



Álgebra III. Tarea 2. Variante α .

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 3 & 1 & 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 7 & 6 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 1 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{4,5}$ y $\tau_{6,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{4,5}$, $\tau_{4,5}\varphi$, $\varphi\tau_{6,7}$, $\tau_{6,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 5 & 3 & 7 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(8, 1, 4), \psi = c(4, 6, 2, 3).$

B.) $\varphi = c(4, 7, 6), \psi = c(6, 8).$

C.) $\varphi = c(3, 5, 1, 7, 2, 6), \psi = c(6, 7).$

D.) $\varphi = c(7, 3, 1, 4, 8), \psi = c(8, 7).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,3}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 6 & 4 & 7 & 3 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 7 & 6 & 3 & 4 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

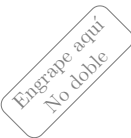
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 4 & 5 & 9 & 7 & 3 & 2 & 8 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_8)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante β .

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 1 & 2 & 5 & 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,3}$ y $\tau_{6,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,3}$, $\tau_{2,3}\varphi$, $\varphi\tau_{6,7}$, $\tau_{6,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 3 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(3, 8, 1, 2), \psi = c(2, 5, 6).$

B.) $\varphi = c(5, 3, 8, 1), \psi = c(1, 2).$

C.) $\varphi = c(2, 4, 8, 6, 3, 7, 5), \psi = c(5, 6).$

D.) $\varphi = c(3, 2, 8, 4, 5), \psi = c(5, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{7,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 7 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,4}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 4 & 5 & 2 & 8 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 2 & 8 & 3 & 1 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

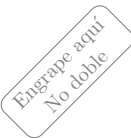
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 9 & 4 & 2 & 5 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_4)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_7)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 1 AJAS.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,6}$ y $\tau_{2,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,6}$, $\tau_{1,6}\varphi$, $\varphi\tau_{2,4}$, $\tau_{2,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 3 & 6 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 3, 4, 5), \psi = c(5, 2, 8, 6).$

B.) $\varphi = c(5, 3, 1, 6, 7), \psi = c(7, 2).$

C.) $\varphi = c(8, 7, 6, 5, 2, 4), \psi = c(4, 5).$

D.) $\varphi = c(8, 3, 7, 6, 2, 5), \psi = c(5, 8).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{4,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 4 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 2 & 7 & 5 & 3 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 2 & 8 & 1 & 5 & 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 7 & 1 & 9 & 2 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_7, a_4, a_1, a_6, a_2, a_5, a_8, a_3)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_2, a_7, a_1, a_4, a_8, a_6, a_5, a_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 2 PPAA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 3 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 5 & 6 & 3 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 2 & 6 & 1 & 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 3 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,5}$ y $\tau_{4,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,5}$, $\tau_{2,5}\varphi$, $\varphi\tau_{4,7}$, $\tau_{4,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 6 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(7, 8, 6), \psi = c(6, 2, 5, 3).$

B.) $\varphi = c(6, 8, 4), \psi = c(4, 2).$

C.) $\varphi = c(8, 1, 7, 6, 2, 5, 3), \psi = c(3, 6).$

D.) $\varphi = c(7, 4, 8, 6, 1, 2), \psi = c(2, 1).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,5}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 7 & 6 & 8 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 5 & 1 & 6 & 8 & 2 & 3 & 9 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_8)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_5, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 3 TGC.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,7}$ y $\tau_{3,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,7}$, $\tau_{1,7}\varphi$, $\varphi\tau_{3,4}$, $\tau_{3,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 7 & 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(6, 4, 1, 8), \psi = c(8, 7, 3).$

B.) $\varphi = c(4, 6, 1, 5), \psi = c(5, 7).$

C.) $\varphi = c(5, 8, 1, 6, 7, 3), \psi = c(3, 6).$

D.) $\varphi = c(6, 4, 7, 2, 8), \psi = c(8, 6).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,5}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 5 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 7 & 5 & 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 2 & 8 & 6 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 2 & 5 & 3 & 9 & 8 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 4 CSA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 1 & 3 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 3 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 4 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{5,6}$ y $\tau_{2,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{5,6}$, $\tau_{5,6}\varphi$, $\varphi\tau_{2,4}$, $\tau_{2,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 1 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 1, 2, 8), \psi = c(8, 3, 6, 7).$

B.) $\varphi = c(6, 3, 4, 5, 1), \psi = c(1, 2).$

C.) $\varphi = c(7, 3, 6, 2, 8, 1, 4), \psi = c(4, 2).$

D.) $\varphi = c(3, 7, 5, 6, 4), \psi = c(4, 6).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{5,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 6 & 7 & 5 & 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 5 & 4 & 8 & 3 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 7 & 6 & 8 & 3 & 1 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_8, a_2, a_7, a_3, a_5, a_1, a_6, a_4)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_2, a_1, a_7, a_6, a_5, a_3, a_4, a_8)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 5 BMSD.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 7 & 4 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 6 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 6 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,7}$ y $\tau_{4,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,7}$, $\tau_{1,7}\varphi$, $\varphi\tau_{4,5}$, $\tau_{4,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(2, 3, 1)$, $\psi = c(1, 7, 6, 8)$.

B.) $\varphi = c(4, 3, 5)$, $\psi = c(5, 7)$.

C.) $\varphi = c(4, 5, 7, 2, 1, 6)$, $\psi = c(6, 2)$.

D.) $\varphi = c(8, 2, 6, 5, 7, 4)$, $\psi = c(4, 8)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{3,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 3 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 4 & 6 & 8 & 7 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 7 & 2 & 1 & 3 & 6 & 4 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

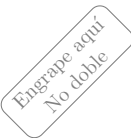
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 8 & 9 & 7 & 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_4, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_8)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 6 DEER.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 3 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 & 3 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 4 & 7 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 1 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,5}$ y $\tau_{4,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,5}$, $\tau_{3,5}\varphi$, $\varphi\tau_{4,6}$, $\tau_{4,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 1 & 2 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(3, 1, 7, 2), \psi = c(2, 6, 5).$

B.) $\varphi = c(4, 5, 7, 2), \psi = c(2, 3).$

C.) $\varphi = c(6, 2, 3, 5, 7, 1, 4), \psi = c(4, 5).$

D.) $\varphi = c(8, 2, 5, 7, 4, 1), \psi = c(1, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,4}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 4 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{4,5}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 2 & 4 & 1 & 6 & 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 7 & 6 & 2 & 4 & 8 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 8 & 3 & 7 & 9 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_4)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 7 DGGI.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 5 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 4 & 3 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 2 & 7 & 3 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,7}$ y $\tau_{1,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,7}$, $\tau_{3,7}\varphi$, $\varphi\tau_{1,5}$, $\tau_{1,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 6 & 5 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 3, 6, 5), \psi = c(5, 7, 1, 8).$

B.) $\varphi = c(6, 7, 2, 8, 5), \psi = c(5, 3).$

C.) $\varphi = c(4, 7, 1, 2, 8, 3), \psi = c(3, 2).$

D.) $\varphi = c(6, 3, 1, 2, 4), \psi = c(4, 6).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{4,5}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 4 y 5 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{6,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 4 & 1 & 6 & 5 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 4 & 8 & 7 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

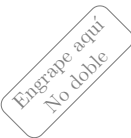
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 6 & 7 & 5 & 9 & 8 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_6)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 8 LEE.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 3 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 3 & 7 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 3 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,5}$ y $\tau_{2,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,5}$, $\tau_{1,5}\varphi$, $\varphi\tau_{2,7}$, $\tau_{2,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 1 & 6 & 7 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(3, 4, 5)$, $\psi = c(5, 7, 6, 8)$.

B.) $\varphi = c(7, 4, 2)$, $\psi = c(2, 6)$.

C.) $\varphi = c(2, 7, 6, 5, 3, 4, 8)$, $\psi = c(8, 5)$.

D.) $\varphi = c(2, 5, 7, 3, 8)$, $\psi = c(8, 3)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{6,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 6 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 3 & 8 & 6 & 2 & 1 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 6 & 8 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

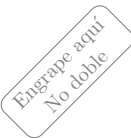
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 3 & 4 & 8 & 2 & 5 & 1 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 9 GDL D.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 1 & 2 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 2 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 1 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{6,7}$ y $\tau_{3,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{6,7}$, $\tau_{6,7}\varphi$, $\varphi\tau_{3,4}$, $\tau_{3,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 4 & 1 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(8, 4, 3, 5), \psi = c(5, 2, 6).$

B.) $\varphi = c(5, 2, 6, 7), \psi = c(7, 1).$

C.) $\varphi = c(8, 3, 2, 7, 1, 6), \psi = c(6, 7).$

D.) $\varphi = c(1, 4, 7, 5, 8, 2), \psi = c(2, 1).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,5}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 5 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{4,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 8 & 7 & 2 & 1 & 5 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 8 & 4 & 3 & 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 5 & 7 & 6 & 9 & 4 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_5)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 10 TLLB.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 4 & 1 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 1 & 5 & 7 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,7}$ y $\tau_{3,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,7}$, $\tau_{2,7}\varphi$, $\varphi\tau_{3,6}$, $\tau_{3,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(5, 4, 8, 2), \psi = c(2, 3, 1, 7).$

B.) $\varphi = c(8, 6, 7, 2, 1), \psi = c(1, 3).$

C.) $\varphi = c(2, 7, 1, 3, 6, 4, 8), \psi = c(8, 3).$

D.) $\varphi = c(2, 3, 8, 7, 4, 6), \psi = c(6, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,4}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 2 & 4 & 3 & 6 & 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 8 & 2 & 7 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 1 & 4 & 2 & 8 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 11 GSLE.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 6 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 3 & 1 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,5}$ y $\tau_{4,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,5}$, $\tau_{1,5}\varphi$, $\varphi\tau_{4,6}$, $\tau_{4,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 1 & 5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(7, 8, 6), \psi = c(6, 4, 5, 2).$

B.) $\varphi = c(3, 5, 7), \psi = c(7, 8).$

C.) $\varphi = c(1, 5, 7, 3, 4, 6), \psi = c(6, 3).$

D.) $\varphi = c(2, 4, 1, 5, 6), \psi = c(6, 2).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{4,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 4 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{4,5}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 2 & 8 & 3 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 7 & 8 & 5 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 2 & 3 & 8 & 5 & 9 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 12 TRI.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 2 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{6,7}$ y $\tau_{1,3}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{6,7}$, $\tau_{6,7}\varphi$, $\varphi\tau_{1,3}$, $\tau_{1,3}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(7, 6, 5, 2), \psi = c(2, 4, 3).$

B.) $\varphi = c(5, 7, 2, 4), \psi = c(4, 6).$

C.) $\varphi = c(2, 1, 5, 7, 6, 4, 8), \psi = c(8, 7).$

D.) $\varphi = c(6, 4, 5, 1, 7), \psi = c(7, 1).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{5,6}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 6 & 7 & 3 & 5 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 5 & 7 & 1 & 4 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 9 & 6 & 2 & 7 & 4 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_5, a_6, a_3, a_7, a_8, a_4, a_2, a_1)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_3, a_7, a_6, a_5, a_2, a_8, a_4, a_1)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 13 LSS.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 5 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 5 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 2 & 6 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 1 & 4 & 7 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,5}$ y $\tau_{2,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,5}$, $\tau_{1,5}\varphi$, $\varphi\tau_{2,4}$, $\tau_{2,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 1 & 5 & 7 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(2, 6, 1, 3), \psi = c(3, 5, 8, 4).$

B.) $\varphi = c(6, 2, 3, 4, 5), \psi = c(5, 8).$

C.) $\varphi = c(3, 7, 4, 2, 5, 8), \psi = c(8, 2).$

D.) $\varphi = c(4, 1, 5, 2, 3, 6), \psi = c(6, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 7 & 4 & 3 & 5 & 8 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 2 & 1 & 8 & 6 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

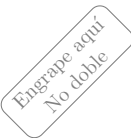
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 7 & 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_8, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 14 RHPA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 3 & 1 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{4,7}$ y $\tau_{3,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{4,7}$, $\tau_{4,7}\varphi$, $\varphi\tau_{3,6}$, $\tau_{3,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 3 & 5 & 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(3, 8, 5), \psi = c(5, 4, 7, 2).$

B.) $\varphi = c(1, 2, 5), \psi = c(5, 4).$

C.) $\varphi = c(7, 1, 2, 6, 8, 5, 4), \psi = c(4, 6).$

D.) $\varphi = c(2, 8, 5, 6, 3, 7), \psi = c(7, 3).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{3,4}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 3 y 4 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{5,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 8 & 4 & 3 & 1 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & 3 & 6 & 8 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 4 & 7 & 9 & 6 & 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 15 MME.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 6 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 2 & 6 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 7 & 4 & 5 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{4,5}$ y $\tau_{2,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{4,5}$, $\tau_{4,5}\varphi$, $\varphi\tau_{2,6}$, $\tau_{2,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 2 & 5 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 4, 7, 6), \psi = c(6, 5, 8).$

B.) $\varphi = c(8, 3, 2, 6), \psi = c(6, 1).$

C.) $\varphi = c(7, 5, 4, 2, 3, 1), \psi = c(1, 2).$

D.) $\varphi = c(8, 6, 3, 2, 4), \psi = c(4, 8).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,2}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 2 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,6}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 6 & 7 & 8 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 7 & 1 & 3 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

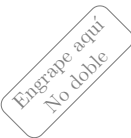
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 1 & 6 & 4 & 9 & 3 & 2 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_6)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 16 MRCK.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 3 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 6 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 4 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{4,6}$ y $\tau_{1,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{4,6}$, $\tau_{4,6}\varphi$, $\varphi\tau_{1,7}$, $\tau_{1,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(8, 7, 6, 3), \psi = c(3, 5, 4, 2).$

B.) $\varphi = c(6, 8, 4, 7, 1), \psi = c(1, 2).$

C.) $\varphi = c(1, 3, 7, 6, 8, 5, 2), \psi = c(2, 6).$

D.) $\varphi = c(2, 5, 1, 3, 4), \psi = c(4, 3).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{3,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 3 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{4,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 7 & 3 & 2 & 4 & 6 & 1 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 1 & 3 & 8 & 4 & 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

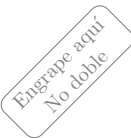
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 2 & 4 & 3 & 1 & 8 & 6 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_6, a_2, a_7, a_3, a_4, a_8, a_5, a_1)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_2, a_5, a_1, a_6, a_7, a_4, a_8, a_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 17 RAJA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 7 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 6 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,3}$ y $\tau_{2,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,3}$, $\tau_{1,3}\varphi$, $\varphi\tau_{2,5}$, $\tau_{2,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 2 & 7 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 1, 6), \psi = c(6, 8, 7, 5).$

B.) $\varphi = c(5, 8, 6), \psi = c(6, 1).$

C.) $\varphi = c(7, 2, 1, 3, 4, 8), \psi = c(8, 3).$

D.) $\varphi = c(4, 3, 6, 7, 5, 2), \psi = c(2, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{4,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 4 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 7 & 3 & 4 & 6 & 8 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 6 & 1 & 5 & 4 & 8 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 9 & 3 & 1 & 4 & 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_4, a_3, a_8, a_2, a_1, a_7, a_6, a_5)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_8, a_1, a_5, a_6, a_4, a_3, a_7, a_2)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 18 RDIDJ.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 2 & 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,7}$ y $\tau_{2,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,7}$, $\tau_{3,7}\varphi$, $\varphi\tau_{2,4}$, $\tau_{2,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(2, 3, 5, 7), \psi = c(7, 4, 8).$

B.) $\varphi = c(8, 4, 3, 7), \psi = c(7, 1).$

C.) $\varphi = c(6, 8, 2, 1, 5, 4, 3), \psi = c(3, 1).$

D.) $\varphi = c(2, 4, 5, 8, 3, 1), \psi = c(1, 3).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{7,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 7 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{6,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 2 & 1 & 6 & 7 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 8 & 3 & 1 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 9 & 6 & 4 & 2 & 7 & 5 & 8 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_2)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_7)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 19 ERE.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 2 & 3 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,6}$ y $\tau_{1,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,6}$, $\tau_{2,6}\varphi$, $\varphi\tau_{1,4}$, $\tau_{1,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 2 & 7 & 5 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 3, 5, 4)$, $\psi = c(4, 6, 8, 2)$.

B.) $\varphi = c(7, 6, 4, 3, 2)$, $\psi = c(2, 8)$.

C.) $\varphi = c(3, 4, 7, 5, 6, 2)$, $\psi = c(2, 5)$.

D.) $\varphi = c(7, 5, 8, 4, 2)$, $\psi = c(2, 7)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{4,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 4 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 7 & 4 & 8 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 4 & 8 & 6 & 5 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 7 & 4 & 9 & 1 & 8 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_4, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_2)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_4)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 20 UTAV.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 3 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 1 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 6 & 3 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,5}$ y $\tau_{6,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,5}$, $\tau_{3,5}\varphi$, $\varphi\tau_{6,7}$, $\tau_{6,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 6 & 3 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 3, 6), \psi = c(6, 1, 5, 2).$

B.) $\varphi = c(4, 3, 6), \psi = c(6, 5).$

C.) $\varphi = c(7, 1, 5, 2, 6, 3, 4), \psi = c(4, 2).$

D.) $\varphi = c(2, 7, 3, 8, 1), \psi = c(1, 8).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,2}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 2 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 3 & 2 & 8 & 4 & 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 8 & 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 9 & 2 & 8 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_6, a_7, a_5, a_2, a_3, a_8, a_4, a_1)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_5, a_6, a_3, a_4, a_7, a_8, a_1, a_2)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 21 VNDI.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 5 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 4 & 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,6}$ y $\tau_{1,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,6}$, $\tau_{2,6}\varphi$, $\varphi\tau_{1,5}$, $\tau_{1,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(5, 6, 2, 3)$, $\psi = c(3, 1, 8)$.

B.) $\varphi = c(3, 7, 5, 1)$, $\psi = c(1, 8)$.

C.) $\varphi = c(1, 7, 4, 2, 8, 3)$, $\psi = c(3, 2)$.

D.) $\varphi = c(1, 5, 7, 8, 4, 2)$, $\psi = c(2, 1)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{5,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 5 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 8 & 7 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 1 & 8 & 5 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

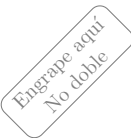
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 9 & 7 & 4 & 5 & 1 & 8 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_4, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 22 VHA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 2 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 5 & 7 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 2 & 6 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,5}$ y $\tau_{6,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,5}$, $\tau_{2,5}\varphi$, $\varphi\tau_{6,7}$, $\tau_{6,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 7 & 6 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(5, 6, 7, 4), \psi = c(4, 1, 2, 3).$

B.) $\varphi = c(2, 8, 6, 7, 5), \psi = c(5, 3).$

C.) $\varphi = c(4, 1, 7, 2, 8, 5, 6), \psi = c(6, 2).$

D.) $\varphi = c(8, 6, 2, 4, 3, 7), \psi = c(7, 3).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{5,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 5 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 5 & 7 & 2 & 8 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 8 & 7 & 4 & 1 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 7 & 5 & 6 & 3 & 8 & 9 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 23 VMJJ.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 2 & 7 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,7}$ y $\tau_{4,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,7}$, $\tau_{3,7}\varphi$, $\varphi\tau_{4,5}$, $\tau_{4,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 4 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(2, 4, 1), \psi = c(1, 8, 5, 7).$

B.) $\varphi = c(5, 1, 8), \psi = c(8, 7).$

C.) $\varphi = c(1, 5, 8, 2, 3, 4), \psi = c(4, 2).$

D.) $\varphi = c(2, 7, 5, 4, 3), \psi = c(3, 2).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,4}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 4 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,6}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 2 & 8 & 5 & 1 & 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 2 & 6 & 7 & 3 & 4 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

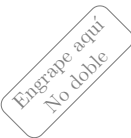
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 7 & 8 & 2 & 6 & 5 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_6, a_1, a_5, a_3, a_2, a_8, a_7, a_4)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_5, a_2, a_1, a_3, a_7, a_6, a_8, a_4)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 24 ZPJ.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 4 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 1 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 7 & 5 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{6,7}$ y $\tau_{1,2}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{6,7}$, $\tau_{6,7}\varphi$, $\varphi\tau_{1,2}$, $\tau_{1,2}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 7 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(5, 1, 4, 3), \psi = c(3, 7, 2).$

B.) $\varphi = c(4, 7, 8, 1), \psi = c(1, 3).$

C.) $\varphi = c(2, 3, 4, 5, 6, 7, 1), \psi = c(1, 5).$

D.) $\varphi = c(7, 6, 3, 4, 8), \psi = c(8, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{6,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 6 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 4 & 8 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 7 & 2 & 6 & 5 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

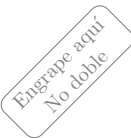
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 1 & 3 & 7 & 9 & 2 & 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_8, a_4, a_1, a_6, a_3, a_2, a_7, a_5)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_7, a_3, a_2, a_8, a_4, a_5, a_6, a_1)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 25 VOA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 5 & 3 & 2 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,4}$ y $\tau_{2,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,4}$, $\tau_{1,4}\varphi$, $\varphi\tau_{2,5}$, $\tau_{2,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 2 & 1 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 2, 3, 5), \psi = c(5, 8, 4, 6).$

B.) $\varphi = c(1, 5, 7, 8, 6), \psi = c(6, 4).$

C.) $\varphi = c(6, 3, 2, 7, 1, 4), \psi = c(4, 7).$

D.) $\varphi = c(3, 4, 7, 2, 8, 1), \psi = c(1, 3).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,4}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 4 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{5,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 7 & 4 & 2 & 1 & 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & 6 & 2 & 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 1 & 4 & 6 & 2 & 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_5, a_8, a_1, a_4, a_2, a_6, a_7, a_3)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_5, a_2, a_1, a_4, a_3, a_8, a_7, a_6)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 26 BFO.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 7 & 2 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 1 & 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,4}$ y $\tau_{1,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,4}$, $\tau_{3,4}\varphi$, $\varphi\tau_{1,5}$, $\tau_{1,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 5 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 7, 5), \psi = c(5, 1, 8, 2).$

B.) $\varphi = c(5, 6, 7), \psi = c(7, 3).$

C.) $\varphi = c(3, 1, 4, 5, 2, 7, 8), \psi = c(8, 5).$

D.) $\varphi = c(7, 6, 8, 1, 2, 3), \psi = c(3, 2).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{4,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 4 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 7 & 1 & 6 & 8 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 1 & 8 & 6 & 5 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 9 & 5 & 2 & 8 & 3 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_4, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 27 CABN.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 2 & 3 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 6 & 7 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 3 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,4}$ y $\tau_{1,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,4}$, $\tau_{2,4}\varphi$, $\varphi\tau_{1,7}$, $\tau_{1,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 1 & 7 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(6, 4, 1, 3), \psi = c(3, 8, 5).$

B.) $\varphi = c(3, 7, 4, 6), \psi = c(6, 2).$

C.) $\varphi = c(5, 3, 2, 8, 6, 1), \psi = c(1, 8).$

D.) $\varphi = c(2, 4, 8, 3, 1), \psi = c(1, 2).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,6}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 2 & 5 & 3 & 4 & 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 8 & 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 5 & 7 & 8 & 9 & 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_5, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_3)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_8)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 28 CCOY.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 3 & 5 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 6 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,7}$ y $\tau_{1,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,7}$, $\tau_{3,7}\varphi$, $\varphi\tau_{1,5}$, $\tau_{1,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 1 & 5 & 7 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(5, 1, 8, 3), \psi = c(3, 4, 6, 7).$

B.) $\varphi = c(8, 6, 4, 7, 1), \psi = c(1, 5).$

C.) $\varphi = c(3, 8, 1, 2, 5, 4, 7), \psi = c(7, 2).$

D.) $\varphi = c(7, 6, 1, 2, 4), \psi = c(4, 2).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 7 & 6 & 2 & 5 & 1 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 7 & 6 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 3 & 6 & 9 & 7 & 5 & 1 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_1, a_3, a_2, a_7, a_8, a_6, a_4, a_5)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_7, a_6, a_3, a_5, a_8, a_1, a_4, a_2)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 29 FCIC.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 3 & 1 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 7 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{5,6}$ y $\tau_{2,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{5,6}$, $\tau_{5,6}\varphi$, $\varphi\tau_{2,4}$, $\tau_{2,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 1 & 2 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(5, 2, 7), \psi = c(7, 1, 4, 8).$

B.) $\varphi = c(5, 7, 6), \psi = c(6, 8).$

C.) $\varphi = c(1, 5, 2, 4, 3, 6), \psi = c(6, 4).$

D.) $\varphi = c(6, 5, 4, 7, 3, 1), \psi = c(1, 6).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{4,5}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 8 & 7 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 2 & 6 & 1 & 7 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

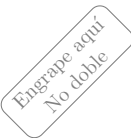
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 2 & 7 & 6 & 1 & 9 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 30 FMI.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 7 & 5 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 7 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 6 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{4,6}$ y $\tau_{1,3}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{4,6}$, $\tau_{4,6}\varphi$, $\varphi\tau_{1,3}$, $\tau_{1,3}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 3 & 1 & 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 8, 6, 2), \psi = c(2, 3, 7).$

B.) $\varphi = c(3, 1, 4, 6), \psi = c(6, 5).$

C.) $\varphi = c(5, 7, 8, 3, 4, 1, 6), \psi = c(6, 3).$

D.) $\varphi = c(6, 8, 1, 7, 3, 2), \psi = c(2, 3).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,4}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 4 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,5}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 4 & 8 & 6 & 7 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 7 & 1 & 4 & 3 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 6 & 9 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_5, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 31 FGBE.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 6 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 7 & 1 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 1 & 7 & 2 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 3 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,7}$ y $\tau_{4,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,7}$, $\tau_{2,7}\varphi$, $\varphi\tau_{4,5}$, $\tau_{4,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 7 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(8, 2, 5, 1), \psi = c(1, 6, 3, 7).$

B.) $\varphi = c(6, 3, 8, 2, 4), \psi = c(4, 7).$

C.) $\varphi = c(6, 1, 7, 4, 8, 3), \psi = c(3, 4).$

D.) $\varphi = c(2, 5, 6, 4, 8), \psi = c(8, 2).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{4,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 4 & 7 & 5 & 8 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 2 & 4 & 8 & 7 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

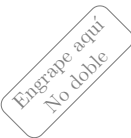
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 5 & 1 & 3 & 6 & 8 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_5, a_6, a_2, a_1, a_7, a_3, a_8, a_4)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_6, a_7, a_4, a_8, a_5, a_1, a_3, a_2)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 32 GGD.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 4 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 7 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 2 & 5 & 6 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,7}$ y $\tau_{4,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,7}$, $\tau_{2,7}\varphi$, $\varphi\tau_{4,5}$, $\tau_{4,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 4 & 7 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 3, 7), \psi = c(7, 2, 6, 4).$

B.) $\varphi = c(7, 5, 2), \psi = c(2, 8).$

C.) $\varphi = c(5, 3, 4, 2, 7, 1, 8), \psi = c(8, 2).$

D.) $\varphi = c(6, 8, 2, 4, 5), \psi = c(5, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 5 & 6 & 4 & 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 8 & 1 & 6 & 7 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

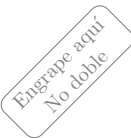
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 8 & 3 & 2 & 5 & 9 & 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_1, a_3, a_8, a_2, a_6, a_4, a_7, a_5)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_8, a_1, a_4, a_7, a_2, a_6, a_5, a_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 33 IMA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 2 & 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 6 & 5 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,7}$ y $\tau_{2,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,7}$, $\tau_{3,7}\varphi$, $\varphi\tau_{2,6}$, $\tau_{2,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 4 & 2 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(2, 7, 8, 5)$, $\psi = c(5, 4, 3)$.

B.) $\varphi = c(1, 2, 3, 5)$, $\psi = c(5, 7)$.

C.) $\varphi = c(8, 7, 4, 1, 2, 5)$, $\psi = c(5, 1)$.

D.) $\varphi = c(6, 7, 5, 3, 8, 4)$, $\psi = c(4, 6)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{5,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 5 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,2}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 8 & 3 & 6 & 1 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 2 & 5 & 1 & 8 & 7 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 2 & 1 & 8 & 3 & 4 & 5 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_5, a_3, a_1, a_7, a_4, a_8, a_2, a_6)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_3, a_4, a_1, a_5, a_7, a_6, a_8, a_2)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 34 JNJ.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 2 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 1 & 4 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,5}$ y $\tau_{4,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,5}$, $\tau_{2,5}\varphi$, $\varphi\tau_{4,6}$, $\tau_{4,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 4, 8, 5), \psi = c(5, 6, 7, 3).$

B.) $\varphi = c(8, 2, 7, 1, 5), \psi = c(5, 3).$

C.) $\varphi = c(3, 5, 8, 1, 6, 2, 7), \psi = c(7, 1).$

D.) $\varphi = c(1, 3, 6, 2, 7, 8), \psi = c(8, 7).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,5}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 5 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 7 & 8 & 3 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 4 & 3 & 5 & 8 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 9 & 6 & 8 & 4 & 5 & 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 35 JGHE.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 7 & 5 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{5,6}$ y $\tau_{2,3}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{5,6}$, $\tau_{5,6}\varphi$, $\varphi\tau_{2,3}$, $\tau_{2,3}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 1 & 7 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 5, 4), \psi = c(4, 8, 7, 2).$

B.) $\varphi = c(2, 6, 3), \psi = c(3, 7).$

C.) $\varphi = c(3, 1, 6, 2, 8, 5), \psi = c(5, 2).$

D.) $\varphi = c(7, 3, 2, 6, 8), \psi = c(8, 7).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{3,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 3 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,4}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 2 & 7 & 8 & 4 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 3 & 5 & 6 & 8 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 4 & 9 & 5 & 7 & 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_1)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 36 LHOA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 6 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 3 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 1 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,4}$ y $\tau_{3,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,4}$, $\tau_{1,4}\varphi$, $\varphi\tau_{3,6}$, $\tau_{3,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 6 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(2, 4, 3, 7), \psi = c(7, 6, 5).$

B.) $\varphi = c(1, 3, 8, 5), \psi = c(5, 4).$

C.) $\varphi = c(3, 7, 8, 5, 6, 4, 1), \psi = c(1, 5).$

D.) $\varphi = c(2, 1, 4, 8, 5), \psi = c(5, 8).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{5,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 5 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 6 & 4 & 8 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 8 & 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 7 & 2 & 4 & 5 & 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_1)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_8, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_7)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 37 MMA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 1 & 7 & 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 2 & 1 & 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,6}$ y $\tau_{2,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,6}$, $\tau_{3,6}\varphi$, $\varphi\tau_{2,5}$, $\tau_{2,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 6 & 3 & 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 7, 8, 2)$, $\psi = c(2, 5, 1, 3)$.

B.) $\varphi = c(8, 4, 2, 5, 6)$, $\psi = c(6, 7)$.

C.) $\varphi = c(3, 4, 5, 8, 6, 1)$, $\psi = c(1, 8)$.

D.) $\varphi = c(6, 2, 5, 4, 3, 7)$, $\psi = c(7, 6)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,5}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 5 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,4}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 4 & 7 & 1 & 6 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 4 & 6 & 8 & 5 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

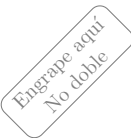
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 1 & 5 & 4 & 8 & 9 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_7, a_5, a_8, a_6, a_4, a_1, a_2, a_3)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_6, a_4, a_2, a_3, a_8, a_1, a_5, a_7)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 38 OCIA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 6 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 5 & 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 2 & 6 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{5,6}$ y $\tau_{1,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{5,6}$, $\tau_{5,6}\varphi$, $\varphi\tau_{1,4}$, $\tau_{1,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 5 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(3, 8, 7), \psi = c(7, 4, 1, 6).$

B.) $\varphi = c(7, 4, 5), \psi = c(5, 2).$

C.) $\varphi = c(3, 6, 8, 1, 7, 4, 5), \psi = c(5, 1).$

D.) $\varphi = c(6, 5, 8, 2, 3, 1), \psi = c(1, 3).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{3,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 3 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 5 & 3 & 8 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 5 & 8 & 2 & 4 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 5 & 6 & 4 & 2 & 9 & 8 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresar a $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 39 PHU.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 4 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 5 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 4 & 6 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 6 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,4}$ y $\tau_{1,3}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,4}$, $\tau_{2,4}\varphi$, $\varphi\tau_{1,3}$, $\tau_{1,3}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 1 & 7 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(2, 8, 5, 6)$, $\psi = c(6, 4, 7)$.

B.) $\varphi = c(3, 1, 7, 5)$, $\psi = c(5, 4)$.

C.) $\varphi = c(6, 2, 3, 5, 4, 7)$, $\psi = c(7, 5)$.

D.) $\varphi = c(1, 8, 7, 6, 2)$, $\psi = c(2, 1)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,2}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 2 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{5,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 7 & 2 & 8 & 3 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 1 & 6 & 8 & 5 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

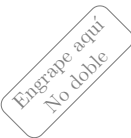
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 7 & 9 & 1 & 5 & 6 & 8 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_7, a_3, a_1, a_4, a_2, a_5, a_8, a_6)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_1, a_5, a_8, a_3, a_6, a_7, a_2, a_4)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 40 QMA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 2 & 7 & 1 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 7 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,4}$ y $\tau_{1,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,4}$, $\tau_{2,4}\varphi$, $\varphi\tau_{1,7}$, $\tau_{1,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(2, 6, 8, 7), \psi = c(7, 5, 4, 3).$

B.) $\varphi = c(7, 4, 8, 6, 1), \psi = c(1, 2).$

C.) $\varphi = c(7, 3, 1, 8, 5, 6, 4), \psi = c(4, 8).$

D.) $\varphi = c(7, 5, 4, 6, 2), \psi = c(2, 6).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 1 & 2 & 8 & 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 7 & 6 & 1 & 3 & 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

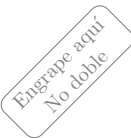
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 7 & 8 & 3 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_5, a_2, a_8, a_6, a_7, a_1, a_4, a_3)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_2, a_7, a_5, a_4, a_3, a_1, a_6, a_8)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 41 RMAD.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 3 & 6 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 2 & 7 & 3 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,3}$ y $\tau_{1,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,3}$, $\tau_{2,3}\varphi$, $\varphi\tau_{1,4}$, $\tau_{1,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 6 & 3 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(7, 1, 3), \psi = c(3, 5, 2, 6).$

B.) $\varphi = c(7, 4, 8), \psi = c(8, 3).$

C.) $\varphi = c(2, 5, 6, 8, 1, 4), \psi = c(4, 8).$

D.) $\varphi = c(4, 5, 1, 8, 2, 6), \psi = c(6, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{3,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 3 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 5 & 7 & 8 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 8 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 7 & 1 & 2 & 8 & 4 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_1, a_4, a_6, a_8, a_5, a_3, a_2, a_7)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_5, a_3, a_8, a_7, a_4, a_6, a_1, a_2)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 42 RHI.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 4 & 7 & 3 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{4,5}$ y $\tau_{1,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{4,5}$, $\tau_{4,5}\varphi$, $\varphi\tau_{1,6}$, $\tau_{1,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 6 & 3 & 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 7, 2, 5), \psi = c(5, 6, 8).$

B.) $\varphi = c(7, 1, 5, 8), \psi = c(8, 4).$

C.) $\varphi = c(5, 2, 8, 1, 3, 6, 4), \psi = c(4, 1).$

D.) $\varphi = c(8, 3, 1, 7, 6, 5), \psi = c(5, 6).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,6}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 5 & 3 & 2 & 8 & 7 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 5 & 6 & 3 & 4 & 2 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 9 & 3 & 5 & 7 & 1 & 8 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 43 RQEI.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 1 & 7 & 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 6 & 5 & 3 & 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,3}$ y $\tau_{5,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,3}$, $\tau_{2,3}\varphi$, $\varphi\tau_{5,7}$, $\tau_{5,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(8, 7, 1, 5), \psi = c(5, 4, 6, 2).$

B.) $\varphi = c(7, 3, 5, 1, 4), \psi = c(4, 6).$

C.) $\varphi = c(2, 5, 1, 3, 4, 7), \psi = c(7, 3).$

D.) $\varphi = c(5, 6, 7, 3, 8), \psi = c(8, 5).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{5,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 5 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,4}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 1 & 2 & 5 & 3 & 6 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 4 & 2 & 3 & 6 & 5 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 2 & 6 & 1 & 5 & 4 & 3 & 9 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_8, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_6)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 44 SMS.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 1 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 1 & 2 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 7 & 3 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,5}$ y $\tau_{3,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,5}$, $\tau_{1,5}\varphi$, $\varphi\tau_{3,4}$, $\tau_{3,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 1 & 2 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(6, 1, 7), \psi = c(7, 2, 5, 3).$

B.) $\varphi = c(7, 3, 5), \psi = c(5, 1).$

C.) $\varphi = c(1, 5, 8, 3, 2, 4, 6), \psi = c(6, 3).$

D.) $\varphi = c(5, 6, 2, 8, 3), \psi = c(3, 8).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,4}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 7 & 8 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 1 & 4 & 8 & 7 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 9 & 6 & 3 & 8 & 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_8, a_1, a_4, a_5, a_3, a_7, a_6, a_2)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_2, a_5, a_6, a_8, a_4, a_1, a_7, a_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 45 SBE.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 6 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 7 & 3 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 6 & 7 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,5}$ y $\tau_{2,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,5}$, $\tau_{3,5}\varphi$, $\varphi\tau_{2,7}$, $\tau_{2,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 7, 5, 6)$, $\psi = c(6, 8, 3)$.

B.) $\varphi = c(2, 7, 8, 3)$, $\psi = c(3, 1)$.

C.) $\varphi = c(4, 6, 3, 2, 7, 8)$, $\psi = c(8, 2)$.

D.) $\varphi = c(6, 4, 1, 8, 2, 5)$, $\psi = c(5, 6)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,2}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 2 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{4,5}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 8 & 5 & 7 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 8 & 2 & 3 & 4 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

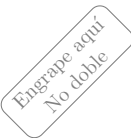
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 7 & 8 & 1 & 6 & 4 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_7, a_1, a_6, a_3, a_4, a_2, a_5, a_8)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_8, a_5, a_3, a_2, a_4, a_7, a_1, a_6)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 46 TVE.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 3 & 7 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 5 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} e &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, & r_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, & r_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \\ h_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, & h_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, & h_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{2,4}$ y $\tau_{5,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{2,4}$, $\tau_{2,4}\varphi$, $\varphi\tau_{5,6}$, $\tau_{5,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 7 & 6 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(8, 3, 5, 4), \psi = c(4, 7, 6, 1).$

B.) $\varphi = c(3, 8, 2, 4, 5), \psi = c(5, 6).$

C.) $\varphi = c(3, 1, 7, 5, 6, 4, 8), \psi = c(8, 5).$

D.) $\varphi = c(2, 7, 5, 6, 1, 4), \psi = c(4, 1).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{5,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 5 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 1 & 8 & 2 & 4 & 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 8 & 7 & 6 & 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 8 & 9 & 6 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 47 VBLA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 3 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 1 & 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 1 & 5 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,3}$ y $\tau_{5,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,3}$, $\tau_{1,3}\varphi$, $\varphi\tau_{5,6}$, $\tau_{5,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 6 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 3, 8), \psi = c(8, 1, 2, 5).$

B.) $\varphi = c(8, 7, 3), \psi = c(3, 1).$

C.) $\varphi = c(1, 7, 3, 5, 8, 2), \psi = c(2, 5).$

D.) $\varphi = c(7, 2, 8, 5, 6), \psi = c(6, 7).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{4,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 6 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 8 & 3 & 1 & 2 & 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

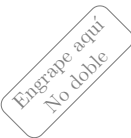
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 8 & 7 & 4 & 1 & 3 & 9 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_8, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_7)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 48 MVA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 6 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 7 & 6 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,7}$ y $\tau_{3,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,7}$, $\tau_{1,7}\varphi$, $\varphi\tau_{3,4}$, $\tau_{3,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 1 & 2 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 6, 2, 8), \psi = c(8, 7, 5).$

B.) $\varphi = c(2, 7, 3, 6), \psi = c(6, 5).$

C.) $\varphi = c(6, 4, 2, 5, 7, 3, 1), \psi = c(1, 5).$

D.) $\varphi = c(7, 3, 4, 2, 8), \psi = c(8, 2).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{4,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 4 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,4}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 2 & 4 & 8 & 5 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 6 & 3 & 7 & 4 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

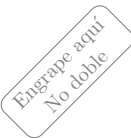
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 9 & 3 & 6 & 5 & 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 49 BMS.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 7 & 5 & 6 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 2 & 3 & 1 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{4,6}$ y $\tau_{5,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{4,6}$, $\tau_{4,6}\varphi$, $\varphi\tau_{5,7}$, $\tau_{5,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 3 & 7 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(2, 4, 7, 3), \psi = c(3, 5, 8, 1).$

B.) $\varphi = c(1, 3, 7, 4, 2), \psi = c(2, 8).$

C.) $\varphi = c(4, 5, 1, 6, 8, 3), \psi = c(3, 6).$

D.) $\varphi = c(4, 8, 5, 1, 2, 7), \psi = c(7, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,3}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 3 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 2 & 8 & 7 & 1 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 3 & 7 & 8 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 7 & 6 & 3 & 5 & 1 & 8 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_1)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 50 CMKD.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 7 & 6 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 2 & 3 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,6}$ y $\tau_{4,5}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,6}$, $\tau_{3,6}\varphi$, $\varphi\tau_{4,5}$, $\tau_{4,5}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 5 & 7 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(4, 8, 3), \psi = c(3, 7, 1, 5)$.

B.) $\varphi = c(3, 4, 5), \psi = c(5, 1)$.

C.) $\varphi = c(8, 2, 1, 4, 6, 7, 3), \psi = c(3, 4)$.

D.) $\varphi = c(3, 6, 7, 8, 4, 2), \psi = c(2, 4)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{5,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 5 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 8 & 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 6 & 5 & 1 & 3 & 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 2 & 9 & 7 & 3 & 1 & 8 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_8)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 51 CMJJ.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 6 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 7 & 5 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,2}$ y $\tau_{5,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,2}$, $\tau_{1,2}\varphi$, $\varphi\tau_{5,7}$, $\tau_{5,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 2 & 4 & 1 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(5, 7, 4, 3), \psi = c(3, 1, 8).$

B.) $\varphi = c(2, 3, 4, 5), \psi = c(5, 7).$

C.) $\varphi = c(8, 1, 3, 7, 5, 2), \psi = c(2, 7).$

D.) $\varphi = c(5, 6, 4, 2, 1), \psi = c(1, 5).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{6,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 6 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{6,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 4 & 2 & 3 & 5 & 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 3 & 2 & 5 & 4 & 7 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 9 & 1 & 4 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_4, a_2, a_8, a_5, a_1, a_6, a_3, a_7)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_5, a_4, a_6, a_2, a_8, a_3, a_1, a_7)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 52 GMF.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 4 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 2 & 6 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 3 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{4,5}$ y $\tau_{6,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{4,5}$, $\tau_{4,5}\varphi$, $\varphi\tau_{6,7}$, $\tau_{6,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 7 & 2 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(7, 5, 8, 3)$, $\psi = c(3, 1, 2, 6)$.

B.) $\varphi = c(7, 3, 4, 8, 5)$, $\psi = c(5, 6)$.

C.) $\varphi = c(6, 4, 7, 2, 5, 1, 8)$, $\psi = c(8, 2)$.

D.) $\varphi = c(1, 3, 8, 7, 4)$, $\psi = c(4, 7)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{6,7}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 6 y 7 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{5,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 8 & 6 & 4 & 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 8 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 9 & 8 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_6, a_4, a_8, a_2, a_7, a_5, a_1, a_3)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_4, a_6, a_5, a_1, a_7, a_3, a_8, a_2)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 53 HMJI.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 3 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 6 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 4 & 2 & 5 & 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 6 & 5 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 3 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{1,5}$ y $\tau_{4,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{1,5}$, $\tau_{1,5}\varphi$, $\varphi\tau_{4,6}$, $\tau_{4,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 4 & 7 & 2 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 6, 8), \psi = c(8, 5, 2, 4).$

B.) $\varphi = c(4, 5, 2), \psi = c(2, 3).$

C.) $\varphi = c(5, 3, 8, 4, 1, 7), \psi = c(7, 4).$

D.) $\varphi = c(5, 6, 2, 8, 7, 3), \psi = c(3, 5).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,8}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 8 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,7}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 5 & 8 & 7 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 2 & 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

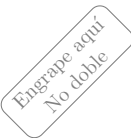
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 4 & 2 & 8 & 9 & 7 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_4, a_3, a_5, a_2, a_6, a_8, a_7, a_1)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_5, a_4, a_3, a_2, a_8, a_7, a_1, a_6)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 54 MCEH.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 6 & 4 & 2 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{5,6}$ y $\tau_{1,3}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{5,6}$, $\tau_{5,6}\varphi$, $\varphi\tau_{1,3}$, $\tau_{1,3}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 6 & 1 & 7 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(7, 6, 2, 1), \psi = c(1, 8, 3).$

B.) $\varphi = c(2, 5, 4, 3), \psi = c(3, 1).$

C.) $\varphi = c(2, 6, 7, 1, 5, 8, 4), \psi = c(4, 1).$

D.) $\varphi = c(5, 8, 1, 6, 4, 2), \psi = c(2, 4).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,6}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 6 & 2 & 3 & 4 & 7 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 7 & 6 & 8 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 6 & 8 & 4 & 9 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 55 MHOA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 5 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 7 & 4 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,5}$ y $\tau_{4,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,5}$, $\tau_{3,5}\varphi$, $\varphi\tau_{4,6}$, $\tau_{4,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 7 & 6 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(6, 8, 2, 7), \psi = c(7, 1, 4, 5).$

B.) $\varphi = c(5, 7, 3, 6, 8), \psi = c(8, 4).$

C.) $\varphi = c(5, 3, 4, 2, 1, 7), \psi = c(7, 2).$

D.) $\varphi = c(1, 2, 8, 4, 7), \psi = c(7, 1).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{2,5}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 2 y 5 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{1,2}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 8 & 5 & 3 & 7 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 4 & 6 & 1 & 3 & 5 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

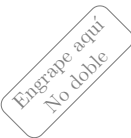
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 2 & 7 & 6 & 8 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_8, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_4)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 56 MARA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 2 & 6 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 3 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{5,7}$ y $\tau_{4,6}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{5,7}$, $\tau_{5,7}\varphi$, $\varphi\tau_{4,6}$, $\tau_{4,6}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 6 & 3 & 7 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(1, 4, 2), \psi = c(2, 6, 7, 8).$

B.) $\varphi = c(8, 7, 1), \psi = c(1, 4).$

C.) $\varphi = c(3, 2, 1, 7, 4, 6, 5), \psi = c(5, 7).$

D.) $\varphi = c(1, 6, 4, 8, 2), \psi = c(2, 8).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{1,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 1 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{3,6}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 8 & 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 4 & 6 & 8 & 5 & 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

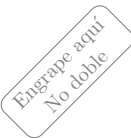
$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 2 & 8 & 6 & 4 & 1 & 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_2, a_7, a_3, a_8, a_4, a_5, a_1, a_6)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_6, a_2, a_3, a_7, a_1, a_8, a_4, a_5)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 57 PRI.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 6 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 6 & 7 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 5 & 6 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{5,6}$ y $\tau_{3,4}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{5,6}$, $\tau_{5,6}\varphi$, $\varphi\tau_{3,4}$, $\tau_{3,4}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(8, 5, 4, 6), \psi = c(6, 3, 7).$

B.) $\varphi = c(6, 5, 8, 3), \psi = c(3, 4).$

C.) $\varphi = c(1, 7, 6, 5, 8, 2), \psi = c(2, 5).$

D.) $\varphi = c(2, 5, 3, 8, 6, 7), \psi = c(7, 2).$

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{4,5}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 4 y 5 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{2,5}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 5 & 1 & 4 & 3 & 2 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 4 & 2 & 6 & 3 & 5 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 2 & 5 & 8 & 9 & 3 & 6 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean a_1, a_2, \dots, a_8 algunos elementos de X . Expresa a $f(a_6, a_4, a_5, a_7, a_3, a_8, a_1, a_2)$ como $s f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(a_3, a_7, a_8, a_2, a_6, a_5, a_4, a_1)$.



Álgebra III. Tarea 2. Variante 58 RCGA.

Permutaciones.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 10% de la calificación parcial.

Ejercicio 1. 0.5 %.

Dadas las permutaciones φ , ψ , χ , calcule los productos $\varphi\psi$, $\psi\chi$, $(\varphi\psi)\chi$, $\varphi(\psi\chi)$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. 0.5 %.

Calcule los productos $\varphi\psi$ y $\psi\varphi$. Después de cada multiplicación compruebe que el signo del producto es igual al producto de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 3 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. 0.5 %.

Calcule φ^{-1} , ψ^{-1} , $\psi^{-1}\varphi^{-1}$, $\varphi\psi$, $(\varphi\psi)^{-1}$. Después de cada operación haga la comprobación de los signos.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. 1 %.

En este ejercicio denotamos los elementos de S_3 de la siguiente manera:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad r_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad h_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Llene la tabla de multiplicación para S_3 . En la intersección del renglón φ con la columna ψ se escribe el producto $\varphi\psi$. Hay que escribir bien todos los cálculos.

e	r_1	r_2	h_1	h_2	h_3
r_1					
r_2					
h_1					
h_2					
h_3					

Ejercicio 5. 1 %.

Escriba todas las permutaciones que pertenecen a S_4 . Calcule sus signos y encuentre el conjunto

$$A_4 := \{\varphi \in S_4 : \text{sgn}(\varphi) = 1\}.$$

Ejercicio 6. 1.5 %.

Calcule todos los productos $\varphi\psi$, donde $\varphi \in A_4$ y ψ es la permutación dada. Escriba los signos de estos productos. Puede usar los resultados del ejercicio anterior.

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Escriba las transposiciones $\tau_{3,4}$ y $\tau_{5,7}$ en forma explícita y calcule los productos $\varphi\tau_{3,4}$, $\tau_{3,4}\varphi$, $\varphi\tau_{5,7}$, $\tau_{5,7}\varphi$, donde

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 6 & 4 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. 1 %.

En cada uno de los cuatro incisos escriba φ y ψ en forma explícita, en dos líneas, como permutaciones del conjunto $\{1, \dots, 8\}$, calcule su producto $\varphi\psi$ y luego escríbalo en forma cíclica.

A.) $\varphi = c(3, 8, 1, 7), \psi = c(7, 5, 2, 6)$.

B.) $\varphi = c(2, 8, 4, 5, 6), \psi = c(6, 3)$.

C.) $\varphi = c(5, 7, 1, 4, 2, 8, 3), \psi = c(3, 4)$.

D.) $\varphi = c(2, 3, 6, 4, 8, 7), \psi = c(7, 8)$.

Ejercicio 9. 1 %.

Escriba φ en notación cíclica y calcule $d(\varphi)$. Calcule el producto $\psi := \varphi\tau_{5,6}$, la descomposición cíclica de ψ y $d(\psi)$. Determine si 5 y 6 pertenecen al mismo ciclo en la descomposición cíclica de φ . Explique la diferencia entre las estructuras cíclicas de φ y ψ . Calcule $d(\psi) - d(\varphi)$. Luego analice de manera similar el producto $\chi := \varphi\tau_{5,8}$.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 1 & 3 & 2 & 8 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 10. 0.5 %.

Calcule $d(\varphi)$ y factorice φ en un producto de transposiciones que contenga exactamente $d(\varphi)$ factores. Haga la comprobación.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 8 & 4 & 7 & 1 & 5 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 11. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para la siguiente permutación φ .

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 1 & 4 & 9 & 3 & 5 & 7 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 12. 0.5 %.

Sea X un conjunto, sea $f: X^8 \rightarrow \mathbb{R}$ una función antisimétrica y sean $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_8$ algunos elementos de X . Expresa a $f(\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_2)$ como $s f(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8)$ con $s \in \{1, -1\}$.

Ejercicio 13. 0.5 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para $f(\mathbf{a}_5, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_7, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_3)$.