

Tarea individual.

Aplicación de la interpolación polinomial

Agradezco al profesor Erick Lee Guzmán por la idea de esta tarea.

Objetivos. Aplicar varios métodos de la interpolación polinomial y de la interpolación polinomial segmentaria a la aproximación de curvas en el plano.

1. Ejemplo de interpolación de la gráfica de una función usando herramientas de Wolfram Mathematica.

```
(* Función original *)
```

```
f[x_] := 3 + Cos[x] - 2*Sin[2*x]
p0 = Plot[f[x], {x, -2, 6}, PlotLabel -> f[x]]
```

```
(* Nodos de interpolación *)
```

```
xs = {-2, -0.5, 1, 2.5, 4, 5.5}
vs = N[Map[f, xs]]
ps = Transpose[{xs, vs}]
ran = {{Min[xs] - 1, Max[xs] + 1}, {Min[vs] - 2, Max[vs] + 2}}
pp = ListPlot[ps, PlotMarkers -> {Automatic, Medium}, PlotRange -> ran]
Show[p0, pp]
```

```
(* Interpolación polinomial *)
```

```
f1[x_] := InterpolatingPolynomial[ps, x]
p1 = Plot[{f1[x], f[x]}, {x, Min[xs], Max[xs]}, PlotRange -> ran]
Show[p1, pp]
```

```
(* Interpolación segmentaria lineal *)
```

```
f2 = Interpolation[ps, InterpolationOrder -> 1];
p2 = Plot[{f2[x], f[x]}, {x, Min[xs], Max[xs]}, PlotRange -> ran]
Show[p2, pp]
```

```
(* Interpolación segmentaria cúbica *)
```

```
f3 = Interpolation[ps, InterpolationOrder -> 3, Method -> "Spline"];
p3 = Plot[{f3[x], f[x]}, {x, Min[xs], Max[xs]}, PlotRange -> ran]
Show[p3, pp]
```

2. Ejemplo de interpolación de una curva usando herramientas de Wolfram Mathematica.

```
(* Datos iniciales *)
```

```
as = {2, 1, 3, 5, 6}
bs = {5, 3, 1, 1.5, 2}
cs = Transpose[{as, bs}]
ran = {{Min[as] - 1, Max[as] + 1}, {0, 8}}
pp = ListPlot[cs, PlotMarkers -> {Automatic, Medium}, PlotRange -> ran]
n = Length[as]
```

```
(* Interpolación polinomial *)
```

```
fa1[t_] := InterpolatingPolynomial[as, t]
fb1[t_] := InterpolatingPolynomial[bs, t]
p1 = ParametricPlot[{fa1[t], fb1[t]}, {t, 1, n}, PlotRange -> ran]
Show[pp, p1]
```

```
(* Interpolación segmentaria lineal *)
```

```
fa2 = Interpolation[as, InterpolationOrder -> 1];
fb2 = Interpolation[bs, InterpolationOrder -> 1];
p2 = ParametricPlot[{fa2[t], fb2[t]}, {t, 1, n}, PlotRange -> ran]
Show[pp, p2]
```

```
(* Interpolación segmentaria cúbica *)
```

```
fa3 = Interpolation[as, InterpolationOrder -> 3, Method -> "Spline"];
fb3 = Interpolation[bs, InterpolationOrder -> 3, Method -> "Spline"];
p3 = ParametricPlot[{fa3[t], fb3[t]}, {t, 1, n}, PlotRange -> ran]
Show[pp, p3]
```

En vez de las herramientas de Wolfram Mathematica sería mejor usar sus propias funciones que realizan los algoritmos de interpolación.

3. La tarea es individual. Cada estudiante tiene que hacer sus propios dibujos y entregar su propia solución.

4. Como guardar los resultados. Los resultados de esta tarea son archivos (imágenes) en formato pdf (Portable Document Format). Todos los archivos deben tener nombres en forma `Surnames_???.pdf`. Aquí `Surnames` son los apellidos del estudiante. La parte `???` corresponde a la parte de la tarea y se explica a continuación. Hay que separar los apellidos con un guión bajo y omitir acentos. Ejemplos:

`Sanchez_Ramirez,` `Cortes_De_La_Cruz.`

5. Parte I: Función. Elija un intervalo $[a, b]$ del eje real y componga una función continua $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ de tal manera que se cumplan las siguientes condiciones:

1. La longitud del intervalo $[a, b]$ debe ser entre 5 y 15: $5 \leq b - a \leq 15$.
2. La función f debe estar definida a través de una fórmula analítica, por ejemplo,

$$f(x) = -(\cos(x) - 0.5x - 0.2 \sin(2x)) \cdot \arctan(x).$$

3. La diferencia entre el valor máximo y el mínimo de la función f debe ser un número entre 5 y 15:

$$5 \leq \max_{x \in [a, b]} f(x) - \min_{x \in [a, b]} f(x) \leq 15.$$

4. La función f debe tener 2 o 3 máximos locales y 2 o 3 mínimos locales. Explicación: las funciones que tienen muchos máximos y mínimos se aproximan mal con la interpolación polinomial.

Todas estas propiedades se verifican fácilmente con la gráfica de f . Al componer una función f con dichas propiedades guarde su gráfica en el archivo `Surnames_graph0.pdf`. Escriba la fórmula de correspondencia de la función junto con la gráfica:

```
Plot[x * Sin[x], {x, -3, 3}, PlotLabel -> x * Sin[x]]
```

6. Interpolación de la función. Elija algunos puntos x_1, \dots, x_n en $[a, b]$ tales que $8 \leq n \leq 12$ y $a = x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$. Para la función f elegida construya la interpolación polinomial (usando las fórmulas de Lagrange, de Neville o de Newton), la interpolación segmentaria lineal y la interpolación segmentaria cúbica. No use parámetro. Dibuje las gráficas correspondientes junto con la función f y guárdelas en los archivos

Surnames_graph0.pdf, Surnames_graph1.pdf,
Surnames_graph2.pdf, Surnames_graph3.pdf.

Sugerencias: intente a elegir los puntos de interpolación cerca de los máximos y mínimos de la función. Si el polinomio interpolante difiere demasiado de la gráfica original, entonces puede mejorar el resultado agregando más nodos cerca de los extremos del intervalo.

7. Parte II: Dibujo. Haga en el papel milimétrico o en un editor de imágenes un dibujo. Es muy importante que las curvas del dibujo sean muy suaves. Si el dibujo original no es una curva suave, es obligatorio separarlo en varias curvas suaves, hacer la interpolación para cada una de estas, dibujar las curvas interpolantes por separado y luego juntar los resultados. Para cada una de las curvas suaves elija y marque los nodos, es decir los puntos de la curva que va a usar para la interpolación. Escriba en la computadora las coordenadas de los nodos. Puede entregar el dibujo original en forma electrónica (como archivo Surnames_drawing0.pdf) o en el papel milimétrico.

8. Interpolación del dibujo. Para cada una de las líneas suaves del dibujo construya las curvas interpolantes usando alguna parametrización. Se recomienda la parametrización trivial: las abscisas se consideran como una función del parámetro t que toma valores de 1 hasta n (el número de nodos); lo mismo para las ordenadas. Dibuje las gráficas de las curvas interpolantes con los nodos marcados y guardelas en los archivos

Surnames_drawing1.pdf, Surnames_drawing2.pdf, Surnames_drawing3.pdf.

Si el dibujo fue está formado por varias líneas suaves, se recomienda indicar de alguna manera la cantidad de estas líneas.

9. Parte III: Letra. Esta parte es similar a la parte II, pero en lugar de un dibujo hay que usar una letra caligráfica (que también debe estar formada por una o varias curvas suaves). Guarde los resultados en los archivos

Surnames_letter1.pdf, Surnames_letter2.pdf, Surnames_letter3.pdf.

10. ¿Cuándo y cómo entregar esta tarea?. Muestre los resultados al profesor en una clase de programación o envíelos al correo electrónico del profesor. La última fecha para enviar los archivos por correo es el lunes 2 de marzo de 2015.