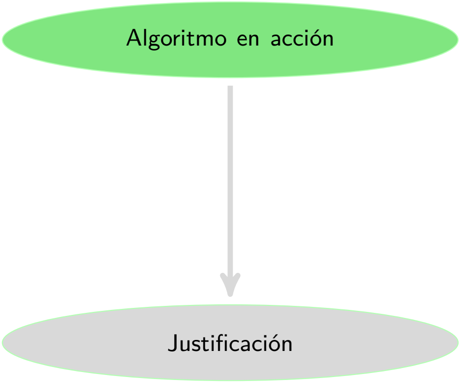
Multiplicación de polinomios por binomios mónicos

Egor Maximenko
http://www.egormaximenko.com

Instituto Politécnico Nacional, ESFM, México

29 de diciembre de 2014

Contenido



Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5-2x+3x^2-4x^3)(3+x)$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 5 & -2 & 3 & -4 & \\ \hline 3 & & & & & \end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 5 & -2 & 3 & -4 \\
\hline
3 & & & &
\end{array}$$

$$3 \cdot 5 = 15$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 5 & -2 & 3 & -4 \\
\hline
3 & 15 & & &
\end{array}$$

$$3 \cdot 5 = 15$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

	5	−2	3	−4
3	15			

$$3 \cdot (-2) + 5 = -1$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

	5	−2	3	−4
3	15	−1		

$$3 \cdot (-2) + 5 = -1$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

	5	-2	3	-4
3	15	-1		

$$3 \cdot 3 + (-2) = 7$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

	5	-2	3	-4
3	15	-1	7	

$$3 \cdot 3 + (-2) = 7$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 5 & -2 & 3 & -4 \\
\hline
3 & 15 & -1 & 7 & \\
\end{array}$$

$$3 \cdot (-4) + 3 = -9$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

	5	-2	3	-4
3	15	-1	7	-9

$$3 \cdot (-4) + 3 = -9$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

	5	-2	3	-4	
3	15	-1	7	-9	

$$-4 = -4$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccccc} & 5 & -2 & 3 & -4 & \\ \hline 3 & 15 & -1 & 7 & -9 & -4 \end{array}$$

$$-4 = -4$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Primer ejemplo

$$(5 - 2x + 3x^2 - 4x^3)(3 + x) = 15 - x + 7x^2 - 9x^3 - 4x^4.$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 5 & -2 & 3 & -4 & \\
\hline
3 & 15 & -1 & 7 & -9 & -4
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 2 & -3 & 1 & 0 & -3 \\
\hline
-2 & & & & & \\
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 2 & -3 & 1 & 0 & -3 & \\
\hline
-2 & & & & & & \\
\end{array}$$

$$(-2) \cdot 2 = -4$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

	2	-3	1	0	-3	
-2	-4					

$$(-2) \cdot 2 = -4$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 2 & -3 & 1 & 0 & -3 & \\ \hline -2 & -4 & & & & & \end{array}$$

$$(-2) \cdot (-3) + 2 = 8$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 2 & -3 & 1 & 0 & -3 & \\
\hline
-2 & -4 & 8 & & & & \\
\end{array}$$

$$(-2) \cdot (-3) + 2 = 8$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 2 & -3 & 1 & 0 & -3 \\
\hline
-2 & -4 & 8 & & & \\
\end{array}$$

$$(-2) \cdot 1 + (-3) = -5$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 2 & -3 & 1 & 0 & -3 \\
\hline
-2 & -4 & 8 & -5 & &
\end{array}$$

$$(-2) \cdot 1 + (-3) = -5$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 2 & -3 & 1 & 0 & -3 & \\
\hline
-2 & -4 & 8 & -5 & & &
\end{array}$$

$$(-2) \cdot 0 + 1 = 1$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

	2	-3	1	0	-3
-2	-4	8	-5	1	

$$(-2) \cdot 0 + 1 = 1$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

	2	-3	1	0	-3
-2	-4	8	-5	1	

$$(-2) \cdot (-3) + 0 = 6$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

	2	-3	1	0	-3
-2	-4	8	-5	1	6

$$(-2) \cdot (-3) + 0 = 6$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 2 & -3 & 1 & 0 & -3 & \\
\hline
-2 & -4 & 8 & -5 & 1 & 6 &
\end{array}$$

$$-3 = -3$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 2 & -3 & 1 & 0 & -3 & \\
\hline
-2 & -4 & 8 & -5 & 1 & 6 & -3
\end{array}$$

$$-3 = -3$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Segundo ejemplo

$$(2 - 3x + x^2 - 3x^4)(-2 + x) = -4 + 8x - 5x^2 + x^3 + 6x^4 - 3x^5.$$

	2	−3	1	0	−3	
−2	−4	8	−5	1	6	−3

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Tercer ejemplo

$$(-4 + 6x - 3x^2 + 2x^3)(2 + x)$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Tercer ejemplo

$$(-4 + 6x - 3x^2 + 2x^3)(2 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & -4 & 6 & -3 & 2 & \\
\hline
2 & & & & & \\
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Tercer ejemplo

$$(-4 + 6x - 3x^2 + 2x^3)(2 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & -4 & 6 & -3 & 2 & \\
\hline
2 & -8 & & & &
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Tercer ejemplo

$$(-4+6x-3x^2+2x^3)(2+x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & -4 & 6 & -3 & 2 & \\
\hline
2 & -8 & 8 & & &
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Tercer ejemplo

$$(-4+6x-3x^2+2x^3)(2+x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & -4 & 6 & -3 & 2 & \\ \hline 2 & -8 & 8 & 0 & & \end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Tercer ejemplo

$$(-4+6x-3x^2+2x^3)(2+x)$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & -4 & 6 & -3 & 2 \\
\hline
2 & -8 & 8 & 0 & 1
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Tercer ejemplo

$$(-4 + 6x - 3x^2 + 2x^3)(2 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & -4 & 6 & -3 & 2 & \\
\hline
2 & -8 & 8 & 0 & 1 & 2
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Tercer ejemplo

$$(-4+6x-3x^2+2x^3)(2+x) = -8+8x+x^3+2x^4.$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & -4 & 6 & -3 & 2 & \\ \hline 2 & -8 & 8 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Cuarto ejemplo

$$(3 - 4x + x^2 - 7x^3)(0 + x)$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Cuarto ejemplo

$$(3 - 4x + x^2 - 7x^3)(0 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 3 & -4 & 1 & -7 \\
\hline
0 & & & &
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Cuarto ejemplo

$$(3 - 4x + x^2 - 7x^3)(0 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 3 & -4 & 1 & -7 & \\
\hline
0 & 0 & & & &
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Cuarto ejemplo

$$(3-4x+x^2-7x^3)(0+x)$$

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 3 & -4 & 1 & -7 & & \\
\hline
0 & 0 & 3 & & & &
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Cuarto ejemplo

$$(3 - 4x + x^2 - 7x^3)(0 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 3 & -4 & 1 & -7 & \\
\hline
0 & 0 & 3 & -4 & &
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Cuarto ejemplo

$$(3 - 4x + x^2 - 7x^3)(0 + x)$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 3 & -4 & 1 & -7 & \\
\hline
0 & 0 & 3 & -4 & 1 &
\end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Cuarto ejemplo

$$(3 - 4x + x^2 - 7x^3)(0 + x)$$

$$\begin{array}{c|cccccc} & 3 & -4 & 1 & -7 & \\ \hline 0 & 0 & 3 & -4 & 1 & -7 \end{array}$$

Multiplicamos un polinomio por un binomio mónico

Cuarto ejemplo

$$(3 - 4x + x^2 - 7x^3)(0 + x) = 3x - 4x^2 + x^3 - 7x^4.$$

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 3 & -4 & 1 & -7 & & \\
\hline
0 & 0 & 3 & -4 & 1 & -7 &
\end{array}$$

Ejercicios

$$(-5 + 4x^2 + 2x^3 + x^4)(3 + x) =$$

Se recomienda parar la presentación y escribir la solución en papel.

Ejercicios

$$(-5 + 4x^2 + 2x^3 + x^4)(3 + x) =$$

Se recomienda parar la presentación y escribir la solución en papel.

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & -5 & 0 & 4 & 2 & 1 & \\
\hline
3 & & & & & &
\end{array}$$

Ejercicios

$$(-5+4x^2+2x^3+x^4)(3+x) = -15-5x+12x^2+10x^3+5x^4+x^5$$

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & -5 & 0 & 4 & 2 & 1 & \\
\hline
3 & -15 & -5 & 12 & 10 & 5 & 1
\end{array}$$

Ejercicios

$$(-5+4x^2+2x^3+x^4)(3+x) = -15-5x+12x^2+10x^3+5x^4+x^5$$

$$\begin{array}{c|cccccc} & -5 & 0 & 4 & 2 & 1 & \\ \hline 3 & -15 & -5 & 12 & 10 & 5 & 1 \end{array}$$

$$(4-3x-3x^2-5x^3)(-1+x) =$$

Se recomienda detener la presentación y escribir la solución en papel.

Ejercicios

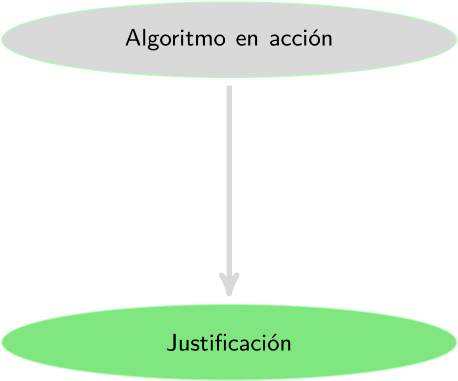
$$(-5+4x^2+2x^3+x^4)(3+x) = -15-5x+12x^2+10x^3+5x^4+x^5$$

	-5	0	4	2	1	
3	-15	-5	12	10	5	1

$$(4-3x-3x^2-5x^3)(-1+x) = -4+7x+2x^3-5x^4.$$

	4	-3	-3	-5	
-1	-4	7	0	2	-5

Contenido



Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$\left(a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4\right)\left(bx^0 + 1\,x^1\right)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$\left(a_0 x^0 \ + \ a_1 x^1 \ + \ a_2 x^2 \ + \ a_3 x^3 \ + \ a_4 x^4 \right) \left(\ b x^0 \ + \ 1 \, x^1 \ \right)$$

$$= \ c_0 x^0 \ + \ c_1 x^1 \ + \ c_2 x^2 \ + \ c_3 x^3 \ + \ c_4 x^4 \ + \ c_5 x^5.$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$\underbrace{(\,a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4\,)(\,bx^0}\; + 1\,x^1\,)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$x^0: \quad c_0 =$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$\underbrace{(\,a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4\,)(\,bx^0}\; + 1\,x^1\,)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$x^0: \quad c_0 = a_0 b$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$(a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4)(bx^0 + 1\,x^1)$$

$$= c_0 x^0 + c_1 x^1 + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4 + c_5 x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned} x^0&: \quad c_0 = a_0 b \\ x^1&: \quad c_1 = \end{aligned}$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$(a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4)(bx^0 + 1\,x^1)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$x^0: \quad c_0 = a_0 b$$

$$x^1: \quad c_1 = a_1 b + a_0$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$\left(a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 \right)\left(b x^0 + 1\, x^1 \right)$$

$$= c_0 x^0 + c_1 x^1 + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4 + c_5 x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned} x^0 &: \quad c_0 = a_0 b \\ x^1 &: \quad c_1 = a_1 b + a_0 \\ x^2 &: \quad c_2 = \end{aligned}$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$(a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4)(bx^0 + 1\,x^1)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned} x^0: &\quad c_0 = a_0 b \\ x^1: &\quad c_1 = a_1 b + a_0 \\ x^2: &\quad c_2 = a_2 b + a_1 \end{aligned}$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$\left(a_0 x^0 \; + \; a_1 x^1 \; + \; a_2 x^2 \; + \; a_3 x^3 \; + \; a_4 x^4 \right) \left(\, b x^0 \; + \; 1\, x^1 \, \right)$$

$$= \; c_0 x^0 \; + \; c_1 x^1 \; + \; c_2 x^2 \; + \; c_3 x^3 \; + \; c_4 x^4 \; + \; c_5 x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned}
x^0: &\quad c_0 = a_0 b \\
x^1: &\quad c_1 = a_1 b + a_0 \\
x^2: &\quad c_2 = a_2 b + a_1 \\
x^3: &\quad c_3 =
\end{aligned}$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$(a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4)(bx^0 + 1\,x^1)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned}
x^0: &\quad c_0 = a_0 b \\
x^1: &\quad c_1 = a_1 b + a_0 \\
x^2: &\quad c_2 = a_2 b + a_1 \\
x^3: &\quad c_3 = a_3 b + a_2
\end{aligned}$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$(a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4)(bx^0 + 1\,x^1)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned}
x^0 &: \quad c_0 = a_0 b \\
x^1 &: \quad c_1 = a_1 b + a_0 \\
x^2 &: \quad c_2 = a_2 b + a_1 \\
x^3 &: \quad c_3 = a_3 b + a_2 \\
x^4 &: \quad c_4 =
\end{aligned}$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$\left(a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4\right)\left(bx^0 + 1\,x^1\right)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned}
x^0:&\quad c_0 = a_0 b\\
x^1:&\quad c_1 = a_1 b + a_0\\
x^2:&\quad c_2 = a_2 b + a_1\\
x^3:&\quad c_3 = a_3 b + a_2\\
x^4:&\quad c_4 = a_4 b + a_3
\end{aligned}$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$(a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4)(bx^0 + 1\,x^1)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned}
x^0:&\quad c_0 = a_0 b\\
x^1:&\quad c_1 = a_1 b + a_0\\
x^2:&\quad c_2 = a_2 b + a_1\\
x^3:&\quad c_3 = a_3 b + a_2\\
x^4:&\quad c_4 = a_4 b + a_3\\
x^5:&\quad c_5 =
\end{aligned}$$

Deducción de las fórmulas para un caso particular

$$(a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4)(bx^0 + 1\,x^1)$$

$$= c_0x^0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned}
x^0:&\quad c_0 = a_0 b\\
x^1:&\quad c_1 = a_1 b + a_0\\
x^2:&\quad c_2 = a_2 b + a_1\\
x^3:&\quad c_3 = a_3 b + a_2\\
x^4:&\quad c_4 = a_4 b + a_3\\
x^5:&\quad c_5 = a_4
\end{aligned}$$

De las fórmulas a la tabla

Aquí están las fórmulas deducidas en la página anterior:

$$
\begin{aligned}
x^0: &\quad c_0 = a_0 b \\
x^1: &\quad c_1 = a_1 b + a_0 \\
x^2: &\quad c_2 = a_2 b + a_1 \\
x^3: &\quad c_3 = a_3 b + a_2 \\
x^4: &\quad c_4 = a_4 b + a_3 \\
x^5: &\quad c_5 = a_4
\end{aligned}
$$

De las fórmulas a la tabla

Aquí están las fórmulas deducidas en la página anterior:

$$
\begin{aligned}
x^0 &: \quad c_0 = a_0 b \\
x^1 &: \quad c_1 = a_1 b + a_0 \\
x^2 &: \quad c_2 = a_2 b + a_1 \\
x^3 &: \quad c_3 = a_3 b + a_2 \\
x^4 &: \quad c_4 = a_4 b + a_3 \\
x^5 &: \quad c_5 = a_4
\end{aligned}
$$

Las podemos escribir en una tabla:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \\
\hline
b & a_0 b & a_1 b + a_0 & a_2 b + a_1 & a_3 b + a_2 & a_4 b + a_3 & a_4 \\
 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5
\end{array}
$$

De las fórmulas a la tabla

Aquí están las fórmulas deducidas en la página anterior:

$$
\begin{aligned}
x^0 &: \quad c_0 = a_0 b \\
x^1 &: \quad c_1 = a_1 b + a_0 \\
x^2 &: \quad c_2 = a_2 b + a_1 \\
x^3 &: \quad c_3 = a_3 b + a_2 \\
x^4 &: \quad c_4 = a_4 b + a_3 \\
x^5 &: \quad c_5 = a_4
\end{aligned}
$$

Las podemos escribir en una tabla:

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	
b	$a_0 b$	$a_1 b + a_0$	$a_2 b + a_1$	$a_3 b + a_2$	$a_4 b + a_3$	a_4
	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5

Ejercicio: deducir las fórmulas para otro caso particular

Multiplicar un polinomio de grado 3 por un binomio mónico.
Expresar $c_0, \ldots, c_4$ a través de $a_0, \ldots, a_3$ y b:

$$(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3)(b + x) = c_0 + c_1 + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4.$$

$$c_0 = ?$$

$$c_1 = ?$$

$$c_2 = ?$$

$$c_3 = ?$$

$$c_4 = ?$$

Demostración formal

Usamos la siguiente notación para los datos iniciales y para el resultado:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^j, \qquad g(x) = b + x, \qquad h(x) = f(x)g(x) = \sum_{j=0}^{n} c_j x^j.$$

Demostración formal

Usamos la siguiente notación para los datos iniciales y para el resultado:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^j, \qquad g(x) = b + x, \qquad h(x) = f(x)g(x) = \sum_{j=0}^{n} c_j x^j.$$

$$f(x)g(x) = \sum_{j=0}^{n-1} (a_j b) x^j + \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^{j+1}$$

Demostración formal

Usamos la siguiente notación para los datos iniciales y para el resultado:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^j, \qquad g(x) = b + x, \qquad h(x) = f(x)g(x) = \sum_{j=0}^{n} c_j x^j.$$

$$f(x)g(x) = \sum_{j=0}^{n-1} (a_j b) x^j + \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^{j+1} = \sum_{j=0}^{n-1} (a_j b) x^j + \sum_{k=1}^{n} a_{k-1} x^k$$

Demostración formal

Usamos la siguiente notación para los datos iniciales y para el resultado:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^j, \qquad g(x) = b + x, \qquad h(x) = f(x)g(x) = \sum_{j=0}^{n} c_j x^j.$$

$$\begin{aligned} f(x)g(x) &= \sum_{j=0}^{n-1}(a_j b)x^j + \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^{j+1} = \sum_{j=0}^{n-1}(a_j b)x^j + \sum_{k=1}^{n} a_{k-1} x^k \\ &= a_0 b + \sum_{j=1}^{n-1}(a_j b)x^j \quad + \quad \sum_{j=1}^{n-1} a_{j-1} x^j + a_{n-1} x^n \end{aligned}$$

Demostración formal

Usamos la siguiente notación para los datos iniciales y para el resultado:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^j, \qquad g(x) = b + x, \qquad h(x) = f(x)g(x) = \sum_{j=0}^{n} c_j x^j.$$

$$\begin{aligned}
f(x)g(x) &= \sum_{j=0}^{n-1} (a_j b) x^j + \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^{j+1} = \sum_{j=0}^{n-1} (a_j b) x^j + \sum_{k=1}^{n} a_{k-1} x^k \\
&= a_0 b + \sum_{j=1}^{n-1} (a_j b) x^j \quad + \quad \sum_{j=1}^{n-1} a_{j-1} x^j + a_{n-1} x^n \\
&= a_0 b + \sum_{j=1}^{n-1} (a_j b + a_{j-1}) x^j + a_{n-1} x^n.
\end{aligned}$$

Demostración formal

Usamos la siguiente notación para los datos iniciales y para el resultado:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^j, \qquad g(x) = b + x, \qquad h(x) = f(x)g(x) = \sum_{j=0}^{n} c_j x^j.$$

$$\begin{aligned} f(x)g(x) &= \sum_{j=0}^{n-1}(a_j b)x^j + \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^{j+1} = \sum_{j=0}^{n-1}(a_j b)x^j + \sum_{k=1}^{n} a_{k-1}x^k \\ &= a_0 b + \sum_{j=1}^{n-1}(a_j b)x^j \quad + \quad \sum_{j=1}^{n-1} a_{j-1}x^j + a_{n-1}x^n \\ &= a_0 b + \sum_{j=1}^{n-1}(a_j b + a_{j-1})x^j + a_{n-1}x^n. \end{aligned}$$

Obtenemos las siguientes fórmulas para los coeficientes del producto:

$$c_0 = a_0 b, \qquad c_j = a_j b + a_{j-1} \ (1 \le j \le n-1), \qquad c_n = a_{n-1}.$$

Tareas y aplicaciones

Ejercicio de programación.
En algún lenguaje de programación escribir una función que realice el algoritmo explicado en esta presentación.

Aplicaciones del algoritmo:

- Construir polinomios con raíces dadas.
- Construir el polinomio interpolante
  (fórmulas de Lagrange, Neville y Newton).

Tareas y aplicaciones

Ejercicio de programación.
En algún lenguaje de programación escribir una función que realice el algoritmo explicado en esta presentación.

Aplicaciones del algoritmo:

- Construir polinomios con raíces dadas.
- Construir el polinomio interpolante (fórmulas de Lagrange, Neville y Newton).

¡Gracias por su atención!