Vectorización de funciones en el lenguaje MATLAB

1. Ejemplo. Para calcular los valores de la función cos en los puntos

$$2, \quad 2.1, \quad 2.2, \quad \ldots, \quad 3, \tag{1}$$

se puede usar el siguiente ciclo for:

```
n = 10;
v = zeros(1, n + 1);
for j = 0 : n,
   v(j) = cos(2 + 0.1 * j);
endfor
disp(v);
```

Sin embargo, el mismo resultado se puede obtener de manera más breve y más eficiente usando el hecho que la función cos es *vectorizada*, esto es, se puede aplicar a cada entrada de un arreglo dado:

```
v = cos(2 : 0.1 : 3);
```

El arreglo (1) también se puede crear con el comando `linspace`:

```
v = cos(linspace(2, 3, 11));
```

2. Multiplicación de matrices por entradas. Para multiplicar dos matrices entrada por entrada, se usa el comando `.*`:

```
a = [3, 4, 5]
b = [11, 12, 13]
a .* b
c = [1, 2; 3, 4]
d = [5, 6; 7, 8]
c .* d
```

3. Elevar las entradas de un arreglo a una potencia.

```
a = [3, 7, 8, 1];
a .^ 3
```

4. Ejemplo. El siguiente par de comandos calcula los valores de la función $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$ en los puntos $-1, -0.8, \ldots, 2.8, 3$.

```
x = -1 : 0.2 : 3;
v = 3 * x .^ 2 - 5 * x + 7;
```

5. Ejemplo de programación de una función vectorizada. Programemos la función $x \mapsto e^{-x^2}$ de tal manera que esta función se puede aplicar entrada por entrada a un arreglo dado:

```
function result = expsquare(x),
   result = exp(x .^ 2);
endfunction
```

Para elevar las entradas del arreglo dado `x` al cuadrado se usa el comando `.^2`. La función `exp` es vectorizada y se aplica a cada entrada del arreglo dado.

6. Tabla de valores de los monomios en puntos dados. Escriba una función de dos argumentos $x \in \mathbb{R}^m$ y $n \in \{1, 2, \ldots\}$ que construya la matriz

$$\left[x_j^{k-1}\right]_{j,k=1}^{m,n}. \tag{2}$$

Por ejemplo, para $x \in \mathbb{R}^4$ y $n = 3$ la función tendrá que regresar la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^4 \end{bmatrix}.$$

Se recomienda escribir esta función sin usar ciclos for.

Comentario. La matriz (2) se llama la *matriz de Vandermonde* de grado $n-1$ asociada a los puntos $x_1, \ldots, x_m$. La función `vander` del lenguaje de MATLAB regresa la misma matriz, pero con columnas puestas en el orden inverso, porque MATLAB guarda los coeficientes de polinomios ordenando los exponentes de manera descendiente.

7. Tabla de valores de monomios trigonométricos en puntos dados. Escriba una función de dos argumentos $x \in \mathbb{R}^m$ y $p \in \{1, 2, \ldots\}$ que construya la matriz de los valores de las funciones

$$1, \quad \cos(x), \quad \ldots, \quad \cos(px), \quad \sin(x), \quad \ldots, \quad \sin(px)$$

en los puntos $x_1, \ldots, x_m$. Por ejemplo, para $x \in \mathbb{R}^4$ y $p = 3$ la función debe regresar la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & \cos(x_1) & \cos(2x_1) & \cos(3x_1) & \sin(x_1) & \sin(2x_1) & \sin(3x_1) \\ 1 & \cos(x_2) & \cos(2x_2) & \cos(3x_2) & \sin(x_2) & \sin(2x_2) & \sin(3x_2) \\ 1 & \cos(x_3) & \cos(2x_3) & \cos(3x_3) & \sin(x_3) & \sin(2x_3) & \sin(3x_3) \\ 1 & \cos(x_4) & \cos(2x_4) & \cos(3x_4) & \sin(x_4) & \sin(2x_4) & \sin(3x_4) \end{bmatrix}.$$