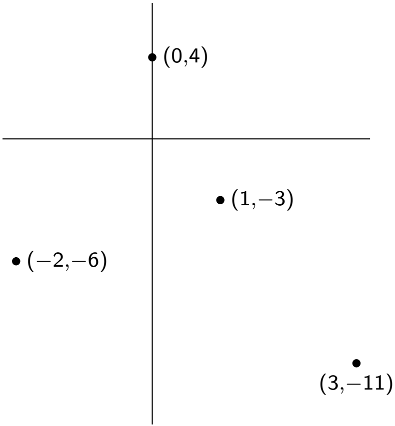
Introducción a la interpolación polinomial

Egor Maximenko
http://www.egormaximenko.com

Instituto Politécnico Nacional,
Escuela Superior de Física y Matemáticas,
México, D.F.

3 de enero de 2015

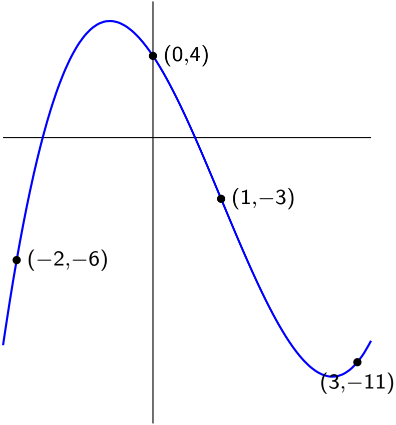
Ejemplo



Se busca el polinomio P de grado mínimo posible que tome valores dados en puntos dados:

$$P(-2) = -6,$$
$$P(0) = 4,$$
$$P(1) = -3,$$
$$P(3) = -11.$$

Ejemplo



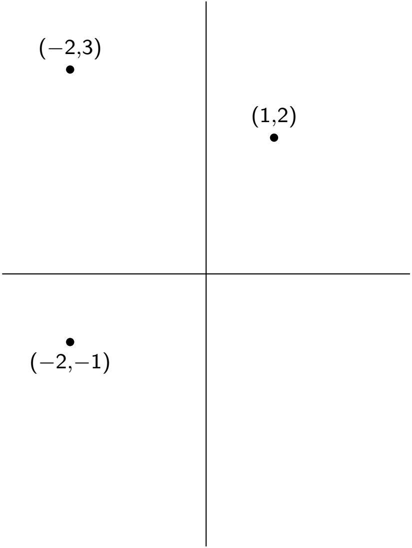
Se busca el polinomio P de grado mínimo posible que tome valores dados en puntos dados:

$$P(-2) = -6,$$
$$P(0) = 4,$$
$$P(1) = -3,$$
$$P(3) = -11.$$

En este ejemplo, la respuesta es el siguiente polinomio de grado 3:

$$P(x) = 4 - 5x - 3x^2 + x^3.$$

Las abscisas deben ser diferentes



Los siguientes tres puntos
no se pueden interpolar:

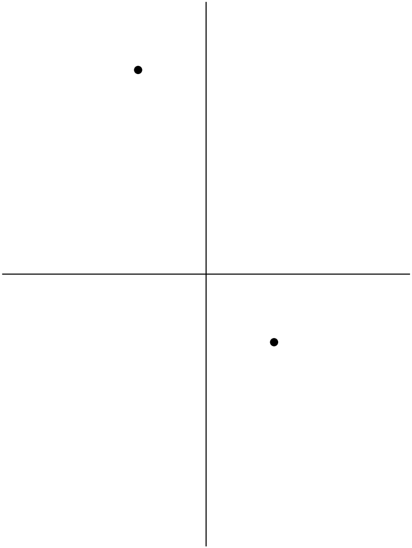
$$(-2,-1), \quad (-2,3), \quad (1,2)$$

En otras palabras,
no hay ningún polinomio P con

$$\begin{aligned} P(-2) &= -1, \\ P(-2) &= 3, \\ P(1) &= 2, \end{aligned}$$

Porque las primeras dos
condiciones son contradictorias.

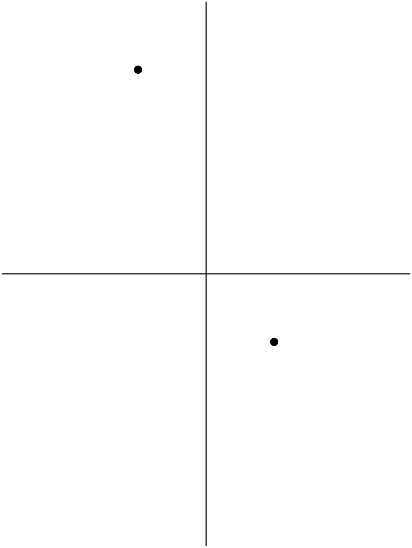
Relación entre el grado y el número de puntos



Consideremos polinomios P tales que

$$P(-1) = 3, \quad P(1) = -1.$$

Relación entre el grado y el número de puntos



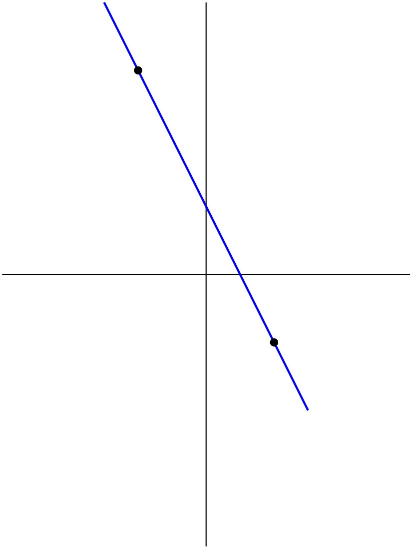
Consideremos polinomios P tales que

$$P(-1) = 3, \quad P(1) = -1.$$

Polinomios constantes:

ninguno.

Relación entre el grado y el número de puntos



Consideremos polinomios P tales que

$$P(-1) = 3, \quad P(1) = -1.$$

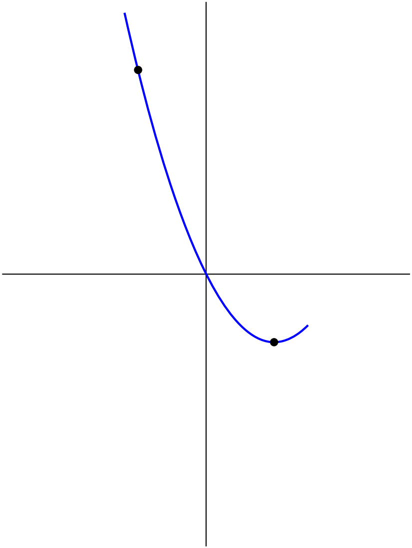
Polinomios constantes:

ninguno.

Polinomios de grado 1:

un único, $P(x) = 1 - 2x$.

Relación entre el grado y el número de puntos



Consideremos polinomios P tales que

$$P(-1) = 3, \quad P(1) = -1.$$

Polinomios constantes:

ninguno.

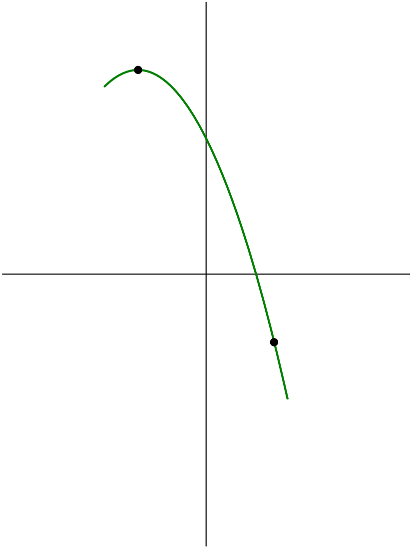
Polinomios de grado 1:

un único, $P(x) = 1 - 2x$.

Polinomios de grado 2:

muchos.

Relación entre el grado y el número de puntos



Consideremos polinomios P tales que

$$P(-1) = 3, \quad P(1) = -1.$$

Polinomios constantes:

ninguno.

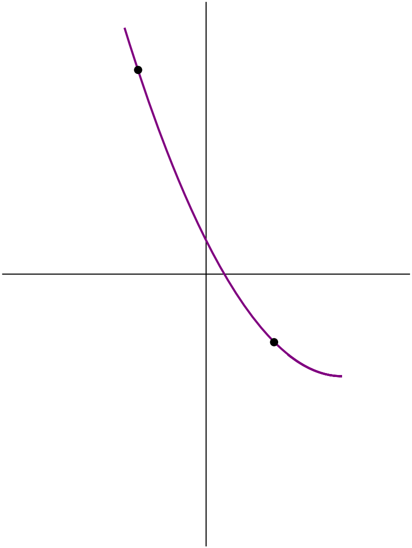
Polinomios de grado 1:

un único, $P(x) = 1 - 2x$.

Polinomios de grado 2:

muchos.

Relación entre el grado y el número de puntos



Consideremos polinomios P tales que

$$P(-1) = 3, \quad P(1) = -1.$$

Polinomios constantes:

ninguno.

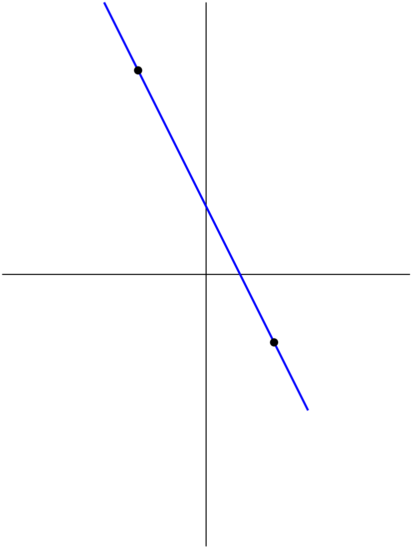
Polinomios de grado 1:

un único, $P(x) = 1 - 2x$.

Polinomios de grado 2:

muchos.

Relación entre el grado y el número de puntos



Consideremos polinomios P tales que

$$P(-1) = 3, \quad P(1) = -1.$$

Polinomios constantes:

ninguno.

Polinomios de grado 1:

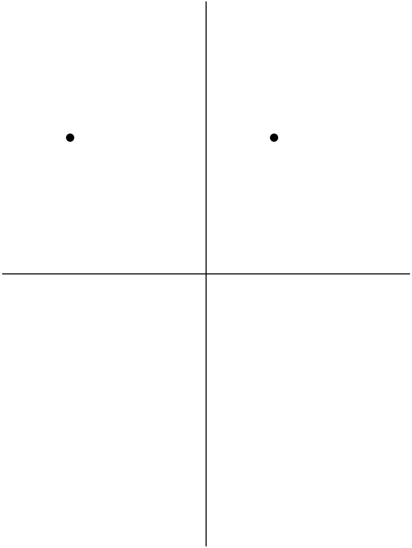
un único, $P(x) = 1 - 2x$.

Polinomios de grado 2:

muchos.

El grado mínimo posible: 1.

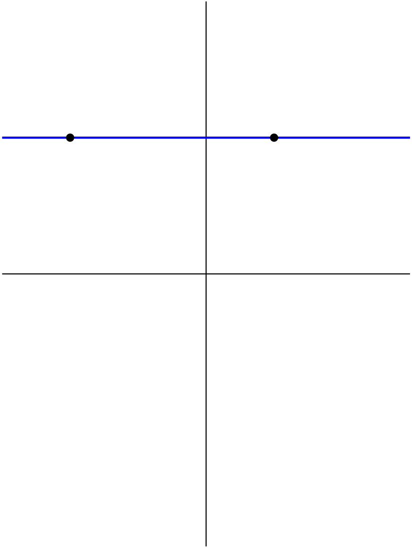
Relación entre el grado y el número de puntos



Consideremos polinomios P tales que

$$P(-2) = 2, \quad P(1) = 2.$$

Relación entre el grado y el número de puntos



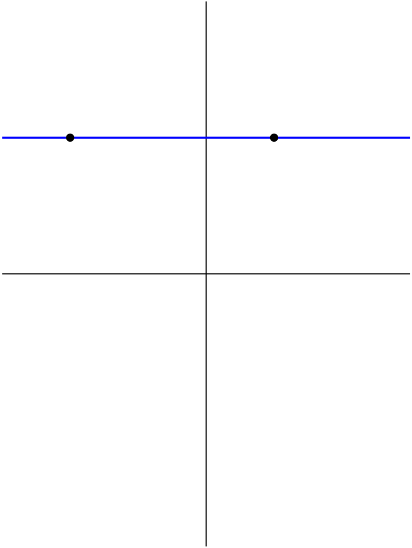
Consideremos polinomios P tales que

$$P(-2) = 2, \quad P(1) = 2.$$

Polinomio de grado 0:

$$P(x) = 2.$$

Relación entre el grado y el número de puntos



Consideremos polinomios P tales que

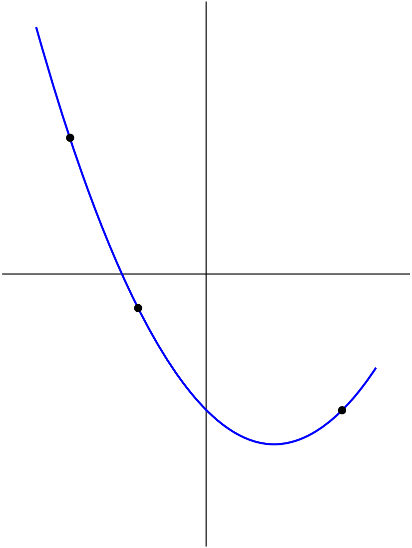
$$P(-2) = 2, \quad P(1) = 2.$$

Polinomio de grado 0:

$$P(x) = 2.$$

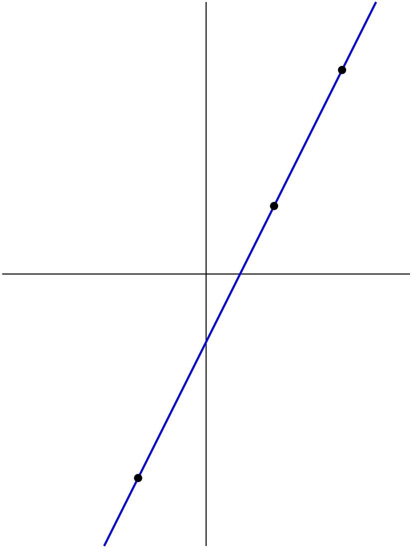
El grado mínimo posible: 0.

Relación entre el grado y el número de puntos



Para tres puntos
existe un polinomio de grado 2

Relación entre el grado y el número de puntos



Para tres puntos
existe un polinomio de grado 2
o menor que 2.

Relación entre el grado y el número de puntos

Para dos puntos, existe un polinomio de grado ≤ 1 (una recta).

Para tres puntos, existe un polinomio de grado ≤ 2 (una parábola o recta).

En general, para n puntos,
sería natural buscar un polinomio de grado $\leq n - 1$.

Problema de interpolación polinomial

Dados n números diferentes $x_1, \ldots, x_n$

y n números $y_1, \ldots, y_n$,

hallar un polinomio P de grado $\leq n$ tal que

$$P(x_j) = y_j \qquad (j = 1, \ldots, n).$$

Problema de interpolación polinomial

Dados n números diferentes $x_1, \ldots, x_n$

y n números $y_1, \ldots, y_n$,

hallar un polinomio P de grado $\leq n$ tal que

$$P(x_j) = y_j \qquad (j = 1, \ldots, n).$$

- Los datos iniciales son n, las abscisas y las ordenadas:

$$n, \qquad x_1, \ldots, x_n, \qquad y_1, \ldots, y_n.$$

- Las abscisas $x_1, \ldots, x_n$ deben ser diferentes a pares.
- Se buscan los coeficientes del polinomio:

$$P(x) = \underbrace{c_0}_{?} + \underbrace{c_1}_{?} x + \underbrace{c_2}_{?} x^2 + \ldots + \underbrace{c_{n-1}}_{?} x^{n-1}.$$

Reducción del problema de interpolación polinomial a un sistema de ecuaciones lineales

Hay varios métodos para construir el polinomio interpolante.

Ahora vamos a conocer el método más ingenuo.
No es eficiente, pero sirve para comprender mejor el problema.

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Ejemplo

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-4) = 30, \qquad P(-1) = 6, \qquad P(3) = 2.$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Ejemplo

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-4) = 30, \qquad P(-1) = 6, \qquad P(3) = 2.$$

Estamos buscando los coeficientes c_0, c_1, c_2 del polinomio P:

$$P(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2.$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Ejemplo

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-4) = 30, \qquad P(-1) = 6, \qquad P(3) = 2.$$

Estamos buscando los coeficientes c_0, c_1, c_2 del polinomio P:

$$P(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2.$$

Evaluamos P en las abscisas dadas e igualamos a las ordenadas dadas:

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Ejemplo

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-4) = 30, \qquad P(-1) = 6, \qquad P(3) = 2.$$

Estamos buscando los coeficientes c_0, c_1, c_2 del polinomio P:

$$P(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2.$$

Evaluamos P en las abscisas dadas e igualamos a las ordenadas dadas:

$$c_0 \;+\; (-4)c_1 \;+\; (-4)^2 c_2 \;=\; 30;$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Ejemplo

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-4) = 30, \qquad P(-1) = 6, \qquad P(3) = 2.$$

Estamos buscando los coeficientes c_0, c_1, c_2 del polinomio P:

$$P(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2.$$

Evaluamos P en las abscisas dadas e igualamos a las ordenadas dadas:

$$\begin{array}{ccccccc} c_0 & + & (-4)c_1 & + & (-4)^2 c_2 & = & 30; \\ c_0 & + & (-1)c_1 & + & (-1)^2 c_2 & = & 6; \end{array}$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Ejemplo

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-4) = 30, \qquad P(-1) = 6, \qquad P(3) = 2.$$

Estamos buscando los coeficientes c_0, c_1, c_2 del polinomio P:

$$P(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2.$$

Evaluamos P en las abscisas dadas e igualamos a las ordenadas dadas:

$$\begin{array}{ccccccc} c_0 & + & (-4)c_1 & + & (-4)^2 c_2 & = & 30; \\ c_0 & + & (-1)c_1 & + & (-1)^2 c_2 & = & 6; \\ c_0 & + & 3c_1 & + & 3^2 c_2 & = & 2. \end{array}$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Ejemplo

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-4) = 30, \qquad P(-1) = 6, \qquad P(3) = 2.$$

Estamos buscando los coeficientes c_0, c_1, c_2 del polinomio P:

$$P(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2.$$

Evaluamos P en las abscisas dadas e igualamos a las ordenadas dadas:

$$\begin{array}{ccccccc} c_0 & + & (-4)c_1 & + & (-4)^2 c_2 & = & 30; \\ c_0 & + & (-1)c_1 & + & (-1)^2 c_2 & = & 6; \\ c_0 & + & 3c_1 & + & 3^2 c_2 & = & 2. \end{array}$$

Es un sistema de tres ecuaciones lineales para tres incógnitas c_0, c_1, c_2.

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Continuación del ejemplo

Escribamos el sistema en la forma matricial
y resolvamos con el método de Gauss–Jordan:

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 9 & 2 \end{array}\right]$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Continuación del ejemplo

Escribamos el sistema en la forma matricial
y resolvamos con el método de Gauss–Jordan:

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 9 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[]{\substack{R_2 \mathrel{+}= -R_1 \\ R_3 \mathrel{+}= -R_1}} \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 3 & -15 & -24 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right]$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Continuación del ejemplo

Escribamos el sistema en la forma matricial
y resolvamos con el método de Gauss–Jordan:

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 9 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[]{\substack{R_2 \mathrel{+}= -R_1 \\ R_3 \mathrel{+}= -R_1}} \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 3 & -15 & -24 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \mathrel{*}= 1/3}$$

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right]$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Continuación del ejemplo

Escribamos el sistema en la forma matricial
y resolvamos con el método de Gauss–Jordan:

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 9 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[]{\substack{R_2 \mathrel{+}= -R_1 \\ R_3 \mathrel{+}= -R_1}} \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 3 & -15 & -24 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \mathrel{*}= 1/3}$$

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow[]{\substack{R_1 \mathrel{+}= 4R_2 \\ R_3 \mathrel{+}= -7R_2}} \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & 28 & 28 \end{array}\right]$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Continuación del ejemplo

Escribamos el sistema en la forma matricial
y resolvamos con el método de Gauss–Jordan:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 9 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[]{\substack{R_2 \mathrel{+}= -R_1 \\ R_3 \mathrel{+}= -R_1}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 3 & -15 & -24 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \mathrel{*}= 1/3}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow[]{\substack{R_1 \mathrel{+}= 4R_2 \\ R_3 \mathrel{+}= -7R_2}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & 28 & 28 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \mathrel{*}= 1/28}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Continuación del ejemplo

Escribamos el sistema en la forma matricial
y resolvamos con el método de Gauss–Jordan:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 9 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[]{\substack{R_2 \mathrel{+}= -R_1 \\ R_3 \mathrel{+}= -R_1}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 3 & -15 & -24 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \mathrel{*}= 1/3}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow[]{\substack{R_1 \mathrel{+}= 4R_2 \\ R_3 \mathrel{+}= -7R_2}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & 28 & 28 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \mathrel{*}= 1/28}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[]{\substack{R_1 \mathrel{+}= 4R_3 \\ R_2 \mathrel{+}= 5R_3}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right].$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Continuación del ejemplo

Escribamos el sistema en la forma matricial
y resolvamos con el método de Gauss–Jordan:

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 9 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[\substack{R_3 \mathrel{+}= -R_1}]{R_2 \mathrel{+}= -R_1} \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 3 & -15 & -24 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \mathrel{*}= 1/3}$$

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -4 & 16 & 30 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 7 & -7 & -28 \end{array}\right] \xrightarrow{\substack{R_1 \mathrel{+}= 4R_2 \\ R_3 \mathrel{+}= -7R_2}} \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & 28 & 28 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \mathrel{*}= 1/28}$$

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{\substack{R_1 \mathrel{+}= 4R_3 \\ R_2 \mathrel{+}= 5R_3}} \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right].$$

El sistema tiene una única solución: $c_0 = 2, \quad c_1 = -3, \quad c_2 = 1.$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Terminación del ejemplo

Hemos encontrado los coeficientes del polinomio:

$$c_0 = 2, \quad c_1 = -3, \quad c_2 = 1.$$

La respuesta del problema es el polinomio

$$P(x) = 2 - 3x + x^2.$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Terminación del ejemplo

Hemos encontrado los coeficientes del polinomio:

$$c_0 = 2, \quad c_1 = -3, \quad c_2 = 1.$$

La respuesta del problema es el polinomio

$$P(x) = 2 - 3x + x^2.$$

Comprobemos que $\quad P(-4) = 30, \quad P(-1) = 6, \quad P(3) = 2.$
Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{c|ccc}
 & 1 & -3 & 2 \\
\hline
\end{array}$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Terminación del ejemplo

Hemos encontrado los coeficientes del polinomio:

$$c_0 = 2, \quad c_1 = -3, \quad c_2 = 1.$$

La respuesta del problema es el polinomio

$$P(x) = 2 - 3x + x^2.$$

Comprobemos que $\quad P(-4) = 30, \quad P(-1) = 6, \quad P(3) = 2.$
Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 2 & \\ \hline -4 & 1 & -7 & 30 & \checkmark \end{array}$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Terminación del ejemplo

Hemos encontrado los coeficientes del polinomio:

$$c_0 = 2, \quad c_1 = -3, \quad c_2 = 1.$$

La respuesta del problema es el polinomio

$$P(x) = 2 - 3x + x^2.$$

Comprobemos que $\quad P(-4) = 30, \quad P(-1) = 6, \quad P(3) = 2.$
Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 2 & \\ \hline -4 & 1 & -7 & 30 & \checkmark \\ -1 & 1 & -4 & 6 & \checkmark \end{array}$$

Reducción a un sistema de ecuaciones lineales

Terminación del ejemplo

Hemos encontrado los coeficientes del polinomio:

$$c_0 = 2, \quad c_1 = -3, \quad c_2 = 1.$$

La respuesta del problema es el polinomio

$$P(x) = 2 - 3x + x^2.$$

Comprobemos que $\quad P(-4) = 30, \quad P(-1) = 6, \quad P(3) = 2.$
Aplicamos la división sintética (el algoritmo de Horner–Ruffini):

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 2 & \\ \hline -4 & 1 & -7 & 30 & \checkmark \\ -1 & 1 & -4 & 6 & \checkmark \\ 3 & 1 & 0 & 2 & \checkmark \end{array}$$

Observación acerca de la matriz del sistema

La matriz del sistema de ecuaciones tenía una forma muy especial:

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & (-4)^2 \\ 1 & -1 & (-1)^2 \\ 1 & 3 & 3^2 \end{bmatrix}$$

Observación acerca de la matriz del sistema

La matriz del sistema de ecuaciones tenía una forma muy especial:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{bmatrix}.$$

Observación acerca de la matriz del sistema

La matriz del sistema de ecuaciones tenía una forma muy especial:

$$V(x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{bmatrix}.$$

Es la matriz de Vandermonde asociada a los puntos x_1, x_2, x_3.

Ejercicio 1

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-2) = 5, \qquad P(3) = -5, \qquad P(4) = -19.$$

Se recomienda empezar con un sistema de ecuaciones
para los coeficientes c_0, c_1, c_2 del polinomio P.
Al final hacer una comprobación.

Ejercicio 1

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-2) = 5, \qquad P(3) = -5, \qquad P(4) = -19.$$

Se recomienda empezar con un sistema de ecuaciones
para los coeficientes c_0, c_1, c_2 del polinomio P.
Al final hacer una comprobación.

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ -19 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 1

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-2) = 5, \qquad P(3) = -5, \qquad P(4) = -19.$$

Se recomienda empezar con un sistema de ecuaciones
para los coeficientes c_0, c_1, c_2 del polinomio P.
Al final hacer una comprobación.

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ -19 \end{bmatrix}.$$

Respuesta:

$$P(x) = 13 - 2x^2.$$

Ejercicio 2

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-2) = 17, \qquad P(0) = 3, \qquad P(5) = 3.$$

Ejercicio 2

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-2) = 17, \qquad P(0) = 3, \qquad P(5) = 3.$$

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 2

Hallar un polinomio P de grado ≤ 2 tal que

$$P(-2) = 17, \qquad P(0) = 3, \qquad P(5) = 3.$$

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Respuesta:

$$P(x) = 3 - 5x + x^2.$$

Resumen y temas para futuro

- Conocimos el problema de interpolación polinomial.
- Relacionamos el número de puntos con el grado del polinomio.
- Redujimos el problema a un sistema de ecuaciones lineales.

Temas para futuro:

- Existencia y unicidad del polinomio interpolante.
- Fórmula explícita (de Lagrange) para el polinomio interpolante.
- Algoritmos eficientes de Neville y de Newton.
- Aplicaciones de la interpolación polinomial.