

Método de Newton–Raphson (método de la tangente)

1. Idea del método de Newton. Las aproximaciones a la raíz de la función f se construyen sucesivamente (paso a paso), empezando con una aproximación inicial x_0 . En el paso n , para construir x_n , se usa la aproximación anterior x_{n-1} . Se considera la tangente a la gráfica de f en el punto $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$. El punto x_n se calcula como el punto de la intersección de esta recta tangente con el eje de abscisas.

2. Intersección de la tangente con el eje de abscisas. Escriba la ecuación de la tangente a la gráfica de f en el punto $(a, f(a))$. Calcule la abscisa de la intersección de esta tangente con el eje de abscisas.

3. Diferencias entre el método de bisección y el método de Newton-Raphson.

	método de bisección	método de Newton-Raphson
“suavidad” de f :	$f \in C$	$f \in C^2, f' \geq \alpha > 0$
puntos iniciales:	extremos del intervalo $[a, b]$	una aproximación x_0
suposiciones:	$f(a)f(b) < 0$	x_0 está cerca de la raíz
en cada paso usamos:	dos puntos anteriores, a_{n-1} y b_{n-1}	el punto anterior, x_{n-1}
se calculan valores de:	f	f y f'
orden de convergencia:	1	2

4. Algoritmo del método de Newton.

Entrada: $f, x_0, xtol, ytol, pmax$.

Variables locales: $fderiv, xprev, x, p$.

$fderiv :=$ la derivada de f ;

$xprev := x_0$;

$x := xprev - f(xprev) / fderiv(xprev)$;

$p := 1$;

Mientras $(|xprev - x_0| \geq xtol)$ y $(|f(x)| \geq ytol)$ y $(p \leq pmax)$:

$xprev := x$;

$x := xprev - f(xprev) / fderiv(xprev)$;

$p := p + 1$;

Salida: x, p .

5. Ejemplo bueno. Aplicar el método de Newton a la función $f(x) = \cos(x)$ con $x_0 = 1.0$.

6. Ejemplo malo. Hacer dos pasos del método de Newton para $f(x) = x^3 - 2x + 2$, $x_0 = 0$.

7. Ejemplo interesante: algoritmo babilónico para calcular la raíz cuadrada. Escribir la función `sqrtbabel[c_, xtol_]` que aplica el algoritmo de Newton a la función $f(x) = x^2 - c$ usando la aproximación inicial $x_0 = c$ (se supone que $c > 0$). En este caso la expresión para f' es muy simple.