Algoritmo de Ruffini–Horner

para dividir un polinomio entre un binomio

Egor Maximenko

ESFM del IPN

29 de abril de 2013

Algoritmo

- Fórmulas
- Como funciona
- En forma de tabla

Aplicaciones

- Cálculo de los valores de polinomios
- Expansión del polinomio en potencias de un binomio
- Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \ \ldots + \ f_{n-1}x \ + f_n =$$

$$= (x - \ c) \left(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \ldots + \ q_{n-2}x \ + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \ldots + f_{n-1}x + f_n =$$

$$= (x - c)\left(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \ldots + q_{n-2}x + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$x^n:$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x-c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x-c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \ \ldots + \ f_{n-1}x \ + f_n =$$

$$= (x - \ c)\left(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \ldots + \ q_{n-2}x \ + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$x^n: \qquad\qquad f_0 = q_0$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \ldots + f_{n-1}x + f_n =$$

$$= (x - c)\left(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \ldots + q_{n-2}x + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{array}{rl} x^n: & \qquad f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & \end{array}$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \ldots + f_{n-1}x + f_n =$$

$$= (x - c)\left(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \ldots + q_{n-2}x + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned} x^n: &\qquad f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: &\qquad f_1 = q_1 - cq_0 \end{aligned}$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x-c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x-c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \ldots + f_{n-1}x + f_n =$$

$$= (x - c)\left(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \ldots + q_{n-2}x + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{array}{rc} x^n: & f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 \\ x^{n-2}: & \end{array}$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0 x^n + f_1 x^{n-1} + f_2 x^{n-2} + \ldots + f_{n-1} x + f_n =$$

$$= (x - c)\left(q_0 x^{n-1} + q_1 x^{n-2} + q_2 x^{n-3} + \ldots + q_{n-2} x + q_{n-1}\right) + r.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{array}{rc}
x^n: & f_0 = q_0 \\
x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 \\
x^{n-2}: & f_2 = q_2 - cq_1
\end{array}$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x-c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x-c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \ldots + f_{n-1}x + f_n =$$

$$= (x - c)\left(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \ldots + q_{n-2}x + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{array}{rc} x^n: & f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 \\ x^{n-2}: & f_2 = q_2 - cq_1 \\ & \ldots \end{array}$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x-c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x-c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0 x^n + f_1 x^{n-1} + f_2 x^{n-2} + \ldots + f_{n-1} x + f_n =$$

$$= (x - c)\left(q_0 x^{n-1} + q_1 x^{n-2} + q_2 x^{n-3} + \ldots + q_{n-2} x + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{array}{rc}
x^n: & f_0 = q_0 \\
x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 \\
x^{n-2}: & f_2 = q_2 - cq_1 \\
 & \ldots \\
x^1: &
\end{array}$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0 x^n + f_1 x^{n-1} + f_2 x^{n-2} + \ldots + f_{n-1}x + f_n =$$

$$= (x - c)\,(q_0 x^{n-1} + q_1 x^{n-2} + q_2 x^{n-3} + \ldots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{array}{rc}
x^n: & f_0 = q_0 \\
x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 \\
x^{n-2}: & f_2 = q_2 - cq_1 \\
 & \ldots \\
x^1: & f_{n-1} = q_{n-1} - cq_{n-2}
\end{array}$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0 x^n + f_1 x^{n-1} + f_2 x^{n-2} + \ldots + f_{n-1} x + f_n =$$

$$= (x - c)\,(q_0 x^{n-1} + q_1 x^{n-2} + q_2 x^{n-3} + \ldots + q_{n-2} x + q_{n-1}) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{array}{rc}
x^n: & f_0 = q_0 \\
x^{n-1}: & f_1 = q_1 - c q_0 \\
x^{n-2}: & f_2 = q_2 - c q_1 \\
 & \ldots \\
x^1: & f_{n-1} = q_{n-1} - c q_{n-2} \\
x^0: &
\end{array}$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x - c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \ldots + f_{n-1}x + f_n =$$

$$= (x - c)\left(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \ldots + q_{n-2}x + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{aligned}
x^n: &\quad f_0 = q_0 \\
x^{n-1}: &\quad f_1 = q_1 - cq_0 \\
x^{n-2}: &\quad f_2 = q_2 - cq_1 \\
&\quad \ldots \\
x^1: &\quad f_{n-1} = q_{n-1} - cq_{n-2} \\
x^0: &\quad f_n = r - cq_{n-1}
\end{aligned}$$

Fórmulas

Dividir un polinomio $f(x)$ entre un binomio $(x-c)$ significa hallar un polinomio $q(x)$ y un número r tales que

$$f(x) = (x-c)q(x) + r.$$

Escribamos esta igualdad con más detalles:

$$f_0 x^n + f_1 x^{n-1} + f_2 x^{n-2} + \ldots + f_{n-1} x + f_n =$$

$$= (x - c)\left(q_0 x^{n-1} + q_1 x^{n-2} + q_2 x^{n-3} + \ldots + q_{n-2} x + q_{n-1}\right) + r\,.$$

Igualemos los coeficientes:

$$\begin{array}{rccc}
x^n: & f_0 = q_0 & \Longrightarrow & q_0 = f_0 \\
x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 & \Longrightarrow & q_1 = cq_0 + f_1 \\
x^{n-2}: & f_2 = q_2 - cq_1 & \Longrightarrow & q_2 = cq_1 + f_2 \\
 & \ldots & & \\
x^1: & f_{n-1} = q_{n-1} - cq_{n-2} & \Longrightarrow & q_{n-1} = cq_{n-2} + f_{n-1} \\
x^0: & f_n = r - cq_{n-1} & \Longrightarrow & r = cq_{n-1} + f_n
\end{array}$$

Como funciona

Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.

Como funciona

Usando la división sintética dividamos el polinomio $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.

$$
\begin{array}{ccccc}
 & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 \\
 & \boxed{1} & \boxed{-5} & \boxed{0} & \boxed{8} \\
 & & & & \\
\boxed{2} & & & & \\
c & & & &
\end{array}
$$

Escribimos los coeficientes del polinomio dado: f_0, f_1, f_2, f_3.
Si dividimos entre $(x - c)$, entonces en la segunda fila en la izquierda escribimos c.

Como funciona

Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.

	f_0	f_1	f_2	f_3
	1	-5	0	8

c	q_0	q_1	q_2	r
2				

Preparamos celulas vacías para el residuo r
y los coeficientes del cociente q_0, q_1, q_2.

Como funciona

Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 \\
 & & \boxed{1} & \boxed{-5} & \boxed{0} & \boxed{8} \\
 & & \downarrow & & & \\
\boxed{2} & & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\
c & & q_0 & q_1 & q_2 & r
\end{array}$$

$$q_0 \quad := \quad f_0 \quad =$$

Como funciona

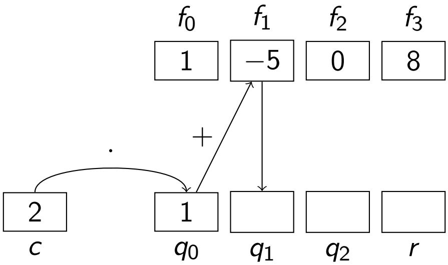
Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.

$$
\begin{array}{ccccc}
 & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 \\
 & \boxed{1} & \boxed{-5} & \boxed{0} & \boxed{8} \\
 & \downarrow & & & \\
\boxed{2} & \boxed{1} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\
c & q_0 & q_1 & q_2 & r
\end{array}
$$

$$q_0 \quad := \quad f_0 \quad = \quad 1$$

Como funciona

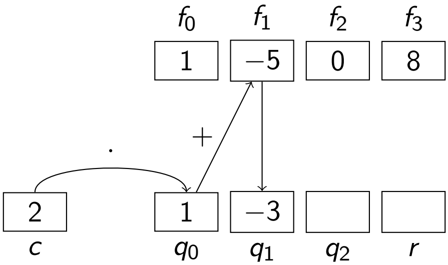
Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.



$$q_1 \quad := \quad c \cdot q_0 + f_1 \quad = \quad 2 \cdot 1 - 5 \quad =$$

Como funciona

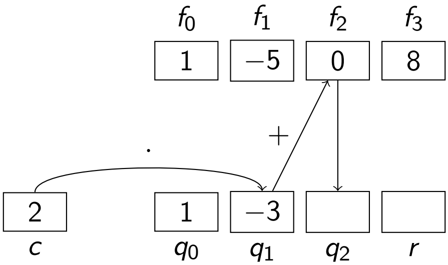
Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.



$$q_1 \quad := \quad c \cdot q_0 + f_1 \quad = \quad 2 \cdot 1 - 5 \quad = \quad -3$$

Como funciona

Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.



$$q_2 \quad := \quad c \cdot q_1 + f_2 \quad = \quad 2 \cdot (-3) + 0 \quad =$$

Como funciona

Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 \\
 & & \boxed{1} & \boxed{-5} & \boxed{0} & \boxed{8} \\
 & \cdot & & + & & \\
\boxed{2} & & \boxed{1} & \boxed{-3} & \boxed{-6} & \boxed{} \\
c & & q_0 & q_1 & q_2 & r
\end{array}$$

$$q_2 \quad := \quad c \cdot q_1 + f_2 \quad = \quad 2 \cdot (-3) + 0 \quad = \quad -6$$

Como funciona

Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 \\
 & & \boxed{1} & \boxed{-5} & \boxed{0} & \boxed{8} \\
 & & & & + & \\
 & & \cdot & & & \\
\boxed{2} & & \boxed{1} & \boxed{-3} & \boxed{-6} & \boxed{} \\
c & & q_0 & q_1 & q_2 & r
\end{array}$$

$$r \quad := \quad c \cdot q_2 + f_3 \quad = \quad 2 \cdot (-6) + 8 \quad =$$

Como funciona

Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & f_0 & f_1 & f_2 & f_3 \\
 & & \boxed{1} & \boxed{-5} & \boxed{0} & \boxed{8} \\
 & & \cdot & & + & \\
\boxed{2} & & \boxed{1} & \boxed{-3} & \boxed{-6} & \boxed{-4} \\
c & & q_0 & q_1 & q_2 & r
\end{array}
$$

$$r \quad := \quad c \cdot q_2 + f_3 \quad = \quad 2 \cdot (-6) + 8 \quad = \quad -4$$

Como funciona

Usando la división sintética dividamos el polinomio
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ entre el binomio $x - 2$.

	f_0	f_1	f_2	f_3
	$\boxed{1}$	$\boxed{-5}$	$\boxed{0}$	$\boxed{8}$
$\boxed{2}$	$\boxed{1}$	$\boxed{-3}$	$\boxed{-6}$	$\boxed{-4}$
c	q_0	q_1	q_2	r

Respuesta: $q(x) = x^2 - 3x - 6$, $r = -4$;
$f(x) = (x - 2)(x^2 - 3x - 6) - 4$.

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio
$f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio
$f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1					

Dibujamos una tabla de dos filas, copeamos en ella
los coeficientes de f y el número c (si dividimos entre $x - c$).

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1					

Copeamos el mayor coeficiente:

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2				

Copeamos el mayor coeficiente: 2.

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2				

Calculamos: $(-1) \cdot 2 + 0 \quad =$

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2	-2			

Calculamos: $(-1) \cdot 2 + 0 \quad = \quad -2.$

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2	-2			

Calculamos: $(-1) \cdot (-2) + (-7) \quad =$

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2	-2	-5		

Calculamos: $(-1) \cdot (-2) + (-7) \quad = \quad -5.$

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2	-2	-5		

Calculamos: $(-1) \cdot (-5) + 6 \quad =$

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2	-2	-5	11	

Calculamos: $(-1) \cdot (-5) + 6 \quad = \quad 11.$

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2	-2	-5	11	

Calculamos: $(-1) \cdot 11 + 3 \quad =$

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2	-2	-5	11	-8

Calculamos: $(-1) \cdot 11 + 3 \quad = \quad -8.$

División sintética escrita en forma de tabla

Mostremos como escribir brevemente la división del polinomio $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ entre el binomio $x + 1$:

	2	0	-7	6	3
-1	2	-2	-5	11	-8

Respuesta: $q(x) = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 11, \quad r = -8.$

Cálculo de los valores de polinomios

Suponemos que:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Cálculo de los valores de polinomios

Suponemos que:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Sustituimos x por c:

$$f(c) = {\color{red}?}$$

Cálculo de los valores de polinomios

Suponemos que:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Sustituimos x por c:

$$f(c) = r.$$

Cálculo de los valores de polinomios

Suponemos que:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Sustituimos x por c:

$$f(c) = r.$$

Teorema del resto (teorema de Bézout).
El valor del polinomio $f(x)$ en un punto c
es igual con el resto al dividir $f(x)$ entre $(x - c)$.

Cálculo de los valores de polinomios

Suponemos que:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Sustituimos x por c:

$$f(c) = r.$$

Teorema del resto (teorema de Bézout).
El valor del polinomio $f(x)$ en un punto c
es igual con el resto al dividir $f(x)$ entre $(x - c)$.

Calculemos el valor de $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5$ en el punto 3:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & 7 & -5 \\ \hline 3 & 1 & 0 & 7 & \boxed{16} \end{array}$$

Respuesta: $f(3) = 16$.

Expansión del polinomio en potencias de un binomio

Usando el algoritmo de Horner, desarrolemos
$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ por las potencias de $(x + 2)$.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -2 & 4 \end{array}$$

$x^3 + 3x^2 - 2x + 4$

Expansión del polinomio en potencias de un binomio

Usando el algoritmo de Horner, desarrolemos
$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ por las potencias de $(x + 2)$.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 1 & -4 & \boxed{12} \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (x^2 + x - 4)(x + 2) + 12$$

Expansión del polinomio en potencias de un binomio

Usando el algoritmo de Horner, desarrolemos
$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ por las potencias de $(x+2)$.

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 3 & -2 & 4 \\
-2 & 1 & 1 & -4 & \boxed{12} \\
-2 & 1 & -1 & \boxed{-2} &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
x^3 + 3x^2 - 2x + 4 &= (x^2 + x - 4)(x+2) + 12 \\
&= ((x-1)(x+2) - 2)(x+2) + 12
\end{aligned}
$$

Expansión del polinomio en potencias de un binomio

Usando el algoritmo de Horner, desarrolemos
$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ por las potencias de $(x + 2)$.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 3 & -2 & 4 \\
-2 & 1 & 1 & -4 & \boxed{12} \\
-2 & 1 & -1 & \boxed{-2} & \\
-2 & 1 & \boxed{-3} & & \\
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
x^3 + 3x^2 - 2x + 4 &= (x^2 + x - 4)(x + 2) + 12 \\
&= ((x - 1)(x + 2) - 2)(x + 2) + 12 \\
&= (((1 \cdot (x + 2) - 3)(x + 2) - 2)(x + 2) + 12
\end{aligned}$$

Expansión del polinomio en potencias de un binomio

Usando el algoritmo de Horner, desarrolemos $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ por las potencias de $(x + 2)$.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 3 & -2 & 4 \\
-2 & 1 & 1 & -4 & \boxed{12} \\
-2 & 1 & -1 & \boxed{-2} & \\
-2 & 1 & \boxed{-3} & & \\
-2 & \boxed{1} & & &
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
x^3 + 3x^2 - 2x + 4 &= (x^2 + x - 4)(x + 2) + 12 \\
&= ((x - 1)(x + 2) - 2)(x + 2) + 12 \\
&= (((1 \cdot (x + 2) - 3)(x + 2) - 2)(x + 2) + 12 \\
&= (x + 2)^3 - 3(x + 2)^2 - 2(x + 2) + 12.
\end{aligned}$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -2 & 2 & -1 & -6 \end{array}$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -2 & 2 & -1 & -6 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & -6 \end{array}$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -2 & 2 & -1 & -6 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & -6 \end{array}$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & 2 & -1 & -6 \\
1 & 1 & -1 & 1 & 0 & -6 \\
-1 & 1 & -3 & 5 & -6 & \boxed{0}
\end{array}$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$$\begin{array}{cc|ccccc}
 & & 1 & -2 & 2 & -1 & -6 \\
 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & -6 \\
\checkmark & -1 & 1 & -3 & 5 & -6 & \boxed{0}
\end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6)$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6.$

		1	-2	2	-1	-6
	1	1	-1	1	0	-6
✓	-1	1	-3	5	-6	$\boxed{0}$
	-1	1	-4	9	-15	

$$f(x) = (x+1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6)$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

		1	-2	2	-1	-6
	1	1	-1	1	0	-6
✓	-1	1	-3	5	-6	$\boxed{0}$
	-1	1	-4	9	-15	

$$f(x) = (x+1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6)$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6.$

		1	-2	2	-1	-6
	1	1	-1	1	0	-6
✓	-1	1	-3	5	-6	$\boxed{0}$
	-1	1	-4	9	-15	
	2	1	-1	3	$\boxed{0}$	

$$f(x) = (x+1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6)$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

		1	-2	2	-1	-6
	1	1	-1	1	0	-6
✓	-1	1	-3	5	-6	$\boxed{0}$
	-1	1	-4	9	-15	
✓	2	1	-1	3	$\boxed{0}$	

$$f(x) = (x+1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6) = (x+1)(x-2)(x^2 - x + 3).$$

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$$\begin{array}{cr|rrrrr}
 & & 1 & -2 & 2 & -1 & -6 \\
 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & -6 \\
\checkmark & -1 & 1 & -3 & 5 & -6 & \boxed{0} \\
 & -1 & 1 & -4 & 9 & -15 & \\
\checkmark & 2 & 1 & -1 & 3 & \boxed{0} &
\end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6) = (x+1)(x-2)(x^2 - x + 3).$$

El polinomio $x^2 - x + 3$ no tiene ceros enteros porque $D < 0$.

Búsqueda de ceros enteros de un polinomio

Usando el algoritmo de Horner, calculemos los ceros del polinomio:

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Si un polinomio tiene coeficientes enteros, hay que buscar sus ceros enteros entre los divisores del coeficiente constante:
$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6.$

		1	-2	2	-1	-6
	1	1	-1	1	0	-6
✓	-1	1	-3	5	-6	$\boxed{0}$
	-1	1	-4	9	-15	
✓	2	1	-1	3	$\boxed{0}$	

$$f(x) = (x+1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6) = (x+1)(x-2)(x^2 - x + 3).$$

El polinomio $x^2 - x + 3$ no tiene ceros enteros porque $D < 0$.
Respuesta: -1, 2.