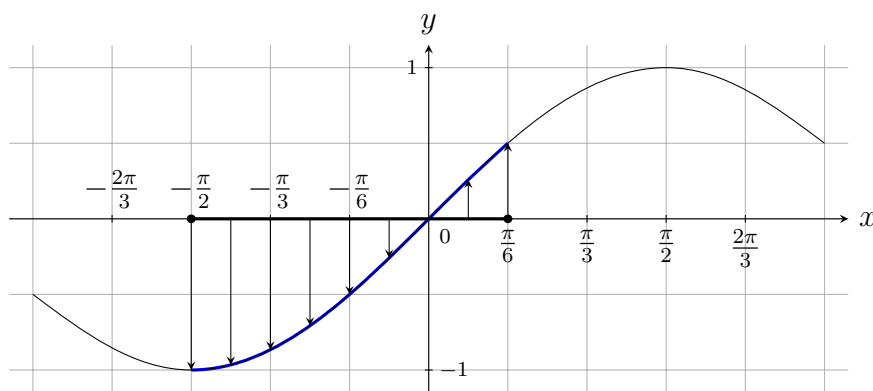


# Imágenes de subconjuntos bajo funciones continuas

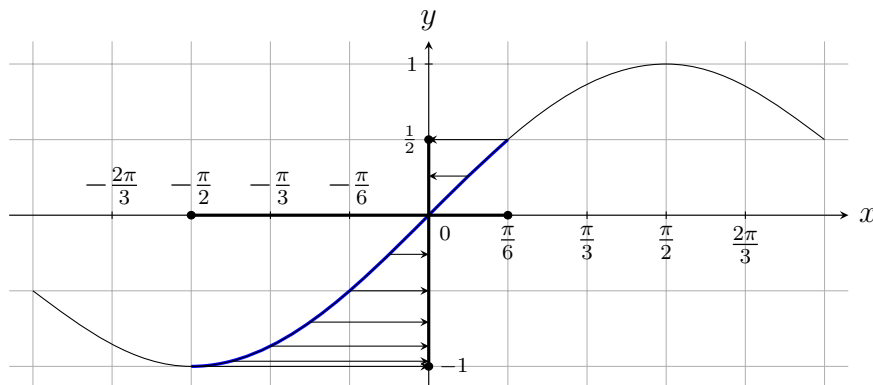
## Imágenes de subconjuntos bajo funciones crecientes

**Ejemplo.** Dibujar la gráfica de la función  $f(x) = \text{sen}(x)$ , indicar los puntos de la gráfica cuyas abscisas pertenecen al conjunto  $A = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right]$ , proyectar este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas y calcular  $f(A)$ .

*Solución.* Primero dibujamos la gráfica de la función  $f(x) = \text{sen}(x)$ , indicamos el intervalo  $A = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right]$  en el eje de abscisas y el fragmento correspondiente de la gráfica:



Luego proyectamos este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas:



Respuesta:  $f(A) = \left[-1, \frac{1}{2}\right]$ .

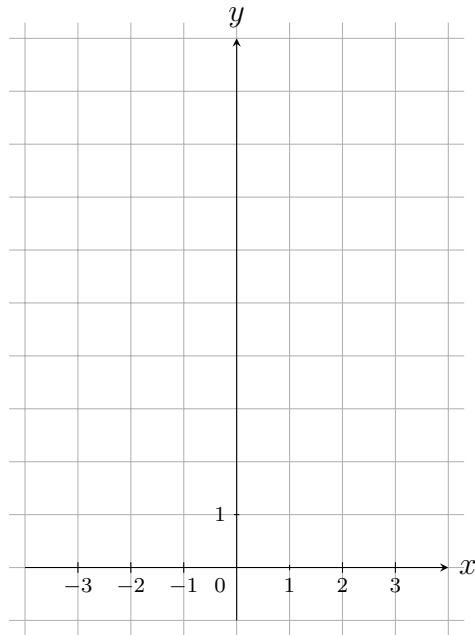
Notemos que en este ejemplo la función  $f(x) = \text{sen}(x)$  es creciente y continua en el intervalo  $[a, b] = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right]$ , por lo tanto

$$f([a, b]) = [f(a), f(b)]. \quad \square$$

En cada uno de los siguientes ejemplos hay que dibujar la gráfica de la función  $f$ , indicar los puntos de la gráfica cuyas abscisas pertenecen al conjunto  $A$ , proyectar este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas y calcular  $f(A)$ .

1.  $f(x) = x^2$ ,  $A = [1, 3]$ .

*Solución.*

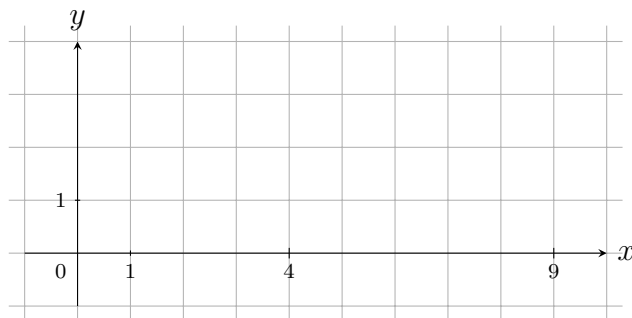


Respuesta:  $f(A) =$

□

2.  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $A = [4, 9]$ .

*Solución.*



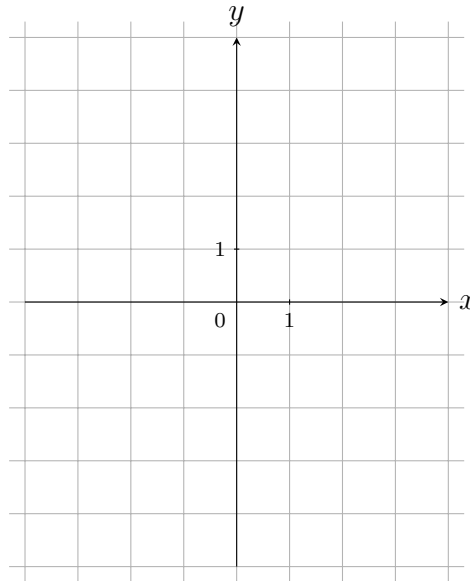
Respuesta:  $f(A) =$

□

En cada uno de los siguientes ejemplos hay que dibujar la gráfica de la función  $f$ , indicar los puntos de la gráfica cuyas abscisas pertenecen al conjunto  $A$ , proyectar este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas y calcular  $f(A)$ .

3.  $f(x) = 2x - 3$ ,  $A = [-1, 2]$ .

*Solución.*

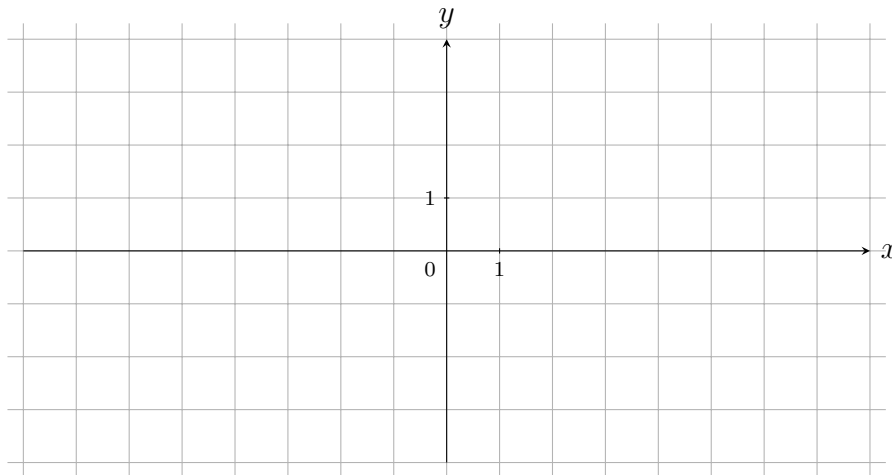


Respuesta:  $f(A) =$

□

4.  $f(x) = -\frac{x}{3} + 1$ ,  $A = [-3, 3]$ .

*Solución.*



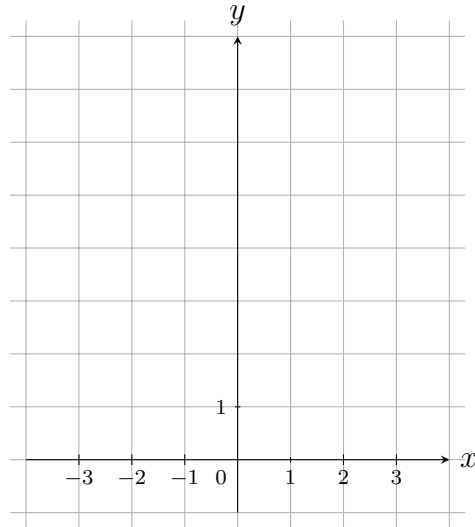
Respuesta:  $f(A) =$

□

En cada uno de los siguientes ejemplos hay que dibujar la gráfica de la función  $f$ , indicar los puntos de la gráfica cuyas abscisas pertenecen al conjunto  $A$ , proyectar este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas y calcular  $f(A)$ .

5.  $f(x) = 2^x$ ,  $A = [-1, 1]$ .

*Solución.*



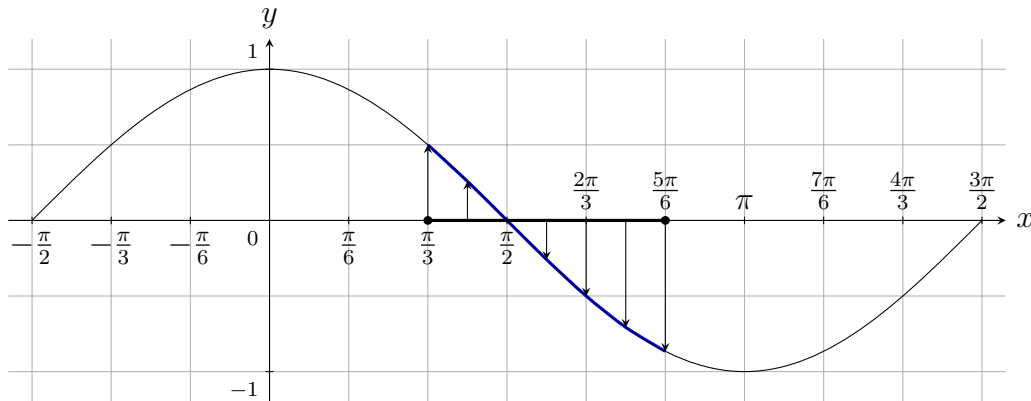
Respuesta:  $f(A) =$

□

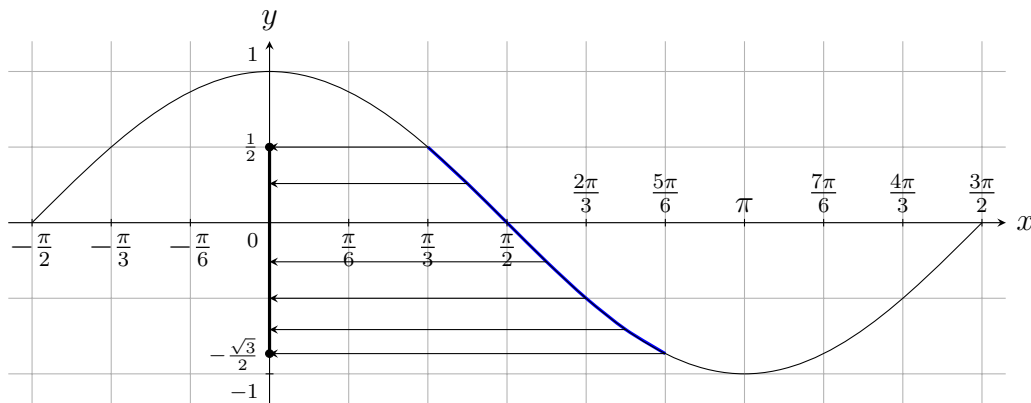
## Imágenes de subconjuntos bajo funciones decrecientes

**Ejemplo.** Dibujar la gráfica de la función  $f(x) = \cos(x)$ , indicar los puntos de la gráfica cuyas abscisas pertenecen al conjunto  $A = \left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$ , proyectar este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas y calcular  $f(A)$ .

*Solución.* Primero dibujamos la gráfica de la función  $f(x) = \cos(x)$ , indicamos el intervalo  $A = \left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$  en el eje de abscisas y el fragmento correspondiente de la gráfica:



Luego proyectamos este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas:



Respuesta:  $f(A) = \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right]$ .

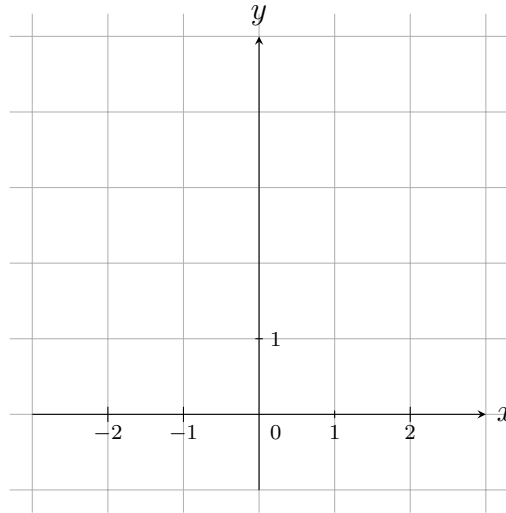
Notemos que en este ejemplo la función  $f(x) = \cos(x)$  es decreciente y continua en el intervalo  $[a, b] = \left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$ , por lo tanto

$$f([a, b]) = [f(b), f(a)]. \quad \square$$

En cada uno de los siguientes ejemplos hay que dibujar la gráfica de la función  $f$ , indicar los puntos de la gráfica cuyas abscisas pertenecen al conjunto  $A$ , proyectar este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas y calcular  $f(A)$ .

6.  $f(x) = x^2$ ,  $A = [-2, -1]$ .

*Solución.*

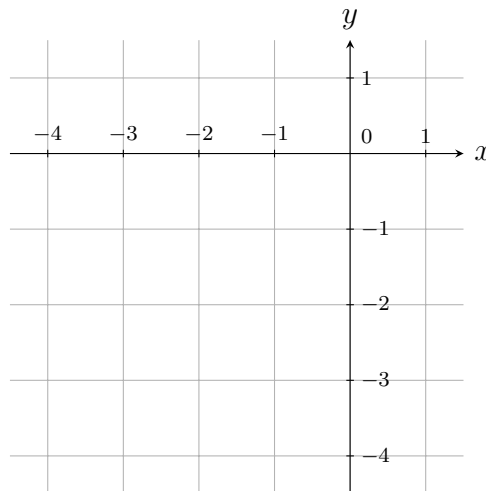


Respuesta:  $f(A) =$

□

7.  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $A = [-3, -\frac{1}{2}]$ .

*Solución.*



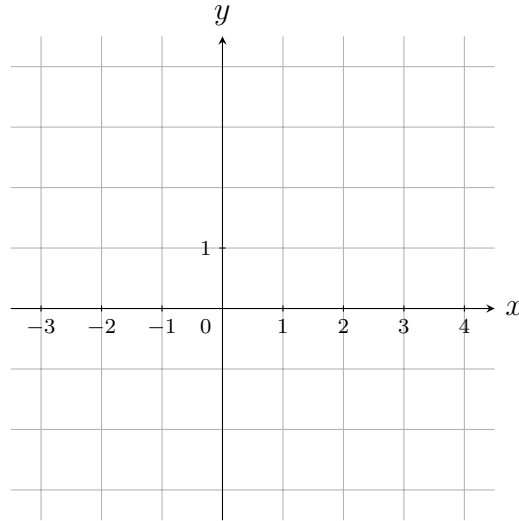
Respuesta:  $f(A) =$

□

En cada uno de los siguientes ejemplos hay que dibujar la gráfica de la función  $f$ , indicar los puntos de la gráfica cuyas abscisas pertenecen al conjunto  $A$ , proyectar este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas y calcular  $f(A)$ .

8.  $f(x) = -x + 1, \quad A = [-1, 1]$ .

*Solución.*

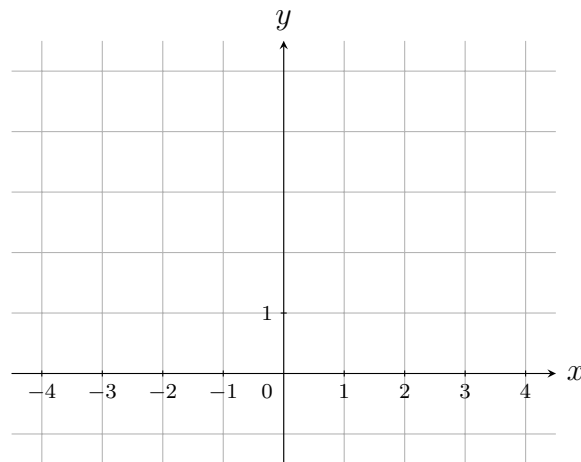


Respuesta:  $f(A) =$

□

9.  $f(x) = -\frac{x}{2} + 3, \quad A = [1, 2]$ .

*Solución.*



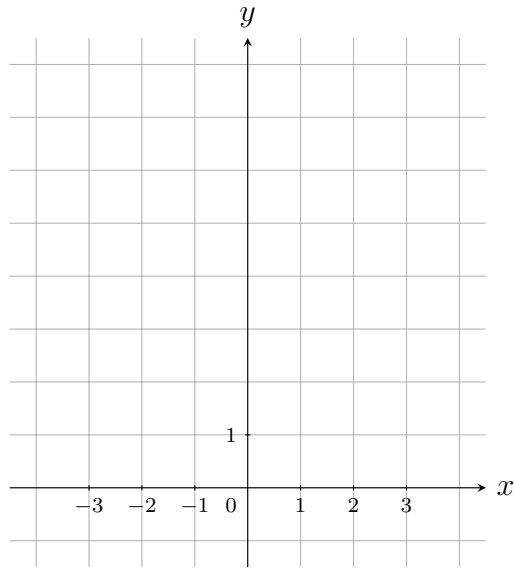
Respuesta:  $f(A) =$

□

En cada uno de los siguientes ejemplos hay que dibujar la gráfica de la función  $f$ , indicar los puntos de la gráfica cuyas abscisas pertenecen al conjunto  $A$ , proyectar este fragmento de la gráfica al eje de ordenadas y calcular  $f(A)$ .

10.  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $A = [-2, 1]$ .

*Solución.*



Respuesta:  $f(A) =$

□



## Imágenes de subconjuntos bajo funciones no monótonas

(Todavía no está escrito.)