Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante α.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b, c \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b, c \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$1A = A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$1A = A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & -4 & 2 & -2 \\ -3 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 4 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -5 & -5 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -1 \\ -4 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ 3 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 1 \\ -4 & -3 & -4 & -2 \\ 2 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -3 & -4 & -4 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & -6 & -5 & -4 \\ -3 & -1 & 7 & -3 & -5 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -7 & 5 & -3 \\ -4 & 3 & 6 & 6 \\ -1 & -5 & 4 & -5 \\ 2 & -4 & 3 & 1 \\ -6 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 4x + 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 4A + 3I$, 2) $(A - I)(A - 3I)$, 3) $A(A - 4I) + 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & -3 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -3 & -5 \\ 1 & 7 & 1 & -2 \\ 2 & -7 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 6 & 2 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & 6 & -6 \\ -5 & -2 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 5 & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -9 & 5 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -2 & -1 & -3 \\ -7 & -5 & -5 & 6 & -7 \\ 7 & 5 & 1 & -2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 4 & -4 & -1 \\ -1 & -3 & -3 \\ 5 & -7 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La segunda columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.
5. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,1} = ?, \qquad (AB)_{2,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,4}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(AB)C = A(BC).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(AB)C = A(BC).$$

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante β.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$(\lambda + \mu)a = \lambda a + \mu a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)a = \lambda a + \mu a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)^\top = A^\top + B^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)^\top = A^\top + B^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & -2 \\ -2 & -3 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \\ 4 & 2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ -2 & -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -4 & -4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -3 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \\ -4 & 3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \\ -3 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & -4 & -2 \\ 3 & -4 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 & -2 \\ 4 & 3 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -3 & 3 \\ 2 & -3 & 4 & -4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ -3 & 2 & -2 & 3 \\ -1 & -4 & 1 & -4 \\ -4 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -6 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & -7 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -4 & 3 \\ -6 & 6 & 6 & 4 \\ -4 & 5 & 3 & 1 \\ -5 & 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 5x + 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 5A + 6I$, 2) $(A + 3I)(A + 2I)$, 3) $A(A + 5I) + 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & 1 & 7 & -3 \\ 2 & -7 & -1 & 7 & -4 \\ -1 & 2 & 6 & 6 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & 3 & 6 \\ -5 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & -7 \\ -4 & -1 & 2 \\ -7 & -5 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 \\ -3 & -12 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ -9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & -4 \\ -2 & -4 & 5 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -5 & -2 \\ -4 & 2 & -4 & 6 \\ 3 & -2 & 0 & -3 \\ -3 & 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -7 \\ 5 & 7 & -3 \\ 3 & 6 & 5 \\ 7 & -5 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.
2. La suma de las primeras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. El tercer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de los recíprocos de los números enteros de 6 a 195. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,2} = ?, \qquad (AB)_{1,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,4}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(AB)^\top = B^\top A^\top.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(AB)^\top = B^\top A^\top.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 1 AJAS.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & -5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 1 \\ -2 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 0 \\ -2 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & -4 & 3 \\ -1 & -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -1 & -3 \\ -2 & 4 & 4 & -1 \\ 2 & -3 & 0 & -4 \\ 4 & -2 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -6 & 3 \\ -4 & -5 & -3 & 4 \\ 5 & 2 & 5 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -7 & -4 \\ 5 & -6 & 4 & -6 \\ 5 & 2 & 1 & -2 \\ 6 & 3 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 2x - 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 2A - 3I$, 2) $(A - I)(A + 3I)$, 3) $A(A + 2I) - 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 8 & -2 \\ 1 & -5 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 & 4 \\ 3 & 5 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 3 & -6 \\ 3 & -4 & -5 & -4 \\ -2 & 6 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & -6 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 12 & -4 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -6 \\ -15 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 4 & -2 & -5 \\ -2 & 5 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 2 & -1 & 4 \\ 6 & 3 & -7 & 5 & -6 \\ -3 & -7 & 1 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 3 \\ -3 & 3 & -6 \\ 6 & 6 & 4 \\ 1 & 7 & -3 \\ -4 & 0 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. El primer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.
5. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,4} = ?, \qquad (AB)_{1,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 2 BTCF.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 4 & 0 \\ 3 & -2 & -4 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -4 & 1 \\ -2 & -1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -3 \\ 3 & 1 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -4 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & -4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 1 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -1 & 3 \\ -3 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & -3 & -4 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 4 & 0 & -3 \\ -4 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -4 \\ -2 & 1 & 3 \\ -4 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -1 & 0 \\ -6 & -4 & -2 & 3 \\ -3 & -5 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & -2 \\ -3 & -4 & 5 & 4 \\ -3 & -6 & -5 & 1 \\ -1 & 7 & 7 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 12I$, 2) $(A - 4I)(A + 3I)$, 3) $A(A - I) - 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -3 \\ -4 & -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 8 & -2 \\ 1 & -5 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -3 & 5 & 0 \\ 6 & 2 & 3 & -1 & 6 \\ -7 & -2 & 7 & 3 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -1 \\ 1 & -7 & -3 \\ 7 & -2 & 2 \\ 2 & -7 & 7 \\ -3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 0 & 13 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -9 \\ 3 \\ 12 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & 7 & -6 \\ -7 & 4 & 5 & -1 \\ -4 & 2 & 3 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -3 & 7 & 0 \\ -3 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la segunda columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.
4. La cuarta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,1} = ?, \qquad (AB)_{1,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 3 CSA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 4 & 1 & -3 \\ -1 & -4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -4 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 4 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & -2 \\ -5 & 2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \\ 4 & -5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -3 & 4 \\ -1 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & -2 & 3 \\ 4 & -4 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -4 \\ -1 & -3 & 2 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -4 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 6 & -4 & -6 \\ 6 & 2 & 2 & -1 \\ -5 & 7 & 3 & 3 \\ -6 & -4 & -7 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & -5 & 1 \\ 5 & -4 & 4 \\ -7 & 3 & 3 \\ 5 & -5 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 12I$, 2) $(A - 4I)(A + 3I)$, 3) $A(A - I) - 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -3 \\ 2 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 3 \\ 7 & 2 & -5 \\ -3 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 3 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & -3 & 1 \\ -3 & -5 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -6 & 4 \\ -3 & 5 & -4 & -6 \\ 1 & 4 & -2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -7 \\ 14 & -6 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -4 \\ -3 & -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 & 0 & -1 \\ 5 & 4 & 4 & -4 & -5 \\ 7 & 3 & 6 & -7 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ 1 & 7 & 0 \\ 3 & -7 & -1 \\ -6 & -7 & 4 \\ 2 & 7 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La suma de los logaritmos naturales de los números enteros de 9 a 165. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
3. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. El tercer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,3} = ?, \qquad (AB)_{3,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,(}(_{)}\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 4 CNKM.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & -2 & 2 \\ 4 & -4 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 2 \\ -1 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -5 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -2 & -3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & -4 \\ -1 & -5 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & -1 \\ -4 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -3 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 4 & 0 & 3 \\ -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & -7 & -4 \\ -2 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 6 & 1 & -4 \\ 1 & 7 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & -4 & 5 \\ -1 & 6 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 4x + 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 4A + 3I$, 2) $(A - 3I)(A - I)$, 3) $A(A - 4I) + 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & -4 \\ -3 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ -2 & 4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -3 & 2 & 6 \\ 4 & -5 & -3 & -2 & -4 \\ 0 & -4 & -5 & -7 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 5 \\ -3 & -7 & 7 \\ -4 & 3 & -3 \\ 0 & 4 & -7 \\ 1 & 3 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & -8 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 & -1 \\ 0 & -5 & 4 & 1 \\ 5 & 5 & -1 & -5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -7 & -2 \\ 7 & -5 & -4 & -4 \\ -6 & 3 & 2 & 0 \\ 6 & -3 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -7 & -6 & -4 \\ 7 & 3 & 6 \\ -7 & -1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.
2. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de los logaritmos naturales de los números enteros de 9 a 100. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,1} = ?, \qquad (AB)_{1,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 5 CNLE.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 .$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n .$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -4 \\ 4 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -4 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \\ -1 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -4 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -5 & -4 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -1 & 3 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & -2 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -1 \\ -3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 & -3 \\ 0 & -3 & 1 & -4 \\ 1 & -1 & -4 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \\ -3 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & -4 \\ -4 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 & 3 \\ -2 & -3 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -5 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 6 & -4 & 1 \\ -7 & -7 & 7 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 7x + 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 7A + 12I$, 2) $(A - 4I)(A - 3I)$, 3) $A(A - 7I) + 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 4 \\ -4 & -2 & 1 \\ -4 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -4 & -2 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 4 \\ 2 & -3 & -7 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ -5 & -2 & -3 & 7 \\ 4 & -4 & 5 & -7 \\ -1 & 4 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 3 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 7 & -5 & -6 & 6 \\ -4 & -2 & 1 & 7 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -1 \\ -6 & -7 & 4 \\ -5 & -2 & 7 \\ 1 & -6 & -4 \\ 6 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La cuarta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la segunda columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,1} = ?, \qquad (AB)_{3,4} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 6 DPE.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -1 \\ 2 & 4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -1 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & -3 \\ 5 & -4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 & -4 \\ -4 & -4 & -2 & -3 & 3 \\ -1 & 4 & 1 & 4 & 4 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & -3 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & -4 & 4 \\ -2 & -1 & 1 \\ -4 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 1 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & -5 & -3 & -3 \\ 7 & -5 & -7 & -4 & 5 \\ -6 & -1 & 3 & 5 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 2 & -4 & 5 \\ 3 & -3 & -7 \\ 2 & 5 & 4 \\ -3 & -6 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 2x - 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 2A - 8I$, 2) $(A - 2I)(A + 4I)$, 3) $A(A + 2I) - 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 1 \\ -2 & 6 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -6 & -1 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & -5 & 3 & 7 \\ 6 & -1 & 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -7 & 2 \\ 0 & -4 & 7 \\ -5 & 5 & -5 \\ -6 & -2 & -6 \\ -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 12 \\ -8 & -8 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 & 3 \\ 5 & 5 & 3 & -5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -6 & 7 & 1 \\ 2 & -3 & 3 & 5 \\ -5 & 4 & 7 & -7 \\ 4 & 6 & -5 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & 1 & -7 \\ -1 & -6 & -3 \\ -6 & -4 & -2 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de los cuadrados de los números enteros de 7 a 110. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
4. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{4,3} = ?, \qquad (AB)_{3,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 7 DEER.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -4 \\ 4 & -4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -3 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 1 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 4 \\ 3 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -4 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -1 & -3 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & -4 & 3 & 3 \\ -2 & -3 & 4 & -3 \\ -2 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & -4 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & 3 & 4 & -3 \\ -4 & 1 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -5 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -7 & -6 \\ 4 & -3 & 6 & 5 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 4 \\ -7 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & -6 \\ 3 & -6 & 2 \\ -2 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 5x + 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 5A + 6I$, 2) $(A + 3I)(A + 2I)$, 3) $A(A + 5I) + 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 4 & -6 & 3 \\ -2 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 5 & 1 \\ -3 & -2 & -1 & -5 \\ 4 & -2 & -4 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & -4 & 2 & 5 \\ -4 & -7 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -3 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -12 & -9 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ -7 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ -9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -4 & 1 \\ -2 & -3 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & -4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -7 & 2 & -6 & -4 \\ -2 & -4 & 5 & 6 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 6 & 4 & -5 \\ 2 & -1 & -7 \\ -4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los cubos de los números enteros de 7 a 126. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

2. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

3. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

4. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

5. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,2} = ?, \qquad (AB)_{3,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 8 DLRTH.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 3 & -4 & -2 \\ -3 & -2 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & 1 \\ -2 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -5 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -4 \\ 0 & -2 & 1 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 2 \\ 5 & -1 & 4 \\ -3 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & -4 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & -4 \\ -1 & 1 & 4 & -4 \\ 3 & -4 & -4 & -2 \\ -3 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -3 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 & -4 \\ -4 & -1 & -1 & 3 \\ -4 & -3 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 4 & 2 & 3 & 0 \\ -5 & 4 & 1 & 1 & -3 \\ 5 & -7 & -4 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 4 & -6 \\ -3 & -5 & 5 & -1 \\ -7 & 6 & -7 & -6 \\ 0 & -4 & -4 & -2 \\ 3 & -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 4x + 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 4A + 3I$, 2) $(A + I)(A + 3I)$, 3) $A(A + 4I) + 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 4 \\ -3 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -6 & 6 & 6 & 2 \\ 4 & -4 & 0 & 7 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 2 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -6 & -7 \\ 3 & 2 & -3 \\ 6 & -7 & 4 \\ 2 & 7 & 1 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 12 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -8 \\ -2 \\ 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 4 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -7 & 4 \\ 2 & 6 & -7 & -3 \\ -3 & 0 & -1 & 5 \\ -1 & -2 & -4 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 2 \\ 5 & -6 & -6 \\ 6 & -1 & -4 \\ 1 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{4,1} = ?, \qquad (AB)_{1,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 9 DGGI.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -3 \\ -2 & 4 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 5 & -3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ -4 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -1 & 0 & -4 \\ -5 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & -4 \\ 2 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -1 \\ -2 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -4 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -5 & -3 \\ 2 & 0 & 5 & -5 \\ -2 & -6 & -2 & 3 \\ 5 & 4 & -7 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & -6 & -2 \\ -4 & 6 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 6A + 8I$, 2) $(A - 4I)(A - 2I)$, 3) $A(A - 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & -4 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \\ -5 & 7 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 5 & -7 \\ -5 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -4 & -3 \\ 6 & -2 & 3 & -7 \\ 5 & 1 & -2 & -3 \\ 5 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 4 \\ 15 & -14 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 2 & -4 \\ 5 & -4 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & -6 & 0 & 5 & 6 \\ 3 & -4 & 1 & 7 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -6 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 6 \\ -3 & 4 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la segunda columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.
3. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,3} = ?, \qquad (AB)_{2,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,()}\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 10 DJRA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -1 \\ 2 & 2 & -4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 2 \\ -3 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -3 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & -2 & -4 \\ -1 & 0 & -4 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -4 \\ -1 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & -3 \\ 4 & 1 & -2 \\ -4 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \\ -3 & -2 & 4 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & -3 & 4 \\ -7 & 2 & 0 & -4 & -2 \\ -7 & -2 & 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -1 \\ 4 & -4 & 3 \\ -5 & 7 & -6 \\ -3 & -3 & 0 \\ 5 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 5A + 6I$, 2) $(A - 2I)(A - 3I)$, 3) $A(A - 5I) + 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 5 \\ 1 & -2 & 2 \\ -3 & 5 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & -7 & -1 & 4 & 7 \\ -4 & -3 & -6 & -3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 6 \\ -2 & -4 & 0 \\ -5 & 7 & -3 \\ 4 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ -4 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -6 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -2 & 0 \\ -4 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -7 & -6 & -7 \\ 7 & -5 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 0 & 4 \\ -3 & -2 & -3 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 2 & -5 & 5 \\ 6 & 7 & -5 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \dots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de los cosenos de los números enteros de 9 a 122. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,1} = ?, \qquad (AB)_{1,4} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 11 FMFD.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 .$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n .$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & -1 \\ 2 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -5 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -5 \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -4 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 2 & -4 & -1 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & -4 & -1 \\ -1 & -2 & 1 & 3 & -4 \\ -3 & -4 & 3 & -1 & -4 \\ 4 & -1 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -2 & -4 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \\ -4 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -4 \\ -3 & -1 & 3 \\ -3 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 5 & -2 & -2 & 7 & 3 \\ -3 & -6 & 5 & 7 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -6 \\ -2 & -1 & 7 \\ -4 & -5 & 4 \\ -3 & 4 & 5 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 6A + 8I$, 2) $(A - 2I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 1 & -1 & -1 \\ 4 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 & 3 \\ -4 & 4 & 6 & -6 \\ -2 & 7 & -4 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 6 & -5 \\ 5 & 2 & 6 & -7 \\ -5 & 3 & 4 & -1 \\ 5 & 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 15 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -12 \\ -6 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -5 & -1 \\ 5 & 5 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & -4 & -1 & -3 \\ 4 & -4 & 1 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & -2 & -1 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & -4 & -3 \\ 5 & 1 & -2 \\ 1 & 6 & -1 \\ 3 & -6 & -4 \\ 3 & -1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $10, 20, 30, 40$.
2. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,2} = ?, \qquad (AB)_{1,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 12 GDLD.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 0 & -4 \\ -1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -3 & -4 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -5 \\ 3 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & -4 & -1 \\ -2 & 3 & -4 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -1 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -4 & -2 \\ -4 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 4 & 0 & 3 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -5 & 5 \\ -7 & -2 & 1 & 2 \\ -5 & -6 & -2 & 5 \\ 2 & -6 & -3 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & -4 & -5 \\ -3 & 7 & 5 \\ 5 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 5A + 4I$, 2) $(A - 4I)(A - I)$, 3) $A(A - 5I) + 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 3 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -1 & 1 & -7 \\ -2 & 4 & -4 & 7 & 2 \\ 2 & -5 & -3 & -1 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & -5 & 4 \\ 2 & 3 & -7 \\ -3 & 4 & -2 \\ -4 & -4 & 7 \\ 0 & -3 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -15 & -14 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -6 \\ 12 \\ -9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -4 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 7 & -6 \\ 6 & -7 & 5 & -3 \\ 1 & 1 & -4 & -4 \\ -1 & -2 & 7 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & -7 \\ -3 & 6 & -5 \\ -1 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.
3. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de los recíprocos de los números enteros de 5 a 149. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,4} = ?, \qquad (AB)_{3,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 13 GLMA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & -4 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ -2 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -2 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 5 \\ -2 & 3 & 2 \\ 4 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & 2 & -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & -1 & 1 \\ -3 & -4 & 1 \\ 4 & -4 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 3 & -1 & 2 \\ -4 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -4 & -7 \\ 2 & -4 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & -5 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 3 & -3 \\ -4 & 1 & -4 & 1 \\ 4 & 7 & -5 & 6 \\ -6 & -3 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 12I$, 2) $(A - 4I)(A + 3I)$, 3) $A(A - I) - 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -3 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -2 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -4 & -1 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ -5 & -3 & 4 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -4 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & -5 & -3 \\ -7 & -6 & -3 & -7 \\ -1 & -2 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -3 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 14 \\ -14 & 12 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 10 \\ -6 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 2 & -1 \\ -4 & 5 & 3 & 4 \\ -2 & 5 & -2 & -5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 & -5 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & -7 & 1 \\ 6 & 6 & -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 6 & -7 \\ 1 & 4 & 4 \\ 7 & 1 & 7 \\ 0 & -3 & 2 \\ -7 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los logaritmos naturales de los números enteros de 8 a 139. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
2. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,2} = ?, \qquad (AB)_{3,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 14 GSLE.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -4 & -3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -4 \\ -3 & 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & -3 \\ 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ -5 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 & 3 & 3 \\ -4 & 2 & -3 & 1 & -4 \\ 4 & 0 & 3 & -1 & 3 \\ 4 & -1 & -4 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 3 \\ -4 & 2 & 3 \\ -2 & -1 & -4 \\ -4 & 3 & -1 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -5 & 6 & 5 \\ -1 & -2 & 1 & 0 & 6 \\ -7 & 7 & 1 & -4 & 5 \\ -3 & -6 & -6 & 3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -6 & -1 \\ 2 & -7 & 3 \\ 3 & 4 & -5 \\ 7 & 1 & -4 \\ -7 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 4x + 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 4A + 3I$, 2) $(A - 3I)(A - I)$, 3) $A(A - 4I) + 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 & 3 & 1 \\ -1 & -5 & -4 & -4 & 1 \\ -6 & -5 & -2 & 6 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & 5 & -1 \\ -2 & 4 & 7 \\ 6 & -6 & -5 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 3 \\ -2 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & -2 & -6 \\ 5 & -3 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -5 & -3 \\ -4 & -5 & 6 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -2 & 6 \\ -4 & -7 & 0 \\ -6 & -1 & -3 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de los cosenos de los números enteros de 8 a 188. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,1} = ?, \qquad (AB)_{2,4} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 15 KSJG.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 4 & 4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -3 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -5 \\ -2 & -3 & 5 \\ 4 & -4 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 4 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 3 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & -3 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 \\ -4 & 3 & 0 \\ -3 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & 3 \\ -2 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 & 2 & -3 \\ -6 & 6 & -1 & -6 & 0 \\ 5 & 1 & 7 & -5 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & -6 \\ 7 & -4 & 1 \\ 3 & -4 & 0 \\ -1 & 7 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 2A - 8I$, 2) $(A + 2I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 2I) - 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ -1 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & 5 & 2 \\ -1 & -2 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 0 & -2 \\ -6 & 7 & 7 & 6 \\ -3 & 1 & 6 & 1 \\ -4 & -4 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 1 \\ -5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 9 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 & -3 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 5 & -3 \\ -1 & 7 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & -5 \\ 3 & -6 & -3 \\ -1 & 7 & 4 \\ 5 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
3. La suma de los cubos de los números enteros de 9 a 175. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
4. La segunda columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de las primeras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,3} = ?, \qquad (AB)_{1,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,(}()\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 16 LSS.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 4 & 4 & -4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \\ -3 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 \\ -5 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -2 & -5 & -3 \\ 3 & -4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & -3 \\ 4 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 0 & -3 & -2 \\ 4 & -4 & -1 \\ -3 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -4 & 2 \\ -7 & -1 & 0 & 4 \\ 4 & -3 & -7 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 6 & 2 \\ -3 & 7 & 0 & -6 \\ 6 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 12I$, 2) $(A + 3I)(A - 4I)$, 3) $A(A - I) - 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ -1 & 4 & 3 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 & -7 & 6 \\ -2 & 2 & -2 & -4 & -1 \\ 1 & -5 & -1 & 7 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -5 \\ -6 & -7 & 7 \\ -1 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 0 \\ 7 & 6 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -10 & -10 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 10 \\ -6 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 3 \\ -2 & -3 & -4 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 & -5 \\ -3 & -5 & -6 & -3 \\ 6 & -4 & 4 & -7 \\ 6 & 3 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -3 & -5 & 4 \\ 5 & 0 & 3 \\ 6 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.
2. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,2} = ?, \qquad (AB)_{1,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 17 LPS.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 .$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n .$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 & -3 \\ -4 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -3 \\ 2 & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -2 & -5 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 1 & -4 & 2 \\ 3 & -5 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 4 \\ 2 & -2 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 0 & 4 & -2 \\ -4 & -2 & -2 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 & -1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ -4 & -3 & 0 & 4 \\ -3 & 3 & -3 & -2 \\ -3 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & -3 \\ -3 & -4 & -1 & -4 \\ 2 & 2 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & -1 & -3 \\ 3 & -2 & -6 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 6 & -5 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 4 \\ 5 & -1 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ -2 & -5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 6A + 8I$, 2) $(A - 4I)(A - 2I)$, 3) $A(A - 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 4 & -1 & -4 \\ -3 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -6 \\ -1 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 5 & 4 \\ 5 & 1 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 6 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & 6 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 6 & 3 \\ 2 & -2 & -3 & 1 \\ 4 & -7 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 13 \\ -10 & -15 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -5 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -4 & 3 & 1 \\ -7 & -2 & 4 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -7 & -2 \\ 6 & 7 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \\ -4 & -5 & -7 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La suma de los cosenos de los números enteros de 9 a 146. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,1} = ?, \qquad (AB)_{3,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 18 MPDD.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \\ -2 & 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & -4 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & 4 \\ 3 & -3 & -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -1 & 4 \\ 1 & -4 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 & 4 \\ -4 & 3 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & -4 & -3 \\ -1 & -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -6 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -6 & -1 \\ -4 & 5 & -2 & 4 \\ -1 & -7 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 2A - 3I$, 2) $(A + I)(A - 3I)$, 3) $A(A - 2I) - 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ -3 & 6 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 & -6 & -1 \\ 6 & -7 & -3 & -2 & -7 \\ 4 & 7 & 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 4 \\ -1 & 6 & -4 \\ -2 & -5 & -6 \\ -7 & -3 & 2 \\ 4 & -5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -3 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ -10 & -8 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 9 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -3 & -6 & 5 \\ 2 & 1 & 7 & 0 \\ -3 & -2 & -1 & 3 \\ -4 & 4 & 6 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 3 \\ 6 & -5 & -4 \\ -5 & -1 & 5 \\ 3 & -7 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los cuadrados de los números enteros de 7 a 109. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

2. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la segunda columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

3. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

4. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.

5. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,3} = ?, \qquad (AB)_{1,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 19 MHF.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 & -2 \\ -3 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 3 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -3 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -2 & -3 & -4 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -5 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -4 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -3 \\ -4 & 4 & -2 \\ 4 & -4 & -2 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -3 \\ 1 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -1 & 5 \\ -5 & 0 & -4 & 4 \\ 1 & 5 & 7 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -6 & -5 \\ 1 & -4 & -5 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & -1 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + x - 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + A - 6I$, 2) $(A + 3I)(A - 2I)$, 3) $A(A + I) - 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & -1 \\ -4 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -6 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 6 & 1 \\ -6 & -4 & -2 & 1 \\ 7 & 6 & 5 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -4 & -3 \\ 7 & 4 & 6 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & 5 \\ 1 & 5 & 7 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -2 \\ 4 & -5 & 3 & 4 \\ -4 & -1 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -2 & -1 & -5 & 3 \\ 1 & 5 & -4 & -3 & 7 \\ 2 & 7 & -1 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 \\ -2 & 5 & -5 \\ 1 & -7 & 2 \\ 6 & -7 & -3 \\ 5 & -6 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
3. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la segunda columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de los logaritmos naturales de los números enteros de 7 a 181. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. El tercer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,3} = ?, \qquad (AB)_{1,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 20 MME.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 & -3 \\ -2 & -4 & -4 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -4 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & -2 \\ 1 & -4 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 2 \\ 4 & 5 & 1 \\ -1 & -5 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & -4 \\ -5 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 & 3 \\ -4 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & -3 \\ -4 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -3 \\ -4 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -4 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 4 & -4 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & -6 & 1 \\ -5 & -5 & 7 & -3 \\ -2 & -3 & 6 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 6 \\ -3 & -5 & 0 \\ 7 & -5 & 4 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 6I$, 2) $(A + 2I)(A - 3I)$, 3) $A(A - I) - 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 4 & -4 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 7 & 1 & -2 \\ -5 & 0 & -1 & 7 & 2 \\ 6 & -2 & -5 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -3 \\ 7 & 6 & 0 \\ 3 & -1 & -4 \\ -6 & 1 & -2 \\ 5 & 5 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 2 & -4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 11 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 9 \\ -12 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & -2 \\ -5 & -5 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -3 & -1 \\ 2 & 6 & 1 & 7 \\ 2 & -5 & -7 & -6 \\ 1 & 0 & -7 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 2 & -5 & 7 \\ 1 & -2 & 3 \\ -3 & 5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
5. La suma de los cuadrados de los números enteros de 5 a 114. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,2} = ?, \qquad (AB)_{3,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 21 MRCK.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 2 \\ -4 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ -2 & 0 & 3 \\ -3 & 5 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 4 \\ -4 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -4 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 3 & -2 \\ 1 & -4 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -1 \\ 3 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & 2 \\ -2 & -4 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & -3 \\ -4 & 4 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \\ -4 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 2 & 1 \\ -7 & 3 & 0 & 1 \\ -6 & -2 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 1 & -3 \\ 6 & -1 & 5 & -7 \\ -6 & 7 & 6 & -6 \\ 3 & -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 5A + 4I$, 2) $(A - 4I)(A - I)$, 3) $A(A - 5I) + 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 7 & 4 & -2 \\ -2 & 7 & -1 & -4 \\ -3 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -7 & 3 & 3 \\ 4 & -4 & -1 & 7 \\ 1 & 5 & 5 & 0 \\ -3 & -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -5 & -3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 7 \\ 15 & 0 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -8 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -9 \\ 9 \\ -15 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 & 4 \\ -4 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 7 & -1 & 3 & 6 \\ -5 & -7 & -3 & -2 & 1 \\ 4 & -7 & 3 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -5 & 7 \\ 0 & 2 & -1 \\ 7 & -6 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.
2. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La cuarta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La suma de las primeras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,1} = ?, \qquad (AB)_{2,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,(}(_{)}\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 22 PHJL.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -1 \\ -1 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & -3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & -1 \\ 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 1 & -5 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 \\ -5 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -3 & -5 & -4 \\ 3 & 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 & -2 \\ -4 & 3 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 3 & -4 & -3 \\ -1 & -4 & -2 \\ 2 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & -4 \\ 4 & 0 & -4 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -5 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -2 & -5 \\ 1 & -3 & 0 & 4 \\ 3 & -2 & -1 & 1 \\ -5 & -6 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 6A + 8I$, 2) $(A - 2I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -5 & 6 & -1 \\ 5 & 4 & 0 & 5 & 3 \\ 6 & 4 & -3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 7 \\ 2 & -1 & -6 \\ 4 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & -3 \\ -3 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 5 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 10 \\ -9 & 5 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -3 \\ 1 & -4 & 2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -2 & -3 \\ -2 & -1 & 3 & 7 \\ -1 & -7 & -3 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \\ 4 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
2. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La segunda columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,2} = ?, \qquad (AB)_{4,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 23 RAJA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 .$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n .$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -3 & -4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 4 & -4 \\ 4 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 1 & -4 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 2 & 2 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & -3 \\ 1 & 5 & -2 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -5 & -3 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -4 & -4 & 4 \\ -1 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & 2 \\ -4 & -4 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & -1 \\ -4 & 0 & -2 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 & -4 \\ 3 & 1 & -3 & -4 \\ -4 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 & 6 \\ -4 & 2 & -2 & 6 \\ 5 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & -6 & 5 \\ 6 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 3x + 2$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 3A + 2I$, 2) $(A - I)(A - 2I)$, 3) $A(A - 3I) + 2I$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \\ -2 & 4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 6 & 1 \\ -1 & -7 & 4 & 7 \\ -4 & 7 & -6 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 & -6 \\ -7 & -3 & 6 & -2 \\ -5 & -2 & 7 & 7 \\ 1 & -1 & -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 5 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 & -6 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -2 \\ -4 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 5 & -7 & -2 \\ -6 & 5 & 2 & 7 & 2 \\ -4 & 4 & 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -1 \\ -4 & 3 & 7 \\ 2 & -5 & -2 \\ 1 & 0 & -7 \\ -3 & -3 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.
4. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,1} = ?, \qquad (AB)_{4,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 24 RCE.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 3 & 1 \\ 4 & -4 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -4 & 1 \\ 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -4 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -4 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 3 & 4 & -3 \\ 2 & -1 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & -5 \\ -1 & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -3 & 4 \\ 4 & 4 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ -3 & -4 & -2 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ -4 & 2 & 4 \\ -4 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \\ -3 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 7 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & 5 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & -6 \\ 3 & -1 & -4 & -1 \\ -5 & 2 & 6 & 1 \\ 6 & -3 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 2A - 3I$, 2) $(A + I)(A - 3I)$, 3) $A(A - 2I) - 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 4 & -4 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -7 & 4 & -5 & 5 \\ -4 & -2 & 3 & 7 & 6 \\ 4 & -3 & -6 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ -5 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 5 \\ -7 & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -5 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ -12 & -3 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -8 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -7 & -5 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & -6 \\ 4 & 6 & -1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 7 \\ -4 & 5 & -2 \\ -5 & -7 & -1 \\ -6 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de los cubos de los números enteros de 7 a 158. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
4. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La segunda columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,2} = ?, \qquad (AB)_{2,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que
$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 25 RDIDJ.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & -4 \\ -2 & 3 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -3 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 5 \\ 4 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 0 \\ -4 & 2 & 3 \\ 1 & -5 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & -4 \\ -5 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 & 0 \\ -3 & -2 & -3 & -3 \\ -4 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & -1 \\ 2 & -4 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & -2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 4 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -6 & -1 & 4 \\ 1 & -4 & -3 & 2 & 6 \\ -1 & 7 & -5 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -7 & -7 \\ -2 & -4 & 0 & -1 \\ 6 & -3 & -2 & 2 \\ 7 & 7 & -6 & 5 \\ 5 & -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + x - 2$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + A - 2I$, 2) $(A + 2I)(A - I)$, 3) $A(A + I) - 2I$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -5 \\ -4 & -1 & 7 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 & -5 \\ 2 & -2 & -4 & 1 \\ -4 & -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & 0 & -5 & 7 \\ 7 & -3 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 5 & -2 \\ 6 & -2 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -1 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 4 & 14 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -12 \\ -15 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -1 & 0 \\ -4 & -5 & 5 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & -6 & 2 & 3 \\ 7 & 7 & -1 & -4 & 5 \\ 1 & 3 & 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 6 \\ 2 & 5 & -6 \\ 5 & -1 & -4 \\ -5 & -2 & -1 \\ -4 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las primeras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. El tercer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,4} = ?, \qquad (AB)_{2,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 26 SRGA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -4 \\ -3 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 \\ -3 & -1 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -2 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & -2 \\ -1 & -2 & -4 & -4 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 6 & -7 & -7 \\ 2 & -3 & 3 & 6 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 1 \\ -1 & -6 & -4 \\ 2 & 2 & -2 \\ -5 & -5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 5x + 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 5A + 4I$, 2) $(A + 4I)(A + I)$, 3) $A(A + 5I) + 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 6 & -2 & 4 & 1 \\ -5 & 5 & 3 & -3 & -4 \\ -3 & 2 & -7 & 7 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -3 \\ -5 & -4 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & -2 \\ 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -15 & -8 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 7 & 4 \\ -3 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -7 \\ 1 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los cosenos de los números enteros de 9 a 158. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
2. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,1} = ?, \qquad (AB)_{3,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 27 TMMA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -3 & 4 \\ 3 & 2 & -2 & 4 \\ -2 & -3 & 0 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 1 \\ -4 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 5 & -2 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 5 & -4 \\ 3 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 & 3 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & -4 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & -4 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 4 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \\ -3 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -3 & -6 \\ 6 & -1 & 5 & 5 \\ -1 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & -3 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -5 & -6 \\ 4 & 7 & 7 \\ -6 & 6 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 2A - 8I$, 2) $(A + 2I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 2I) - 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 4 & 0 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 1 & 3 \\ -4 & -1 & -3 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -4 & 4 \\ -2 & -7 & -7 & 6 \\ 2 & -5 & 3 & -2 \\ 0 & 7 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 9 & -2 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ -3 & 5 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -7 & 7 & 0 \\ -3 & 3 & -7 & 7 & -1 \\ -3 & 1 & 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -5 \\ 4 & 0 & 3 \\ 3 & 5 & -3 \\ 7 & 6 & -2 \\ -4 & -7 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
2. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La suma de las primeras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,3} = ?, \qquad (AB)_{1,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,()}\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 28 TELD.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & 2 \\ -4 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -4 \\ 1 & -3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -5 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \\ -2 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & -4 \\ -2 & 1 & -4 & 1 \\ 2 & -4 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 & -4 \\ -1 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 & 5 \\ 4 & 4 & -4 & -2 \\ 3 & -2 & -1 & -5 \\ 3 & -7 & -3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -5 & -1 \\ 1 & -4 & 7 \\ 2 & 4 & -1 \\ -3 & -7 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 3x + 2$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 3A + 2I$, 2) $(A - 2I)(A - I)$, 3) $A(A - 3I) + 2I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 4 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 4 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 & 7 & -3 \\ -2 & -1 & 6 & 5 & -4 \\ -6 & 2 & -6 & 5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & 4 & 5 \\ -5 & -6 & 3 \\ -2 & 0 & -3 \\ -2 & 4 & -1 \\ -3 & -4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -4 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 5 \\ 4 & -2 & -4 & -3 \\ 2 & -5 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -5 & 3 & -7 \\ 5 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -4 & 2 \\ -5 & 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 3 & -7 & -5 \\ -3 & -4 & -6 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La suma de los cuadrados de los números enteros de 5 a 156. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,3} = ?, \qquad (AB)_{4,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 29 UTAV.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 .$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n .$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top .$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top .$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 4 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -3 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 4 \\ -4 & 3 & -3 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 5 \\ -5 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & -3 & -4 \\ -4 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -4 & -4 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 4 \\ 4 & -2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 1 & 6 \\ -3 & 3 & 3 & 2 \\ -7 & -7 & 7 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & -3 & -2 \\ 1 & -7 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -6 & -6 \\ -1 & 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + x - 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + A - 12I$, 2) $(A + 4I)(A - 3I)$, 3) $A(A + I) - 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -4 & -3 & -1 \\ 4 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 6 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -7 & -4 \\ 2 & -3 & 6 & 1 \\ -5 & -2 & -3 & -6 \\ -2 & 7 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & -14 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 6 & -3 & -6 \\ 4 & -6 & 5 & -1 & -4 \\ 3 & -3 & -4 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -4 \\ -2 & 5 & -4 \\ 4 & 1 & 5 \\ -1 & -5 & -3 \\ 3 & 6 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La suma de los recíprocos de los números enteros de 7 a 107. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,2} = ?, \qquad (AB)_{3,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 30 VNDI.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 & -3 \\ -4 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 0 \\ 1 & -3 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & -4 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ -3 & 5 & 2 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & 4 & -4 \\ 4 & -1 & 4 & -3 \\ -4 & 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -2 \\ 0 & 4 & 2 \\ -3 & -4 & 3 \\ -1 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -3 \\ 4 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 5 & -5 & -2 & 6 \\ 1 & 4 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & -4 & 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 & 2 \\ 5 & -1 & -7 & -2 \\ -4 & 7 & 2 & -3 \\ -3 & 1 & -2 & -4 \\ -1 & 6 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 7x + 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 7A + 12I$, 2) $(A - 3I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 7I) + 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -4 & 2 & 4 \\ -3 & -1 & -1 & -4 & 4 \\ -2 & -5 & 6 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 5 \\ 4 & -1 & -6 \\ 5 & 4 & 1 \\ 6 & -2 & 2 \\ -3 & -6 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -1 & 5 \\ -5 & 0 & 3 & -4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -7 & -6 & 7 \\ 4 & 7 & 1 & 2 \\ 6 & -2 & -7 & -3 \\ 3 & -5 & -3 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ -2 & 2 & 5 \\ -6 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. El tercer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de los recíprocos de los números enteros de 5 a 180. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,1} = ?, \qquad (AB)_{4,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 31 VHA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ -2 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -4 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -4 \\ -5 & -3 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 5 \\ -1 & -4 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & -3 \\ 2 & -3 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & -4 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -3 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & -3 \\ -3 & -2 & -4 & 4 \\ -1 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 1 & 1 & -4 \\ 6 & -7 & 7 & 5 & -3 \\ -5 & 0 & -1 & -1 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -6 & -7 \\ -2 & 3 & 1 & -3 \\ -4 & 2 & 3 & -1 \\ 7 & 2 & 6 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 12I$, 2) $(A + 3I)(A - 4I)$, 3) $A(A - I) - 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 \\ -2 & 3 & -4 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -1 \\ 7 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -5 & 0 \\ 1 & 6 & -3 & -5 \\ 3 & -2 & 6 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 7 & -7 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 7 & -3 & -3 & 5 \\ -6 & 4 & 6 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 0 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 10 \\ 15 & -8 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ -15 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -5 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ -7 & -3 & 5 & 7 & -1 \\ -5 & -3 & 5 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 6 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ -3 & 2 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La suma de los cuadrados de los números enteros de 6 a 192. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. La lista de números reales $10, 20, 30, 40$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,1} = ?, \qquad (AB)_{2,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 32 VMJJ.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \\ -4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -3 & 2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 4 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 5 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 0 & 5 & 4 \\ -3 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -1 & -1 \\ -3 & 4 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & -3 \\ -4 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -4 & -2 \\ 1 & -2 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -1 & 5 & 4 \\ -2 & 2 & 0 & 3 & -3 \\ 3 & 7 & -1 & 7 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & -2 & -1 \\ 2 & 7 & -6 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -3 & 5 \\ 7 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 2x - 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 2A - 8I$, 2) $(A + 4I)(A - 2I)$, 3) $A(A + 2I) - 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 4 & 5 & -5 \\ -3 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 0 & -6 & -5 \\ 3 & -5 & 4 & -4 & 1 \\ -1 & 1 & -7 & -1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 6 \\ 3 & 0 & -5 \\ -5 & -6 & -6 \\ -2 & -4 & -1 \\ 7 & 7 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 11 \\ 14 & -4 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 4 \\ 5 & 5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & 3 & -3 \\ -2 & -6 & 6 & -7 \\ 3 & 1 & 4 & -5 \\ -3 & 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -6 & 7 \\ 6 & 5 & -1 \\ 5 & -2 & -2 \\ -1 & -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los cubos de los números enteros de 7 a 137. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
2. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,3} = ?, \qquad (AB)_{3,4} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 33 GMOA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ -4 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -4 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 1 & 0 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \\ -5 & -3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -5 \\ 1 & 4 & 0 \\ 5 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & 2 & -4 \\ -3 & 3 & -4 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 4 & 3 \\ -1 & 4 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -3 & 2 \\ -4 & -2 & 4 & 4 \\ -3 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 4 & 4 \\ 4 & -1 & -2 & 4 \\ 2 & -2 & -4 & -3 \\ -3 & -3 & -1 & 3 \\ -4 & -4 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 1 & -5 \\ -2 & -1 & 1 & 7 \\ -2 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 & 1 \\ -6 & 6 & 5 & 1 \\ -4 & 4 & -7 & -4 \\ 3 & -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 5A + 6I$, 2) $(A - 3I)(A - 2I)$, 3) $A(A - 5I) + 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ -3 & -6 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 6 & 4 \\ 4 & -2 & 7 & 2 \\ -1 & 3 & -6 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 6 & 2 \\ 3 & 1 & -5 & 4 \\ 2 & 5 & -5 & -1 \\ 6 & -3 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 6 \\ 10 & -15 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -9 \\ -6 \\ 12 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -5 & -4 & 1 \\ -6 & 5 & 6 & -2 & -4 \\ -3 & -1 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -7 \\ 4 & -3 & -6 \\ -3 & 6 & -5 \\ 3 & -2 & -4 \\ -6 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los cuadrados de los números enteros de 5 a 135. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
2. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.
3. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,4} = ?, \qquad (AB)_{1,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,(}()\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 34 VALA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & -3 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 4 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -5 \\ 2 & -3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 4 & -1 & 3 \\ -1 & -4 & 1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 2 & -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 & -3 \\ 3 & -1 & -2 & 3 \\ -2 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & -4 & -4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 & -1 \\ 4 & -3 & -3 & 3 \\ 3 & -4 & -4 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -1 & 1 & -7 \\ 6 & -6 & -2 & -5 \\ 6 & 2 & -6 & 3 \\ 7 & -3 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ -3 & 5 & -2 \\ 5 & 4 & -6 \\ 6 & -6 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 2x - 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 2A - 3I$, 2) $(A - I)(A + 3I)$, 3) $A(A + 2I) - 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ -2 & 4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 6 & -2 & 5 \\ -6 & 1 & 3 & 2 & -4 \\ 3 & -1 & -5 & 1 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & -6 \\ -6 & -1 & 4 \\ 6 & -3 & 7 \\ 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 10 & 11 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 & 0 \\ 4 & -4 & -1 & -5 \\ -2 & 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -5 & -4 & -1 \\ -3 & 4 & 5 & 5 \\ -7 & 7 & 2 & 3 \\ 3 & -7 & -6 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & -5 \\ 7 & -3 & 3 \\ -2 & -5 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,1} = ?, \qquad (AB)_{2,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 35 ZPJ.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 .$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n .$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -4 & -1 \\ 3 & -2 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -3 & -2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -4 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & -2 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -4 & 4 \\ 3 & -2 & -2 & -4 \\ -3 & 1 & 3 & 4 \\ -1 & -4 & -2 & 2 \\ -2 & -3 & 2 & -4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -4 & -2 \\ 1 & 4 & -4 & 3 \\ -2 & -3 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 2 & -1 \\ -4 & -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & -4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & -5 & -3 & 7 \\ -2 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \\ -5 & 4 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 6I$, 2) $(A - 3I)(A + 2I)$, 3) $A(A - I) - 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -8 & 3 & 6 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -7 & -4 & -2 \\ -1 & 5 & 5 & -4 \\ -6 & 7 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & -3 & 5 \\ 1 & -6 & 3 & -4 \\ -4 & 4 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 \\ 5 & -4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 6 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & -6 & 5 & 2 & -4 \\ -3 & -2 & 7 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & -4 \\ -3 & 2 & 3 \\ 5 & -6 & 5 \\ -6 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la segunda columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,2} = ?, \qquad (AB)_{4,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 36 BRMF.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ -4 & 2 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 5 & -1 & -2 \\ -5 & 2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -4 \\ -1 & -5 & 0 \\ 4 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 & -2 \\ 4 & 3 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & -3 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -2 \\ -3 & 1 & 4 & 4 \\ -2 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 3 \\ -1 & -4 & -1 & -1 \\ -4 & 1 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -6 & -7 & 3 \\ -7 & -5 & -5 & 7 & -6 \\ 7 & -1 & 1 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 7 \\ -6 & 3 & 7 \\ -2 & 2 & -7 \\ -1 & 1 & 3 \\ -3 & 4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 6A + 8I$, 2) $(A - 4I)(A - 2I)$, 3) $A(A - 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -6 & 6 & 3 \\ -6 & 6 & -5 & 1 & 5 \\ -4 & -1 & 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 4 \\ -7 & 4 & -6 \\ -6 & 5 & -4 \\ -1 & 3 & -2 \\ -2 & -5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 4 & 3 \\ -5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & -5 \\ 13 & -3 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -6 \\ 7 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 \\ 5 & -1 & 3 & -3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -5 & 6 & 2 \\ 1 & 5 & -6 & 5 \\ -5 & 7 & -4 & -3 \\ 2 & -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & -5 & 6 \\ 3 & -4 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \\ -5 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La suma de los cuadrados de los números enteros de 8 a 150. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
3. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,1} = ?, \qquad (AB)_{2,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 37 RMIA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 & 3 \\ -4 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & -2 \\ 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & -4 \\ -1 & 5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -2 & -4 & 3 \\ -5 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -1 \\ 1 & -5 & -3 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & -2 & -3 \\ -2 & 4 & -4 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -3 \\ -4 & -4 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -5 & -2 & -4 \\ 0 & 6 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 & -4 \\ 3 & 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -3 \\ 1 & -6 & 7 \\ -4 & -2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 5x + 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 5A + 4I$, 2) $(A + 4I)(A + I)$, 3) $A(A + 5I) + 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 4 \\ 0 & -3 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 6 & -6 & 4 \\ 3 & -6 & 7 & -2 \\ -7 & 4 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & 2 & -2 \\ 5 & -6 & 7 & -4 \\ 3 & -4 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -5 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 3 & -13 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \\ -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -4 \\ 2 & 5 & -3 & 3 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 1 & -4 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & -5 & -1 & 1 \\ -6 & -1 & 7 & 0 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -7 & 4 & 1 \\ 3 & -5 & -2 \\ 6 & 7 & -1 \\ -5 & -4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.
2. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La segunda columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{4,2} = ?, \qquad (AB)_{2,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que
$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 38 MRHA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 0 & 4 & -4 \\ -3 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & -3 & -1 \\ -2 & 4 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -5 & -7 & -1 \\ 3 & -5 & 2 & -4 & 0 \\ -6 & 3 & -6 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -5 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 1 & -5 \\ 7 & 2 & 2 & -7 \\ -1 & -4 & 1 & 6 \\ -7 & -3 & 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 2A - 3I$, 2) $(A + I)(A - 3I)$, 3) $A(A - 2I) - 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 4 \\ 3 & 0 & -4 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -2 & -6 & -1 \\ 2 & 3 & 6 & -5 & -5 \\ 2 & 3 & -3 & 5 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 5 \\ 1 & -2 & -2 \\ -6 & 7 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \\ -5 & 6 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 5 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 & 6 \\ -3 & 0 & 4 & 5 \\ -4 & -5 & 7 & 5 \\ -1 & -6 & 3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 \\ -4 & 3 & 7 \\ 3 & 6 & 7 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los recíprocos de los números enteros de 7 a 133. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
2. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La lista de números reales $10, 20, 30, 40$.
4. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,4} = ?, \qquad (AB)_{1,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 39 AVMA.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 2 & -2 \\ 1 & -4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -4 \\ -2 & -5 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & -3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 5 \\ -1 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & -4 \\ 3 & -1 & -3 \\ 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -4 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -2 & -7 & -5 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & -5 & -7 & 1 \\ 5 & 3 & -1 & -2 \\ -2 & 5 & 0 & -4 \\ -5 & 3 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 2$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 2I$, 2) $(A - 2I)(A + I)$, 3) $A(A - I) - 2I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ -3 & -1 & 3 \\ -1 & -4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 3 \\ -1 & 6 & -4 \\ 1 & -7 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 4 & 4 & 5 \\ 7 & -2 & -4 & 2 \\ -1 & 0 & 5 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 & 5 \\ 7 & -5 & -2 & 5 \\ -7 & -5 & -1 & -1 \\ -3 & 2 & -6 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -4 & 2 \\ -3 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 6 & -6 & -6 \\ -7 & -1 & -2 & 5 & 1 \\ 5 & -5 & 2 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -7 & -1 \\ -3 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & -5 \\ 6 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. El tercer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,1} = ?, \qquad (AB)_{2,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,()}\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 40 MCCO.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 & -2 \\ -3 & 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -4 & 1 \\ 4 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & 2 \\ -1 & 3 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & 4 & -3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -4 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \\ -4 & -4 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 4 & 3 & 5 & 1 \\ -5 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ -1 & -3 & -2 & 0 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -5 & -2 & -1 \\ -6 & -5 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ -7 & 4 & -4 & -4 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 6A + 8I$, 2) $(A + 2I)(A + 4I)$, 3) $A(A + 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -4 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -7 & -2 & 1 \\ -2 & 7 & -1 & -3 & 1 \\ 6 & 2 & -7 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & -5 & -4 \\ 2 & -5 & -1 \\ -4 & -6 & -2 \\ 1 & 0 & -2 \\ -3 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 10 & -13 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 & 5 \\ -4 & 2 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & -4 & -5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & -1 \\ 7 & -6 & -3 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 1 \\ -3 & -3 & 2 \\ 1 & 6 & -5 \\ -6 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la segunda columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. El tercer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de los logaritmos naturales de los números enteros de 9 a 193. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{4,3} = ?, \qquad (AB)_{2,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 41.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 .$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n .$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \\ -4 & -3 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -4 \\ 5 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 4 & -3 \\ -4 & 2 & -2 & -3 & 3 \\ -4 & 3 & 4 & -3 & -4 \\ -2 & 1 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -4 \\ -3 & -4 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ -1 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 5 & -5 & -2 \\ 4 & 0 & 3 & 7 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -6 & -2 \\ 1 & -4 & 0 \\ -2 & -4 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \\ 7 & -6 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 5x + 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 5A + 6I$, 2) $(A + 2I)(A + 3I)$, 3) $A(A + 5I) + 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & -4 \\ -4 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 8 & 2 & -4 \\ -5 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 1 & 5 \\ 6 & -6 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -7 & 4 & 7 \\ -1 & -3 & 5 & 2 \\ -6 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 6 & -7 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ -5 & 8 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -5 & 3 & 1 \\ -4 & -2 & 3 & -6 & 6 \\ -1 & 5 & 0 & -1 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 7 \\ 3 & -5 & 4 \\ 2 & -2 & -3 \\ 5 & -4 & -6 \\ 6 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de los cuadrados de los números enteros de 9 a 158. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
4. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La cuarta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,4} = ?, \qquad (AB)_{3,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 42.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -4 & 1 \\ -2 & 4 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -2 \\ -1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 3 \\ -4 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -5 \\ -3 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 1 & 4 \\ -2 & -4 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & -2 \\ 4 & -2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & -3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 & 0 \\ 4 & 4 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -4 & -3 & -6 & -4 \\ 4 & 7 & -5 & -3 & 1 \\ 4 & -7 & 3 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 6 \\ 7 & -5 & -2 \\ -6 & 6 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 5A + 4I$, 2) $(A - I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 5I) + 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -3 \\ -2 & 0 & 2 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -3 \\ -3 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 5 & 1 & 6 \\ -2 & -1 & 4 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & -6 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 7 & -7 & -4 \\ 2 & 1 & 6 \\ -3 & -6 & 7 \\ -4 & -5 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 5 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 0 & -5 \\ -5 & -3 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -5 \\ -4 & -4 & 7 & 3 \\ -2 & 4 & -1 & 2 \\ -6 & -5 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & 3 & -6 \\ 2 & 7 & 2 \\ 4 & 6 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de los cubos de los números enteros de 6 a 147. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,3} = ?, \qquad (AB)_{1,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 43.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 0 & -4 & -3 \\ -1 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 4 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & -3 \\ -1 & -4 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 4 & -2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 & -3 \\ -3 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ -4 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & -2 \\ -3 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -2 & -4 \\ -4 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 2 & -5 & 5 \\ 0 & -1 & 3 & -3 & 6 \\ 1 & -7 & -5 & -6 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -6 \\ 5 & 6 & -6 \\ -1 & -5 & 4 \\ -5 & -2 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 6I$, 2) $(A - 3I)(A + 2I)$, 3) $A(A - I) - 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 6 \\ -1 & 6 & 3 & -3 \\ -4 & -3 & 0 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 & 7 \\ 2 & 4 & -1 & -2 \\ -2 & 5 & -3 & -4 \\ -1 & 4 & 3 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 14 \\ 11 & -15 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 2 & 3 \\ -4 & 3 & 4 & 4 \\ 5 & -2 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 6 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 3 & -4 & -3 \\ -3 & 6 & 5 & -6 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & -4 & 3 \\ -5 & 2 & 6 \\ -3 & -5 & 5 \\ -2 & -1 & 6 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. El tercer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La segunda columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La lista de números reales $10, 20, 30, 40$.
5. La suma de los cuadrados de los números enteros de 5 a 153. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,2} = ?, \qquad (AB)_{4,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 44.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 2 & -5 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 5 \\ -3 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 \\ 1 & -4 & 5 \\ -2 & -5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -4 & 0 \\ -2 & -3 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & -4 \\ -2 & 0 & 4 & 4 \\ -3 & -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & -3 \\ -4 & 2 & 4 & -3 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \\ -3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 5 & -5 & -7 \\ -4 & 2 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & -2 & 3 & 6 & 4 \\ 1 & -5 & -3 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & 6 & 5 \\ -4 & -2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \\ -1 & -6 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 7x + 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 7A + 12I$, 2) $(A + 4I)(A + 3I)$, 3) $A(A + 7I) + 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -5 & -7 & -2 & 3 \\ -2 & -5 & -3 & -7 & 6 \\ -1 & 3 & 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -6 & -7 \\ -6 & -4 & -4 \\ 3 & 2 & 4 \\ -3 & 5 & 2 \\ -7 & 3 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -12 \\ -7 & 7 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -15 \\ -9 \\ 15 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & -6 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & -1 \\ -7 & -2 & -6 & 6 \\ -1 & 7 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 6 & -2 & 2 \\ 3 & -4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La suma de los cuadrados de los números enteros de 7 a 173. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
3. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.
4. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,3} = ?, \qquad (AB)_{1,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 45.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -5 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -1 \\ -2 & -5 & 0 \\ 4 & 3 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 2 & -3 & -4 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & -3 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & -3 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 2 \\ 4 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -3 \\ -4 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -1 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ -4 & -3 & -4 \\ 2 & 4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & 5 & 7 \\ 1 & -1 & -7 & 6 \\ -1 & -2 & 6 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 5 \\ 5 & 4 & 1 \\ -3 & 0 & -3 \\ -1 & -5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 2A - 8I$, 2) $(A - 4I)(A + 2I)$, 3) $A(A - 2I) - 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ -4 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -6 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & -5 & -2 \\ -7 & -5 & 0 & -3 \\ -3 & -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 & 2 \\ 6 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & -4 & 6 \\ -6 & 5 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ -1 & -4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 11 & 9 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 15 \\ 12 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 2 \\ 5 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -7 & 6 & 7 \\ -7 & 6 & 4 & -5 & -4 \\ -6 & 5 & -2 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 6 \\ -3 & 7 & 4 \\ -7 & -7 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ -5 & -6 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La suma de los cosenos de los números enteros de 9 a 108. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
3. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
4. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La segunda columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,4} = ?, \qquad (AB)_{3,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,()}\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 46.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a+b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a+b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 & -4 \\ -1 & -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 3 & -4 & 4 \\ -4 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 5 & -4 \\ -2 & -1 & -3 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -5 & -4 \\ -2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 4 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 & 3 \\ -1 & -4 & 4 & 3 \\ -2 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 & -3 & -2 \\ 4 & 0 & 5 & 3 & 7 \\ -1 & -7 & -3 & -2 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & 7 & -6 & 2 \\ -3 & -5 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & 2 & 5 \\ -6 & -5 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 6A + 8I$, 2) $(A - 4I)(A - 2I)$, 3) $A(A - 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 \\ -4 & -4 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & -5 & 5 & 0 \\ 7 & -4 & -7 & 6 & 5 \\ -3 & -1 & 6 & -7 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 3 & -6 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \\ 6 & -7 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -9 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 & 3 \\ 1 & 0 & -4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -5 & -6 \\ -5 & -6 & -3 & 1 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & -6 \\ -6 & -4 & 6 \\ 6 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La suma de los cuadrados de los números enteros de 9 a 121. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
4. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,2} = ?, \qquad (AB)_{3,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 47.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 .$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n .$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \\ 4 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -3 \\ -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & 3 \\ -2 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \\ -1 & -4 & 0 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -2 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 3 \\ -4 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -6 & -5 & 4 \\ -6 & 0 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 7 & 2 \\ 2 & 6 & -4 & -6 \\ -2 & -7 & 5 & 1 \\ 5 & 7 & -5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 6A + 8I$, 2) $(A - 4I)(A - 2I)$, 3) $A(A - 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -3 & -5 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -7 & 5 \\ 1 & -2 & -1 & -1 \\ -7 & -4 & -5 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & -3 & -6 \\ -1 & -5 & 6 & 4 \\ -6 & -7 & 7 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & -8 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 & 2 & -1 \\ -4 & -6 & -3 & 3 & 2 \\ 7 & 4 & 4 & -7 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 6 & 1 & 3 \\ -6 & -4 & -7 \\ 2 & 7 & -1 \\ 3 & 4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{4,1} = ?, \qquad (AB)_{2,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 48.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & -2 & -4 \\ -3 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 & 0 \\ 3 & -1 & -3 \\ 5 & -4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -2 \\ -5 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -3 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -4 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -4 \\ 3 & 2 & 4 \\ -1 & -1 & -3 \\ -1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 0 & -4 & -3 \\ 4 & -2 & 2 \\ -3 & 3 & 4 \\ -4 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ -3 & -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -7 & -5 & 2 & -1 \\ -7 & 6 & -1 & -2 \\ -4 & 7 & 3 & 3 \\ -4 & -3 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 2A - 8I$, 2) $(A + 2I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 2I) - 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 3 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \\ -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 6 & 2 & -5 & 7 \\ 5 & -5 & 3 & 7 & -7 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & 6 \\ -2 & 2 & 6 \\ 1 & 7 & 2 \\ -4 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -10 & -7 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 & -4 \\ -3 & 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 6 & -4 \\ -1 & 3 & 1 & 4 \\ -3 & -6 & -5 & -4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 2 & 7 & 5 \\ -7 & -6 & -2 \\ -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.
2. La segunda columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de los logaritmos naturales de los números enteros de 6 a 114. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
4. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,3} = ?, \qquad (AB)_{3,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 49.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -4 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 3 \\ -2 & 2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 5 \\ -5 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 0 & -4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -4 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & -4 \\ -4 & 2 & 1 & -3 \\ -3 & -2 & -4 & 1 \\ -2 & -3 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -3 & 3 \\ 1 & -4 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \\ -4 & -1 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -6 & -1 & 1 & -2 \\ -6 & -5 & 2 & 5 & 7 \\ -4 & 0 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -4 \\ -2 & -6 & -7 \\ 3 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 7x + 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 7A + 12I$, 2) $(A - 3I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 7I) + 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & -3 \\ -4 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 3 \\ 6 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 6 & 3 \\ 2 & 6 & -1 & -1 \\ -3 & 1 & -4 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & -5 & 0 & 4 \\ -2 & 4 & -4 & -7 \\ 5 & -2 & -6 & -4 \\ -3 & -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -10 & 7 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 9 \\ -12 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & -5 & 1 & -5 \\ 5 & 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -6 & 4 & -1 \\ -6 & -2 & -4 & 5 & 4 \\ -2 & -5 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 2 & -7 & -6 \\ 5 & -7 & 1 \\ 6 & -2 & 0 \\ -4 & 7 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
5. La suma de los cuadrados de los números enteros de 9 a 195. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,1} = ?, \qquad (AB)_{4,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 50.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -1 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -3 \\ 0 & -5 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ -4 & -5 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 4 \\ 4 & -1 & -4 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 4 \\ -1 & 1 & -3 \\ -4 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & -4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -4 & -6 & -7 \\ 5 & -3 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & -6 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 7 \\ -6 & -1 & 6 \\ -5 & 4 & -7 \\ 7 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + x - 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + A - 6I$, 2) $(A - 2I)(A + 3I)$, 3) $A(A + I) - 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 \\ -4 & -4 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -5 \\ -1 & -4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 7 & -7 \\ 3 & 2 & -4 & -5 & 7 \\ -6 & -2 & 6 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -5 & -5 \\ -1 & -4 & 3 \\ 5 & 1 & -1 \\ -7 & 4 & -4 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 0 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ -14 & 2 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -7 & 5 & 3 \\ -3 & 5 & -2 & -7 \\ 7 & -1 & -6 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 7 \\ 1 & 1 & 7 \\ -4 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \dots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

2. La lista de números reales $10, 20, 30, 40$.

3. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

4. La suma de los cosenos de los números enteros de 5 a 161. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

5. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,2} = ?, \qquad (AB)_{1,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 51.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & -4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 4 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ -4 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 & 4 \\ 2 & -4 & 3 & 4 \\ -3 & -4 & 2 & -3 \\ 2 & -2 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \\ -4 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -4 & -3 & -6 & 0 \\ -1 & 1 & -3 & 6 & 5 \\ 2 & -5 & 5 & -4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -7 & -6 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 6 & 4 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & -6 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 2$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 2I$, 2) $(A - 2I)(A + I)$, 3) $A(A - I) - 2I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 3 \\ -1 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & 5 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 6 & -1 \\ 2 & -5 & 4 & 3 \\ -3 & 0 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -6 & -4 & -6 \\ -7 & 2 & -3 & 0 \\ 3 & 6 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & -2 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ -7 & -9 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 & -1 \\ -3 & 0 & 5 & 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & -5 \\ 1 & 6 & 5 & 6 & -6 \\ 7 & -3 & -4 & -2 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -3 \\ 5 & 4 & 3 \\ -7 & -4 & -6 \\ 5 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La segunda columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La suma de los cosenos de los números enteros de 6 a 175. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,3} = ?, \qquad (AB)_{4,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,(}()\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 52.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -3 \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ -4 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 4 & 3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -2 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 4 \\ -3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -3 & -4 & 1 \\ 3 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 \\ -1 & -1 & -2 \\ -3 & 1 & -4 \\ 3 & -4 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & -5 & -6 & -5 \\ 1 & 4 & -1 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -5 & -1 \\ -6 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 5 \\ -7 & 6 & -4 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 5x + 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 5A + 4I$, 2) $(A + 4I)(A + I)$, 3) $A(A + 5I) + 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -4 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -7 & 3 & 3 \\ -6 & -3 & -7 & 6 & 1 \\ 6 & -6 & 0 & -5 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -5 & -3 \\ -2 & -4 & 1 \\ 6 & 7 & 4 \\ 4 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 5 & 1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ -15 & 0 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 & 1 \\ -3 & -5 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & -4 & 5 \\ 5 & -2 & 2 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La suma de los cosenos de los números enteros de 9 a 114. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
3. La cuarta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La lista de números reales $-1, 1, -1, 1, -1$.
5. El tercer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,4} = ?, \qquad (AB)_{1,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 53.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 .$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n .$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -4 & -3 & 0 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & -2 \\ -3 & -1 & 0 & 3 \\ -3 & 3 & -4 & 4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 2 \\ -3 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 5 & -4 & 1 \\ -1 & -5 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 1 & 5 & 0 \\ -3 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -4 & -4 & -3 \\ -3 & 3 & -4 & -3 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & -4 & -3 \\ 1 & 3 & 3 \\ -4 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -4 \\ 3 & -3 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 3 & -2 & 1 & -3 \\ -6 & -7 & 6 & 4 & -4 \\ 7 & 2 & -3 & 1 & -7 \\ -1 & 0 & 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 2 \\ 6 & -5 & -4 \\ 1 & -7 & -4 \\ 7 & 5 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 2$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 2I$, 2) $(A - 2I)(A + I)$, 3) $A(A - I) - 2I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 6 & -7 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 6 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & 0 & 5 \\ 7 & -7 & 6 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -5 & 6 & -5 \\ 0 & -3 & 3 & -2 \\ -4 & -1 & 1 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 12 & -10 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 7 & -4 & -5 \\ -6 & -3 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & -5 & 4 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & -4 \\ 7 & 5 & 7 \\ 1 & 3 & 3 \\ -1 & -3 & -5 \\ -3 & -2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La suma de los cosenos de los números enteros de 5 a 103. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
3. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.
5. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,1} = ?, \qquad (AB)_{4,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 54.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & -1 \\ -2 & -4 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -4 & -5 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 5 & -4 & -5 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ 5 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 & -4 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & -1 & 1 & 4 \\ -3 & -1 & 3 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ -4 & 3 & -3 \\ -3 & 4 & -4 \\ -2 & -2 & -4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ -4 & -1 & 4 \\ -3 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -7 & 5 & -7 & 2 \\ -6 & -4 & -6 & -5 & 3 \\ 3 & 7 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \\ -5 & -4 & 5 \\ -1 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 2$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 2I$, 2) $(A - 2I)(A + I)$, 3) $A(A - I) - 2I$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -3 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 0 & 7 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & 6 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & 3 \\ 7 & -6 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 12 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 7 & 7 \\ 3 & -5 & -3 & 4 \\ 5 & 5 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & -3 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 5 \\ 0 & -3 & -2 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los recíprocos de los números enteros de 9 a 125. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
2. La suma de las primeras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. El primer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La quinta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,2} = ?, \qquad (AB)_{1,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 55.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & -2 \\ -1 & -3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -4 & 3 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 5 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 5 \\ 3 & -3 & 1 \\ 2 & -4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 5 \\ 2 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & 1 & -4 \\ 0 & 4 & -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -4 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \\ -4 & 4 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 2 \\ -3 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 & -1 \\ 4 & -1 & 5 & 5 \\ -2 & -5 & -5 & -3 \\ 2 & -4 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 7 & -6 \\ 5 & -2 & -5 \\ -5 & -7 & 4 \\ 4 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 5x + 6$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: $1)\ A^2 + 5A + 6I$, $\quad 2)\ (A + 3I)(A + 2I)$, $\quad 3)\ A(A + 5I) + 6I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 3 & -2 \\ -4 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & -4 & 1 \\ -6 & 1 & 0 & -3 \\ -6 & 3 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 0 & 1 \\ -6 & -5 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -4 & -7 \\ -4 & 5 & -1 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & -5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 8 \\ 10 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 & -1 \\ -1 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -7 & -6 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & -1 & 7 \\ -2 & 5 & 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & -4 \\ -5 & 7 & -3 \\ -2 & -4 & 2 \\ 4 & -6 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de los logaritmos naturales de los números enteros de 6 a 102. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,2} = ?, \qquad (AB)_{4,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 56.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 2 \\ -2 & -3 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 4 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -5 \\ 5 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 1 & -2 & -5 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -1 & -2 \\ -2 & -4 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 3 & 1 \\ -3 & -4 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 \\ 4 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 3 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & -7 & -6 & -4 \\ 2 & 1 & 4 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 & -4 & -2 \\ 3 & -3 & -7 & 2 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -2 \\ -6 & -6 & -2 \\ 7 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 2x - 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 2A - 3I$, 2) $(A - I)(A + 3I)$, 3) $A(A + 2I) - 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 2 \\ -2 & -3 & -3 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,1}$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & -3 & -7 & 1 \\ 7 & 2 & -6 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -5 \\ 5 & -2 & 5 \\ 7 & 0 & -1 \\ -6 & 4 & -2 \\ 1 & -7 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 1 & -5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 9 & -9 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -12 \\ -15 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 0 & 7 \\ -6 & 4 & 7 & 5 \\ -7 & -2 & 1 & -6 \\ 3 & -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 5 & -4 & 4 \\ -5 & -3 & -4 \\ -3 & 6 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de los cosenos de los números enteros de 9 a 148. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,3} = ?, \qquad (AB)_{2,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 57.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 2 & -4 & -2 \\ -3 & 1 & -4 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -4 & 3 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 1 & 5 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & -5 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 5 \\ -5 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 & -2 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & -3 & 4 \\ -2 & 4 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 4 & -3 & 5 \\ -2 & -5 & -1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 6 & 1 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -4 \\ -1 & -4 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \\ 0 & -6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 2x - 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 2A - 3I$, 2) $(A - I)(A + 3I)$, 3) $A(A + 2I) - 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 6 \\ -1 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 4 & -6 \\ 1 & 0 & -3 & 1 \\ -7 & -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -2 & 2 \\ -6 & -5 & 6 & 3 \\ 5 & 0 & -7 & 4 \\ -1 & -7 & 3 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & -15 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -7 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \\ -12 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 & -4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 7 & 1 & -5 \\ 1 & -4 & 3 & -7 & 7 \\ 2 & 5 & 6 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 4 \\ -5 & 6 & -4 \\ 2 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -7 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,2} = ?, \qquad (AB)_{3,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,(}()\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 58.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a+b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a+b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & 3 \\ -2 & -4 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & -1 \\ 4 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ -5 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -3 \\ -4 & -1 & -2 \\ -5 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -1 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 2 & -4 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 0 \\ 3 & -4 & -1 \\ 4 & 4 & 3 \\ -1 & -4 & 1 \\ 3 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -1 \\ -3 & -4 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -1 & 0 & 5 \\ 5 & -3 & -4 & -3 \\ 2 & 4 & 2 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 6 & -7 & -3 \\ 1 & -2 & -2 & -1 \\ -5 & 4 & 3 & 3 \\ -4 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 6A + 8I$, 2) $(A - 2I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{3,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & -3 & -1 & 2 \\ 5 & 2 & -5 & -1 & 3 \\ 1 & -5 & -3 & 5 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 \\ -5 & -3 & -4 \\ 6 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -7 \\ -5 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 15 \\ -7 & -9 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 3 & 2 \\ -1 & -4 & -2 & 3 \\ 5 & -5 & 4 & -5 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 3 & 2 \\ -6 & -6 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 5 \\ 4 & -3 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -5 & 4 \\ 6 & 5 & -3 \\ -7 & 2 & -4 \\ -6 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la quinta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La cuarta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,3} = ?, \qquad (AB)_{3,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 59.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3\,.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n\,.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & -1 \\ -1 & 4 & -3 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -4 & -2 & -3 \\ -2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -2 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -5 & -3 \\ 2 & -2 & -4 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & 2 & 4 \\ -3 & -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -4 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 4 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 3 & -4 & -1 \\ 4 & 5 & -2 & -7 & -1 \\ 2 & -3 & -5 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -6 \\ -5 & 1 & 4 \\ 4 & -3 & -6 \\ 1 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 5A + 4I$, 2) $(A - 4I)(A - I)$, 3) $A(A - 5I) + 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ -4 & -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 & -1 \\ -1 & -6 & 6 & 4 \\ 3 & -6 & -3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & -4 & -1 & 2 \\ -2 & -4 & -3 & 2 \\ 1 & -6 & 6 & 6 \\ 4 & 1 & -6 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 0 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 9 \\ -14 & 9 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & -1 & -2 \\ -4 & 2 & -6 & 1 & 4 \\ -5 & -5 & -4 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 5 & -3 \\ 0 & -7 & -6 \\ 6 & -2 & 4 \\ -7 & 2 & 6 \\ 4 & -5 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La suma de los cuadrados de los números enteros de 6 a 189. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
4. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
5. La cuarta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,3} = ?, \qquad (AB)_{2,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 60.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ -4 & 4 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -4 & 0 & -4 & 2 \\ -1 & 4 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -2 \\ 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 0 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 0 \\ -5 & 5 & 4 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 3 \\ 3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & -2 \\ -4 & -1 & 1 \\ -4 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 4 & -6 \\ -2 & 2 & -3 & -1 \\ 6 & -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & 7 & -1 & 2 \\ 6 & 6 & -7 & 0 \\ 5 & -2 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 4x + 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 4A + 3I$, 2) $(A + I)(A + 3I)$, 3) $A(A + 4I) + 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 1 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & -5 & 3 & -4 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 6 & 1 & -2 \\ -4 & -4 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 13 \\ -13 & 12 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -4 & -2 \\ 2 & 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -7 & 5 & 3 \\ -6 & 2 & -7 & -2 \\ 1 & -5 & 6 & -1 \\ 3 & -5 & 4 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -7 & -6 \\ 3 & 6 & 1 \\ 1 & 7 & 4 \\ -6 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las segundas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La lista de números reales $10, 20, 30, 40$.
4. La tercera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
5. El primer renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,4} \in \mathcal{M}_{3,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,3} = ?, \qquad (AB)_{3,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 61.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 & -4 \\ -1 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 4 & -2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 5 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 0 & 5 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -5 \\ -1 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & 3 & 3 & -3 \\ -2 & -1 & -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -3 & -3 \\ 2 & 1 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -5 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 7 & -5 & -4 \\ -3 & -6 & 7 & -2 & 6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 5 \\ 7 & -6 & 1 \\ 3 & -2 & -7 \\ 6 & -5 & -7 \\ 1 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 2$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 2I$, 2) $(A - 2I)(A + I)$, 3) $A(A - I) - 2I$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 0 & -2 & -3 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -4 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & 4 & -7 \\ 5 & -3 & 6 & -1 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 2 & 1 \\ -7 & 5 & 1 & -5 \\ -1 & 3 & 5 & -4 \\ 4 & -2 & 0 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 4 & 0 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 5 \\ -14 & 10 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -15 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 4 & -4 \\ 3 & -2 & -5 & 2 \\ 2 & -3 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -5 & 3 & 7 & -1 \\ -3 & 1 & -4 & 5 & 7 \\ 6 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -4 & 3 \\ 5 & 7 & -3 \\ -1 & -6 & 1 \\ 6 & 5 & 1 \\ -3 & -6 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los logaritmos naturales de los números enteros de 7 a 144. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
2. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La lista de números reales $10, 20, 30, 40$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,2} = ?, \qquad (AB)_{4,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 62.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 2 \\ 3 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 4 \\ -1 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ -4 & 5 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 3 \\ -3 & -1 & 2 \\ -5 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 & -1 \\ 4 & 4 & -4 & -3 \\ -4 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & -3 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 4 \\ -4 & 2 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & -2 & 5 \\ 6 & 6 & 7 & -3 & 7 \\ -6 & 0 & -1 & -6 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -6 & -1 \\ 0 & 3 & -3 \\ 7 & -2 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \\ -5 & 7 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 3x + 2$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 3A + 2I$, 2) $(A + I)(A + 2I)$, 3) $A(A + 3I) + 2I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 3 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 5 \\ -5 & 7 & 9 \\ 4 & -5 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -4 & 6 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -2 & -7 \\ -3 & -5 & 3 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -5 & 3 & 6 \\ -6 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & -6 \\ -1 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 9 \\ -8 & 10 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -8 \\ -10 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el primer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 3 & 7 \\ -3 & 4 & 4 & -3 \\ -2 & 1 & -1 & 6 \\ -4 & -6 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -6 & 7 & 1 \\ -5 & -3 & 3 \\ 3 & 2 & -7 \\ -7 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \dots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las cuartas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
2. La suma de los recíprocos de los números enteros de 8 a 175. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
3. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,2} = ?, \qquad (AB)_{3,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 63.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + 0_3 = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + 0_n = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -4 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\mathrm{tr}(AB)$ y $\mathrm{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -1 \\ 5 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -5 & -4 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & -3 & -2 \\ -1 & 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -1 & 2 \\ -3 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -4 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & -4 & -4 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 & -4 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -6 & -5 & 2 & -4 \\ 1 & 5 & -7 & 2 & 0 \\ 1 & 6 & -2 & -3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 5 \\ 7 & 4 & 6 \\ 7 & -4 & 3 \\ 1 & -1 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 6x + 8$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 6A + 8I$, 2) $(A - 2I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 6I) + 8I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -8 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 3 & 5 & -4 \\ -2 & -1 & 2 & 0 \\ 7 & 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 4 & -4 \\ -7 & 4 & 1 & -5 \\ -2 & 2 & -6 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & 12 \\ 13 & 2 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 4 & -5 \\ -1 & 3 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & -1 & -1 \\ 5 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ -5 & 3 & -3 & -2 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -4 & -6 \\ -3 & 5 & 7 \\ -5 & 0 & 3 \\ -7 & -6 & -5 \\ -2 & 7 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La entrada ubicada en la intersección del cuarto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La suma de los cosenos de los números enteros de 7 a 159. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
5. La suma de las terceras entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,4} = ?, \qquad (AB)_{2,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $B \in \mathcal{M}_{n,m,()}\mathbb{R})$. Demuestre que

$$\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 64.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + B = B + A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & -4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \\ 4 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -2 \\ -4 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -2 \\ -5 & 3 & -3 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 5 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -3 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & -4 & 1 \\ -2 & 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -2 \\ -3 & 3 & -1 \\ 0 & -3 & -4 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 0 & -4 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 4 & -1 & -1 \\ 6 & 7 & -4 & 7 \\ 2 & 6 & -6 & 5 \\ -7 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 5 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 3x - 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 3A - 4I$, 2) $(A + 4I)(A - I)$, 3) $A(A + 3I) - 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 \\ -2 & -4 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -6 & -1 & 5 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{2,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 5 & 7 & 5 \\ 1 & -3 & -7 & 2 & 4 \\ -6 & 2 & 1 & -4 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 4 \\ 7 & -6 & 3 \\ 2 & -3 & -3 \\ -7 & -5 & -1 \\ 7 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 7 \\ -3 & -14 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -9 \\ 3 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & -3 & 3 \\ -5 & -4 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el cuarto renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la tercera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 & -1 \\ 3 & 6 & -4 & -7 \\ -2 & 0 & -3 & 5 \\ 4 & 1 & -7 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -5 \\ -2 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La entrada ubicada en la intersección del tercer renglón y de la segunda columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
2. La suma de los recíprocos de los números enteros de 8 a 125. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
3. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
5. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,3} = ?, \qquad (AB)_{4,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$AI_2 = A \qquad \text{y} \qquad I_3 A = A.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$AI_n = A \qquad \text{y} \qquad I_m A = A.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 65.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + (-a) = 0_3 \,.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + (-a) = 0_n \,.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)^\top = \lambda A^\top.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 & -3 \\ 3 & 3 & -4 & -2 \\ -3 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -3 \\ -2 & 3 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & 2 \\ 5 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & -4 & 3 \\ 3 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -3 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -4 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 3 & -5 \\ -6 & -1 & -3 & -2 \\ 5 & -6 & 7 & -7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 0 & -5 & -5 \\ 4 & -3 & -4 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 + 3x - 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 + 3A - 4I$, 2) $(A - I)(A + 4I)$, 3) $A(A + 3I) - 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \\ -4 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,4}$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 5 & -3 \\ 4 & 1 & -4 & -6 \\ 6 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & -4 & -2 \\ 0 & -1 & -2 & 5 \\ 1 & -4 & 2 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & -2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -11 \\ -9 & 1 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -3 \\ -1 & -5 & -2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -4 & 4 & -5 \\ -7 & 5 & -3 & -4 & 1 \\ -1 & 3 & -6 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 1 & -6 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -2 \\ -7 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

2. La cuarta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

3. El segundo renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

4. La entrada ubicada en la intersección del quinto renglón y de la tercera columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

5. La tercera columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{1,3} = ?, \qquad (AB)_{4,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sean $A, B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sea $C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B)C = AC + BC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 66.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A + (-A) = 0_{m,n}\,.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -4 \\ -2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -5 \\ -3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \\ 2 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & -4 & -3 \\ 3 & -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 0 \\ -4 & 2 & -4 & -2 \\ 2 & -2 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 4 & -1 \\ -1 & 4 & 4 & 3 \\ 1 & -4 & -3 & -3 \\ -4 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \\ -5 & 6 & 4 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 1 & -7 \\ 2 & 4 & 6 & -2 \\ 7 & -2 & -1 & -3 \\ -4 & 6 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 5x + 4$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 5A + 4I$, 2) $(A - I)(A - 4I)$, 3) $A(A - 5I) + 4I$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \\ -4 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & -3 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -7 & 4 & -3 & 3 \\ -6 & 0 & -7 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 6 & 5 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -4 \\ -7 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 7 & -3 \\ -4 & 5 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & -7 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & -5 & -3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el tercer renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la segunda columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 6 & -7 \\ 6 & 7 & 1 & 1 \\ -2 & -4 & 2 & -3 \\ -6 & -5 & -1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 5 \\ -4 & -1 & -4 \\ 2 & -2 & 1 \\ -3 & -5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La suma de los cuadrados de los números enteros de 9 a 148. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.
2. La entrada ubicada en la intersección del segundo renglón y de la cuarta columna de la suma de las matrices A y B. Se supone que $A, B \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
3. La primera entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
4. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
5. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,4} \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,3} \in \mathcal{M}_{4,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{4,3} = ?, \qquad (AB)_{1,2} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$A(\lambda B) = \lambda(AB).$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 67.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$a + b = b + a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A.$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 2 \\ -3 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 4 \\ 2 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -1 & -4 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 3 & -3 & 3 \\ 1 & -3 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -4 & -1 \\ -2 & -1 & 3 & -3 \\ -4 & 0 & -2 & 1 \\ 3 & -4 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -3 \\ -4 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & -2 & 2 \\ 1 & -4 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 3 & 1 & 6 \\ -7 & 0 & -2 & -6 & 7 \\ 4 & 5 & -5 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 4 \\ 6 & 3 & -3 \\ -2 & 3 & -2 \\ 1 & -6 & 4 \\ -1 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 3$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - 2A - 3I$, 2) $(A - 3I)(A + I)$, 3) $A(A - 2I) - 3I$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 6 & -7 & -6 \\ -4 & 6 & 5 \\ 3 & -4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,2}$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ -6 & -2 & 2 & 7 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 7 & -1 & 4 \\ -4 & -2 & 1 & 6 \\ -1 & 5 & -6 & -2 \\ -6 & 3 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 5 \\ -5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -7 \\ -12 & -5 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ -9 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} -6 \\ 10 \\ -8 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 & -2 \\ 3 & 3 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & -6 & 1 & -4 \\ 2 & -3 & -2 & -2 & -6 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -7 & 2 \\ -4 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \\ 3 & 0 & -3 \\ -6 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $2, 4, 6, 8, 10$.
2. La segunda entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. El cuarto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de los cuadrados de los números enteros de 7 a 188. Escribir con $\sum$, sin puntos suspensivos.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{3,5} \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,4} \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{2,1} = ?, \qquad (AB)_{1,3} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ y sean $B, C \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra II, licenciatura. Tarea 1. Variante 68.

Operaciones con matrices.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 20 % de la calificación parcial. En las soluciones de los ejercicios teóricos escriba y justifique bien todos los pasos. En las soluciones de los ejercicios numéricos escriba todos los cálculos intermedios. Cada ejercicio numérico se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^3$. Escribiendo vectores de $\mathbb{R}^3$ en forma extensa (como columnas de tres componentes) demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea $a \in \mathbb{R}^n$. Demuestre que

$$1a = a.$$

Ejercicio 3. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 4. *1 %.*
Sean $A, B, C \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$. Demuestre que

$$(A + B) + C = A + (B + C).$$

Ejercicio 5. *1 %.*
Calcule los productos AB y BC. Luego calcule el producto ABC de dos maneras diferentes: como $(AB)C$ y como $A(BC)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & -3 \\ -3 & -4 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -3 \\ -5 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 5 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA y sus trazas $\operatorname{tr}(AB)$ y $\operatorname{tr}(BA)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & -4 \\ -2 & 1 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz $AB + AC$ de dos maneras diferentes: como $(AB) + (AC)$ y como $A(B + C)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & -1 \\ -3 & -1 & -2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -4 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 3 & -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 4 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Calcule las matrices AB, $(AB)^\top$, $A^\top$, $B^\top$ y $B^\top A^\top$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & -1 \\ -5 & 7 & 6 & 3 \\ 1 & 5 & -5 & 0 \\ -1 & 4 & -6 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -4 \\ -1 & 3 & -5 \\ 4 & 4 & -2 \\ -6 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *1.5 %.*
Dada la matriz A y el polinomio $P(x) = x^2 - x - 12$, calcule la matriz $P(A)$ de tres maneras diferentes: 1) $A^2 - A - 12I$, 2) $(A + 3I)(A - 4I)$, 3) $A(A - I) - 12I$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 \\ -4 & -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 11. *0.5 %.*
Calcule los productos AB y BA. Determine si la matriz B es inversa a la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Calcule los productos AB, $A_{1,*}B$ y $AB_{*,3}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 & 6 & -2 \\ 2 & -6 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -4 & 4 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & -7 & -5 \\ -1 & -5 & 1 \\ -1 & -3 & 7 \\ 5 & 6 & -3 \\ 6 & 1 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 13. *1 %.*
Sea A una matriz 2×3 tal que

$$A \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 9 & -11 \end{bmatrix}.$$

Calcule los siguientes productos (en este ejercicio no se pide y no se puede hallar la matriz A):

$$A \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad A \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 14. *0.5 %.*
Calcule el producto Ab. Luego recuerde la fórmula que representa Ab como una combinación lineal de las columnas de la matriz A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 15. *1 %.*
Calcule el producto AB. Recuerde la fórmula que representa el segundo renglón de AB como una combinación lineal de los renglones de B y haga la comprobación. Recuerde la fórmula que representa la primera columna de AB como una combinación lineal de las columnas de A y haga la comprobación.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -5 & -3 \\ 5 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & -6 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 7 \\ -3 & -7 & 4 \\ -1 & -7 & 5 \\ 6 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 16. *1 %.*
Represente el vector b como una combinación lineal $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2$ de los vectores a_1 y a_2 y haga la comprobación. Se propone encontrar (adivinar) los coeficientes $\lambda_1, \lambda_2 \in \{-3, -2, \ldots, 3\}$.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 17. *0.5 %.*
Escriba cada uno de los siguientes objetos de manera breve. Es obligatorio usar la notación que estudiamos en clase, o bien la notación de MATLAB. Escriba precisamente lo que se pide, sin aplicar definiciones u operaciones algunas.

1. La lista de números reales $1, 1/4, 1/9, 1/16$.
2. La cuarta entrada de la suma de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.
3. La quinta columna de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
4. El quinto renglón de la matriz A. Se supone que $A \in \mathcal{M}_{100,200}(\mathbb{R})$.
5. La suma de las quintas entradas de a y b. Se supone que $a, b \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 18. *0.5 %.*
Sea $A = \left[A_{i,j}\right]_{i,j=1}^{4,5} \in \mathcal{M}_{4,5}(\mathbb{R})$ y sea $B = \left[B_{i,j}\right]_{i,j=1}^{5,3} \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$. Exprese las entradas del producto AB indicadas abajo a través de entradas de A y B. Primero escriba las sumas de manera explícita (todos los sumandos), luego en forma breve usando la notación $\sum$.

$$(AB)_{3,2} = ?, \qquad (AB)_{2,1} = ?.$$

Ejercicio 19. *2 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Escribiendo matrices en forma extensa demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$

Ejercicio 20. *3 %.*
Sea $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, sea $B \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ y sea $\lambda \in \mathbb{R}$. Demuestre que

$$(\lambda A)B = \lambda(AB).$$