Programación: Método de bisección

Para resolver esta tarea práctica se pueden usar los apuntes del tema “Método de bisección”. Los comandos escritos abajo se ejecutan en el lenguaje de programación GNU Octave.

1. Modelo. La función $f_1(x) \coloneqq x^2 - 2$ es continua en $\mathbb{R}$ (en particular, en $[1, 2]$) y toma valores de signos opuestos en los extremos del intervalo $[1, 2]$: $f_1(1) = -1 < 0$, $f_2(2) = 2 > 0$. Por el teorema del valor medio existe un punto $c \in (1, 2)$ tal que $f_1(c) = 0$. Dibujemos la gráfica de la función f_1 en un intervalo más amplio que $[1, 2]$:

```
f1 = @(x) x .^2 - 2;
xs = -1 : 0.01 : 3;
plot(xs, f1(xs));
```

2. Ejemplos. Para cada una de las siguientes funciones f_k muestre que f_k toma valores de signos opuestos en los puntos a_k y b_k, además dibuje la gráfica de la función f_k en un intervalo más amplio que $[a_k, b_k]$. Se ve que f_k son continuas en $\mathbb{R}$ y por lo tanto en $[a_k, b_k]$.

$$f_2(x) = \operatorname{sen}(x), \quad a_2 = 2,\ b_2 = 4.$$

$$f_3(x) = x^5 + x - 1, \quad a_3 = 0,\ b_3 = 1.$$

$$f_4(x) = e^x + x - 2, \quad a_4 = 0,\ b_4 = 1.$$

Explicación: xtol, ytol, pmax. En los ejercicios de esta unidad hay que programar algoritmos que busquen una aproximación de una raíz de la función dada f. Los algoritmos tienen que pararse cuando se cumple al menos una de las siguientes tres condiciones:

$$|c - z| < xtol \qquad \vee \qquad |f(c)| < ytol \qquad \vee \qquad p \geq pmax,$$

donde c es la aproximación obtenida, z es el valor exacto del cero de f, p es el número de los pasos hechos. El valor exacto z del cero de f no se sabe, pero se sabe que $z \in (a, b)$, por eso la condición $|c - z| < xtol$ se sustituye por $|a - b| < xtol$.

3. Problema bisec.
Escriba una función `bisec(f, a0, b0, xtol, ytol, pmax)` que aplique el método de bisección a la función f en el intervalo $[a0, b0]$. La función debe regresar el punto c (una aproximación al cero de f) y el número p de los pasos hechos. Pruebe la función `bisec1` con los ejemplos del ejercicio 2, poniendo $xtol = 10^{-6}$, $ytol = 10^{-7}$ y $pmax = 50$.

```
[c, p] = bisec(f1, 1.0, 2.0, 1.0E-6, 1.0E-7, 50)
```

Verifique si el valor $f(c)$ es pequeño o no:

```
f1(c)
```

4. Problema bisecrecur. Escriba una versión recursiva del método de bisección y pruébela con los mismos ejemplos.