

Engrape aquí
No doble

Examen parcial I. Temas preliminares. Variante α .
Métodos numéricos I, Ingeniería Matemática.

Nombre:

Calificación (%)	examen escrito	tarea individual	programación	asist.+ particip.	tareas adicicion.	parcial 1

El examen dura 80 minutos.

Problema 1. 8 %.

Escriba el siguiente número en el formato float32 (“single precision floating-point format”) con dígitos binarios y luego con hexadecimales. Para la conversión use la fórmula $a = (-1)^s \cdot 1.f_2 \cdot 2^{e_2-127}$ y recuerde que los números s , f y e ocupan 1, 8 y 23 dígitos binarios respectivamente.

$$a = 4.6875 \cdot 10^{-2}.$$

Problema 2. 8 %.

Escriba los números $a = 17$ y $b = 7$ en el formato int8 y haga en este formato las operaciones aritméticas escritas abajo, esto es, calcule c , p y q . Para la comprobación convierta p y q en decimales.

$$c := -a, \quad p := ab, \quad q := cb.$$

Problema 3. 8 %.

Desarrolle el polinomio f en las potencias de $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$.

$$f(x) = 2x^4 - 6x^3 + 5x - 7, \quad a = 1.$$

Problema 4. 8 %.

Sea $a = 75700$ y sea $b = 53700$. Escriba a y b en notación científica y haga los siguientes cálculos con 2 dígitos decimales después del punto flotante usando el redondeo al más cercano. Calcule los errores absolutos y relativos de redondeo.

$$s := a \oplus b, \quad d := a \ominus b, \quad p = a \odot b.$$

Problema 5. 8 %.

Demuestre que la función f tiene por lo menos una raíz real y encuentre un intervalo de longitud menor o igual a 1 que contenga por lo menos una raíz de f .

$$f(x) = -\cos(2x) - x.$$

Problema 6. 13 %.

Se considera el aritmética con dos dígitos después del punto flotante y con el redondeo al más cercano. Muestre con un ejemplo que en esta aritmética se viola la ley distributiva. En otras palabras, encuentre tres números a, b, c tales que

$$(a \oplus b) \odot c \neq (a \odot c) \oplus (b \odot c).$$

Aquí \oplus y \odot son operaciones con redondeo:

$$a \oplus b := \rho_2(a + b), \quad a \odot b := \rho_2(a \cdot b)$$

y ρ_2 es la operación de redondeo. Por ejemplo, $\rho_2(5.137 \cdot 10^{-7}) = 5.14 \cdot 10^{-7}$.

Problema 7. 12 %.

Sea $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ función continua tal que

$$\min_{x \in [a, b]} f(x) = 3a + 5, \quad \max_{x \in [a, b]} f(x) = 3b + 5.$$

Demuestre que existe por lo menos un punto $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = 3c + 5$.

Engrape aquí
No doble

Examen parcial I. Temas preliminares. Variante β . Métodos numéricos I, Ingeniería Matemática.

Nombre:

Calificación (%)	examen escrito	tarea individual	programación	asist.+ particip.	tareas adición.	parcial 1

El examen dura 80 minutos.

Problema 1. 8%.

El número a está escrito en el formato float32 (“single precision floating-point format”) con dígitos hexadecimales. Escríbalo en notación científica con dígitos decimales. Para la conversión use la fórmula $a = (-1)^s \cdot 1.f_2 \cdot 2^{e-127}$ y recuerde que los números s , f y e ocupan 1, 8 y 23 dígitos binarios respectivamente.

$$a = 3F280000_{16}.$$

Problema 2. 8%.

Escriba los números $a = 122$ y $b = 124$ en el formato int8 y haga en este formato las operaciones aritméticas escritas abajo, esto es, calcule c , d , e y f . Para la comprobación convierta d y e en decimales.

$$c := -b, \quad d := a + c, \quad e := -d, \quad f := a + e.$$

Problema 3. 8%.

Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -1, \quad -1, \quad 0.$$

Problema 4. 8%.

Sea $a = -0.00240$ y sea $b = -0.00806$. Escriba a y b en notación científica y haga los siguientes cálculos con 2 dígitos decimales después del punto flotante usando el redondeo al más cercano. Calcule los errores absolutos y relativos de redondeo.

$$s := a \oplus b, \quad d := a \ominus b, \quad p = a \odot b.$$

Problema 5. 8%.

Demuestre que la función f tiene por lo menos una raíz real y encuentre un intervalo de longitud menor o igual a 1 que contenga por lo menos una raíz de f .

$$f(x) = 3 \sin(2x) - 2x - 3.$$

Problema 6. 13%.

Escriba el algoritmo de la división sintética (también llamado el algoritmo de Horner o la regla de Ruffini) y calcule el número de las multiplicaciones y adiciones en este algoritmo, si el grado del polinomio original es d .

Problema 7. 12%.

Muestre que la función $f(x) = x + \frac{1}{x}$ cumple con una condición de Lipschitz en el intervalo $[\frac{1}{2}, +\infty)$.