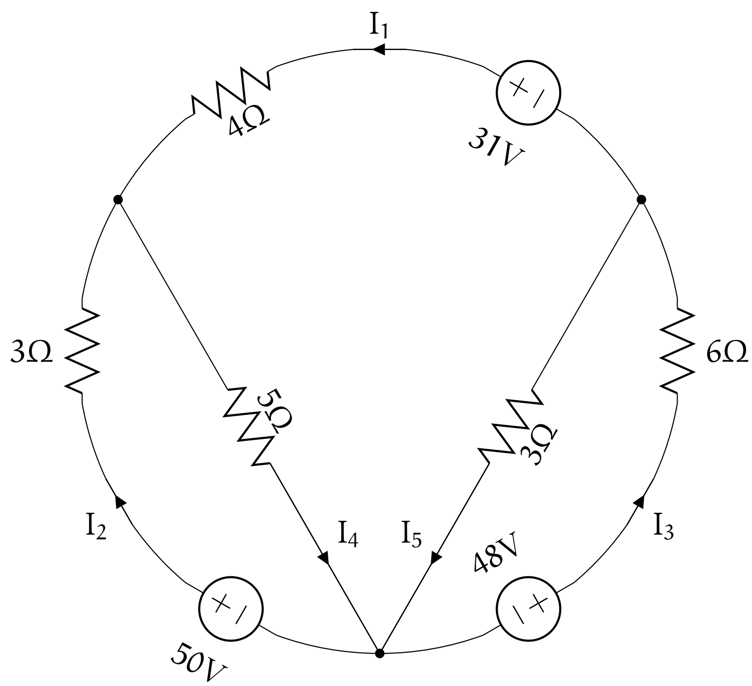
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 4 & -1 \\ -4 & 5 & 7 & 2 \\ 8 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 4 & -1 \\ -4 & 5 & 7 & 2 \\ 8 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 5 & -5 & -6 & 4 \\ -4 & -3 & 3 & 7 \\ 1 & -2 & -8 & 0 \\ -7 & 9 & 2 & 8 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 4 & 8 \\ -1 & -8 & 1 & 0 \\ -3 & 6 & 5 & 9 \\ -6 & -5 & -9 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 4 & 8 & -5 & -7 \\ 1 & 2 & 7 & 3 \\ -9 & -3 & 0 & -6 \\ -2 & -4 & -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -3 & 0 & -6 \\ 4 & 8 & -5 & -7 \\ 1 & 2 & 7 & 3 \\ -2 & -4 & -1 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -6 & -9 \\ -7 & 9 & -5 & 6 \\ -4 & 2 & 5 & -1 \\ 0 & 4 & -8 & 3 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -3 & -9 & -6 & 1 \\ 9 & 6 & -5 & -7 \\ 2 & -1 & 5 & -4 \\ 4 & 3 & -8 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 14 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 14 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 5 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -9 & 1 & 7 & 3 & 0 & -6 \\ 0 & -2 & -3 & -5 & -8 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & -5 & -3 & 1 & 9 \\ 0 & 9 & -4 & 2 & -4 & -4 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 34 SCOR.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 8 & 5 & 1 \\ 20 & 70 & 50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 8 & 5 & 1 \\ 26 & 64 & 47 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 8 & 5 & 1 \\ 20 & 70 & 50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 & -3 \\ 8 & 5 & 1 \\ 20 & 70 & 50 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -9 & -2 & 50 \\ 3 & 2 & 30 \\ 4 & 1 & 60 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 50 & -2 & -9 \\ 30 & 2 & 3 \\ 60 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -9 & -2 & 50 \\ 3 & 2 & 30 \\ 4 & 1 & 60 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} -9 & -2 & 52 \\ 3 & 2 & 28 \\ 4 & 1 & 59 \end{bmatrix}.$$

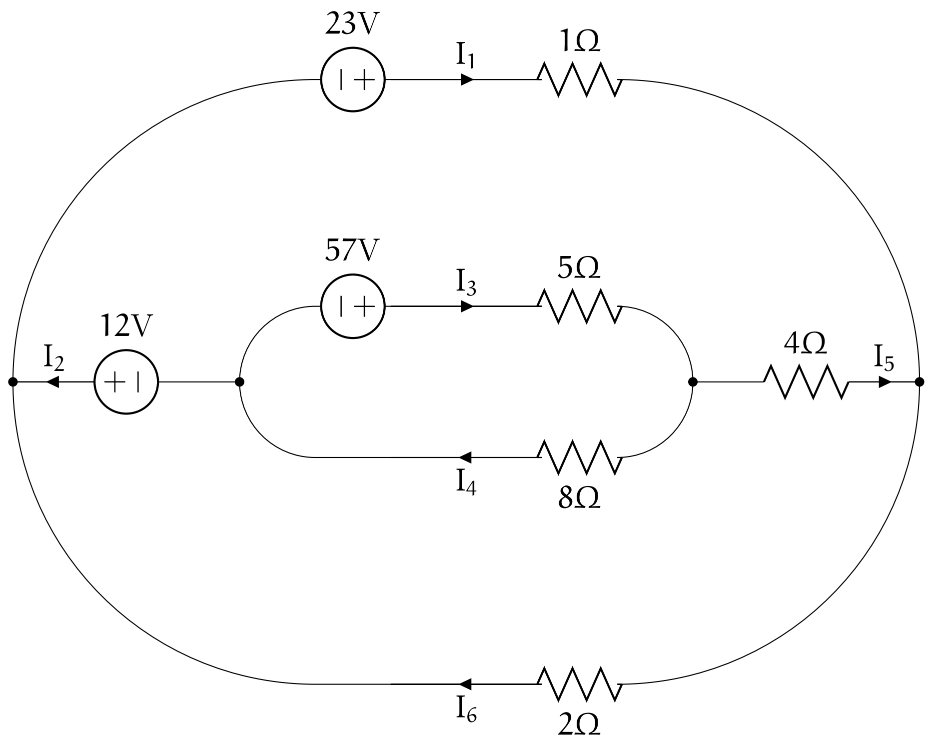
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 3 \\ 2 & -3 & 6 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & 3 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 3 \\ 2 & -3 & 6 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & 3 & 7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 8 & -4 & 9 & -5 \\ -2 & -6 & -7 & 4 \\ -9 & 0 & 7 & 2 \\ -8 & 5 & -1 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & 4 & -6 & 8 \\ 6 & 5 & -9 & -3 \\ -7 & 3 & 1 & -5 \\ -4 & -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -4 & 5 & -9 & -3 \\ -1 & 2 & 6 & -2 \\ 3 & -7 & 4 & -5 \\ 9 & 0 & 7 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 4 & -5 \\ -4 & 5 & -9 & -3 \\ 9 & 0 & 7 & -6 \\ -1 & 2 & 6 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 1 & -6 & 4 \\ -9 & -1 & -3 & -4 \\ 5 & 9 & -5 & 8 \\ 7 & -7 & 0 & 2 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -8 & -6 \\ -4 & -1 & -9 & -3 \\ 8 & 9 & 5 & -5 \\ 2 & -7 & 7 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 3 & 6 \\ 6 & 5 & 6 & 5 \\ -9 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 3 & 6 \\ 6 & 5 & 6 & 5 \\ -9 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} 8 & -3 & 1 & 9 & -8 & 3 \\ 0 & -3 & -3 & 2 & -6 & -8 \\ 0 & -5 & 5 & -5 & 3 & -4 \\ 0 & -7 & -4 & -2 & -6 & -9 \\ 0 & -8 & 7 & 3 & 8 & 9 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 35 VCI.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 6 & 4 & 9 \\ 30 & 50 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 9 \\ -2 & 1 & -1 \\ 30 & 50 & 60 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 6 & 4 & 9 \\ 30 & 50 & 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 6 & 4 & 9 \\ 34 & 48 & 62 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 70 & 2 \\ 7 & 40 & -1 \\ 6 & 50 & 1 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} -9 & 64 & 2 \\ 7 & 43 & -1 \\ 6 & 47 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -9 & 70 & 2 \\ 7 & 40 & -1 \\ 6 & 50 & 1 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} -9 & 70 & -4 \\ 7 & 40 & 2 \\ 6 & 50 & -2 \end{bmatrix}.$$

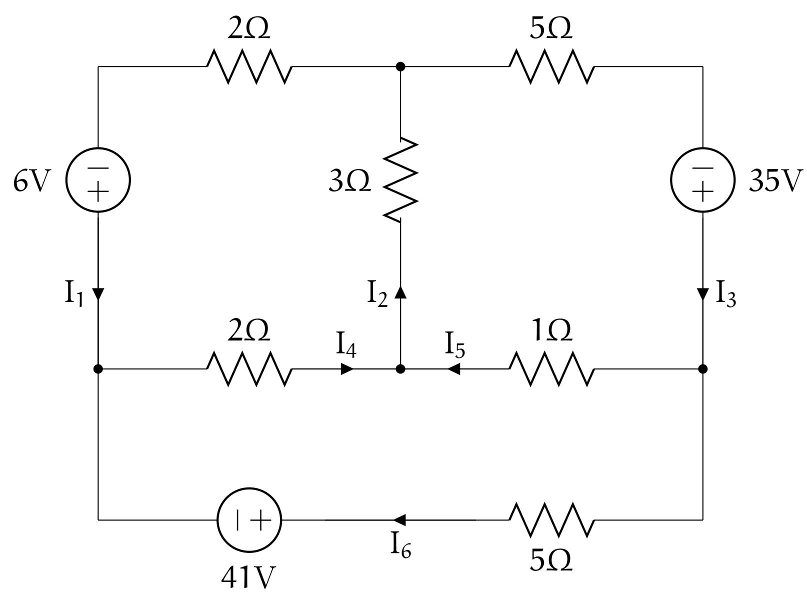
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 3 & -1 \\ 4 & 7 & 3 & 4 \\ -4 & 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 3 & -1 \\ 4 & 7 & 3 & 4 \\ -4 & 5 & -1 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 8 & -4 & -7 & -8 \\ 4 & -1 & -3 & -9 \\ 9 & 5 & 6 & 1 \\ -6 & -5 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -2 & 8 \\ -1 & -4 & -5 & 9 \\ 5 & -8 & 3 & -3 \\ 4 & -6 & -9 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 2 & 8 & -1 & 1 \\ -8 & -2 & 3 & -7 \\ 6 & -3 & -4 & 5 \\ 7 & -6 & -9 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 & -4 & 5 \\ 7 & -6 & -9 & 4 \\ -8 & -2 & 3 & -7 \\ 2 & 8 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & -7 & -5 \\ -9 & -3 & 9 & -1 \\ 0 & 3 & -4 & 2 \\ 4 & 8 & -8 & -6 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -5 & 6 & 5 & -7 \\ -1 & -3 & -9 & 9 \\ 2 & 3 & 0 & -4 \\ -6 & 8 & 4 & -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 & 5 \\ -2 & 2 & 5 & 3 \\ -8 & 7 & 15 & 9 \\ -8 & 5 & 10 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 & 5 \\ -2 & 2 & 5 & 3 \\ -8 & 7 & 15 & 9 \\ -8 & 5 & 10 & -4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -2 & 9 & 0 & 3 & -1 & -8 \\ 0 & -1 & -3 & 6 & 5 & 7 \\ 0 & -6 & -3 & 3 & 3 & 8 \\ 0 & 9 & -5 & -6 & -2 & -7 \\ 0 & 5 & 9 & -3 & -8 & 8 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 36 ZGC.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 5 & 4 & 9 \\ 1 & -2 & -1 \\ 60 & 70 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 9 \\ 60 & 70 & 20 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 5 & 4 & 9 \\ 1 & -2 & -1 \\ 60 & 70 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 9 \\ 1 & -2 & -1 \\ 62 & 66 & 18 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 20 & 2 \\ -9 & 70 & -1 \\ 7 & 40 & 1 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 9 & 26 & 2 \\ -9 & 67 & -1 \\ 7 & 43 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 9 & 20 & 2 \\ -9 & 70 & -1 \\ 7 & 40 & 1 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 9 & 20 & 4 \\ -9 & 70 & -2 \\ 7 & 40 & 2 \end{bmatrix}.$$

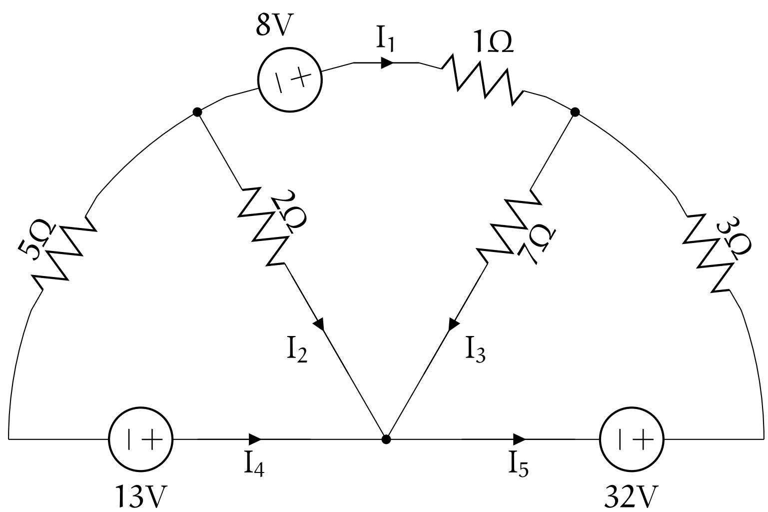
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y A^{-1} como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \dots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & 3 & -4 \\ 2 & 6 & -1 & 1 \\ 1 & -7 & 3 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & 3 & -4 \\ 2 & 6 & -1 & 1 \\ 1 & -7 & 3 & 8 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 3 & 9 & -3 & -8 \\ -2 & 0 & -1 & -9 \\ -4 & -7 & 7 & 1 \\ 5 & 2 & -5 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -8 & -9 & 1 \\ -6 & -2 & -7 & 7 \\ 2 & 5 & 6 & 4 \\ -5 & -4 & -3 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -7 & 2 & -2 & 1 \\ 7 & 9 & -3 & 0 \\ -1 & 5 & -6 & 3 \\ -5 & -8 & -9 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 9 & -3 & 0 \\ -1 & 5 & -6 & 3 \\ -7 & 2 & -2 & 1 \\ -5 & -8 & -9 & 8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & -5 & 1 \\ -3 & -8 & 3 & -6 \\ 8 & -4 & 5 & 0 \\ -7 & -1 & 9 & 4 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -2 & -5 \\ -3 & -6 & -8 & 3 \\ 8 & 0 & -4 & 5 \\ -7 & 4 & -1 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -4 & 2 \\ 5 & 8 & -8 & 14 \\ 1 & 6 & -4 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -4 & 2 \\ 5 & 8 & -8 & 14 \\ 1 & 6 & -4 & 9 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{rrrrr|r} -8 & -3 & -4 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -7 & -2 & -5 \\ 0 & -3 & 2 & -3 & 0 & -8 \\ 0 & 5 & 1 & 7 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 8 & 4 \end{array}\right].$$

Engrape aquí
No doble

Tarea 2. Variante 37 DMV.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} -4 & 7 & 9 \\ 2 & -1 & 1 \\ 80 & 30 & 70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 21 & 27 \\ 2 & -1 & 1 \\ 80 & 30 & 70 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} -4 & 7 & 9 \\ 2 & -1 & 1 \\ 80 & 30 & 70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 7 & 9 \\ 2 & -1 & 1 \\ 82 & 29 & 71 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 80 & 7 & 1 \\ 20 & 6 & 2 \\ 40 & -6 & -2 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 78 & 7 & 1 \\ 16 & 6 & 2 \\ 44 & -6 & -2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 80 & 7 & 1 \\ 20 & 6 & 2 \\ 40 & -6 & -2 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 80 & 1 & 7 \\ 20 & 2 & 6 \\ 40 & -2 & -6 \end{bmatrix}.$$

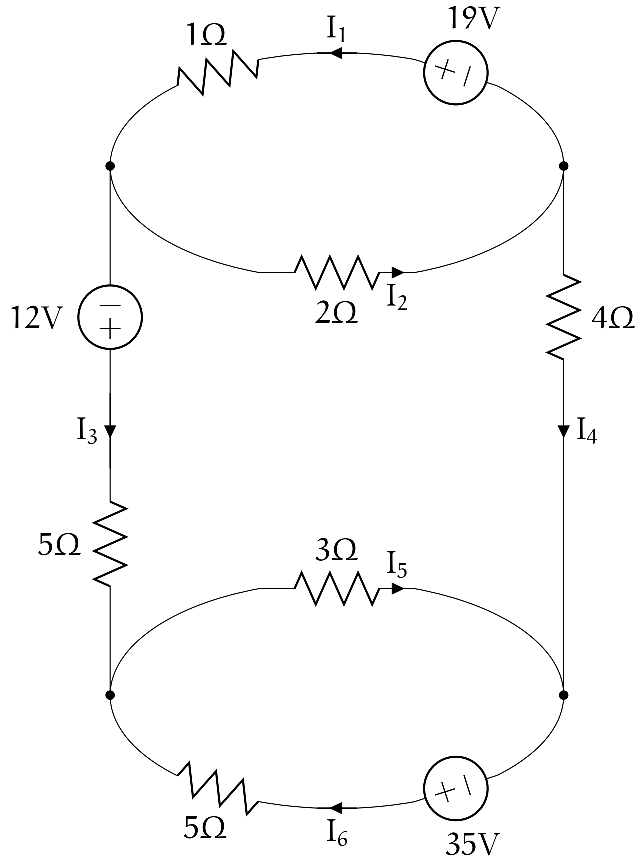
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y $\mathbf{A^{-1}}$ como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \dots, I_6$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 8 & 3 & 5 \\ 8 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & 6 & 3 & 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 8 & 3 & 5 \\ 8 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & 6 & 3 & 8 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \\ -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 & -8 \\ -2 & -1 & -6 & 3 \\ 8 & 9 & 4 & 6 \\ -5 & 7 & -3 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -9 & -7 & -3 & -8 \\ 3 & 9 & -6 & 1 \\ -1 & 0 & 8 & 2 \\ 4 & 6 & -4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} 6 & 5 & 7 & 8 \\ -4 & -6 & -3 & -8 \\ -2 & -1 & -5 & -9 \\ -7 & 9 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -5 & -9 \\ 6 & 5 & 7 & 8 \\ -7 & 9 & 2 & 0 \\ -4 & -6 & -3 & -8 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 4 & -4 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -7 \\ 7 & 1 & 6 & -2 \\ -6 & 8 & -5 & -3 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -9 & 3 & 4 & -4 \\ 0 & -7 & -1 & 2 \\ 7 & -2 & 1 & 6 \\ -6 & -3 & 8 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & -5 & -5 \\ 4 & 13 & 10 & 10 \\ 12 & 13 & -13 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & -5 & -5 \\ 4 & 13 & 10 & 10 \\ 12 & 13 & -13 & -5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} -5 & 1 & 2 & 0 & -9 & -8 \\ 0 & -5 & 5 & -9 & -9 & 6 \\ 0 & 4 & -1 & -3 & 0 & -7 \\ 0 & 7 & 6 & 9 & -4 & 9 \\ 0 & 9 & 0 & 5 & -5 & 6 \end{array}\right].$$

Tarea 2. Variante 38.
Métodos numéricos I, Ingeniería matemática.

Matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

Nombre: Calificación (%):

Ejercicio 1. *1 %.*
Calcule los productos E_1A, AE_1, E_2A, AE_2, E_3A y AE_3. Indique a qué operación elemental corresponde cada una de estas multiplicaciones.

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Encuentre matrices elementales E_1, E_2, E_3 y E_4 que satisfagan las siguientes igualdades. Además escriba sus inversas E_1^{-1}, E_2^{-1}, E_3^{-1} y E_4^{-1}.

$$E_1 \begin{bmatrix} 9 & 3 & 5 \\ 70 & 30 & 80 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 5 \\ 68 & 29 & 82 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad E_2 \begin{bmatrix} 9 & 3 & 5 \\ 70 & 30 & 80 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -27 & -9 & -15 \\ 70 & 30 & 80 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 20 & 1 & -7 \\ 60 & -1 & 4 \\ 30 & 2 & 7 \end{bmatrix} E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 20 & -7 \\ -1 & 60 & 4 \\ 2 & 30 & 7 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 20 & 1 & -7 \\ 60 & -1 & 4 \\ 30 & 2 & 7 \end{bmatrix} E_4 = \begin{bmatrix} 18 & 1 & -7 \\ 62 & -1 & 4 \\ 26 & 2 & 7 \end{bmatrix}.$$

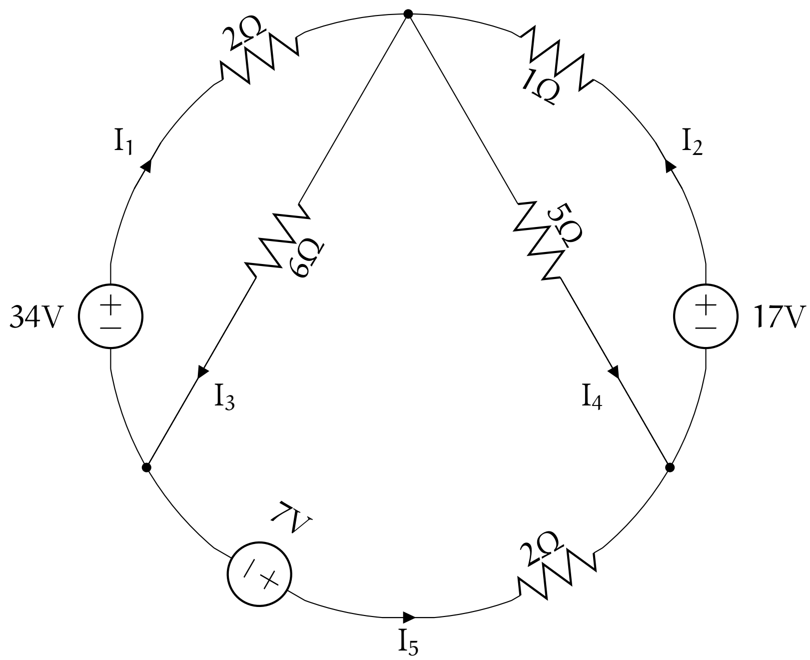
Ejercicio 3. *2 %.*
Aplicando operaciones elementales por renglones transforme la matriz dada A en la matriz identidad. Basándose en la secuencia de las operaciones elementales aplicadas en este proceso **escriba las matrices A y $\mathbf{A^{-1}}$ como productos de matrices elementales**. Para la comprobación calcule la matriz A^{-1} a partir de su descomposición en matrices elementales, luego multiplique A por A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 4. *2 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *5 %.*
Determine las corrientes $I_1, \ldots, I_5$ de la siguiente red, usando las leyes de Kirchhoff y Ohm, y haga la comprobación. Puede resolver el sistema de ecuaciones lineales con ayuda de algún programa.



Ejercicio 6. *2 %.*
Construya la **factorización LU** de la matriz A. Haga la comprobación de la igualdad $A = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 & 2 \\ -6 & 7 & 5 & 2 \\ -2 & 1 & 8 & 3 \\ -6 & 8 & 2 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *1 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización LU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 & 2 \\ -6 & 7 & 5 & 2 \\ -2 & 1 & 8 & 3 \\ -6 & 8 & 2 & -7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la permutación $\psi = \varphi^{-1}$, las matrices P_φ y P_ψ de las permutaciones φ y ψ, y los productos $P_\varphi A$, AP_φ, $P_\psi B$ y BP_ψ.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & 6 & -4 \\ 7 & 1 & -9 & -2 \\ -3 & -7 & -1 & 3 \\ -6 & 2 & 9 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -6 & -9 & -5 \\ 8 & -4 & -3 & 2 \\ -7 & 7 & 5 & -2 \\ 4 & -8 & 3 & 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Encuentre las matrices de permutaciones P_φ y P_ψ que cumplan con las siguientes igualdades. Escriba las permutaciones correspondientes φ y ψ.

$$P_\varphi \begin{bmatrix} -5 & 1 & 8 & -1 \\ 7 & 5 & 0 & -8 \\ 2 & -7 & -9 & -4 \\ -6 & 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 0 & -8 \\ -6 & 3 & 4 & -2 \\ 2 & -7 & -9 & -4 \\ -5 & 1 & 8 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 8 & -8 & -5 \\ -9 & 0 & -1 & 5 \\ 7 & 6 & 9 & 4 \\ -3 & -7 & 1 & 2 \end{bmatrix} P_\psi = \begin{bmatrix} -8 & -4 & 8 & -5 \\ -1 & -9 & 0 & 5 \\ 9 & 7 & 6 & 4 \\ 1 & -3 & -7 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *3 %.*
Construya una **factorización PLU** de la matriz A Haga la comprobación de la igualdad $PA = LU$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -5 & 1 \\ 12 & 12 & 15 & -1 \\ 4 & 6 & 1 & -5 \\ 4 & 2 & 7 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *2 %.*
Resuelva el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** usando la **factorización PLU** obtenida en el problema anterior. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 & -4 & -5 & 1 \\ 12 & 12 & 15 & -1 \\ 4 & 6 & 1 & -5 \\ 4 & 2 & 7 & 7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *1 %.*
Está dada una matriz aumentada A después del primer paso de la eliminación de Gauss. Elija el pivote para el segundo paso aplicando varias estrategias de pivoteo:

I. Eliminación con pivotes diagonales (en otras palabras, sin pivoteo).

II. Pivoteo parcial.

III. Pivoteo parcial escalado.

Justifique las respuestas. No aplique las operaciones elementales, solamente indique el elemento pivote para cada una de las tres estrategias.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} -5 & -1 & -4 & -4 & 2 & -7 \\ 0 & -5 & -3 & 8 & -9 & 0 \\ 0 & -8 & -1 & -3 & -3 & -7 \\ 0 & -9 & 0 & 2 & -2 & -7 \\ 0 & 1 & 1 & -7 & 6 & -4 \end{array}\right].$$