Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante α.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 52:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 52\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -34.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 38.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 17 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 17 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -56 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 26 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $182 \mid a$. Demuestre que $14 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $12 \mid m$. Demuestre que $36 \mid 3m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $7 \mid s$ y $7 \mid t$. Demuestre que $7 \mid (9s - 2t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 35.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 49.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 35 y 49.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 35 y 49.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $|t| \leqslant 11$. Demuestre que $-11 \leqslant t \leqslant 11$.

II. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-8 \leqslant n \leqslant 8$. Demuestre que $|n| \leqslant 8$.

III. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-10 \mid s$ y $s \neq 0$. Demuestre que $|s| \geqslant 10$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 35, \qquad b = 49$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 381, \qquad b = 489$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 210$, $b = 287$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -650$, $b = -617$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que m, a son números enteros y

$$19 \mid m, \qquad 19 \mid a, \qquad 39m + 7a = 19.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(m, a) = 19$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$21u + 40v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $21 \mid 40c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $21 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 308$ y $b = 168$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 396$ y $b = 240$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 2^{3n} - 3^n.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante β.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 46:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 46\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -75.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 56.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 51 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 51 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -20 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 44 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $30 \mid a$. Demuestre que $10 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $4 \mid m$. Demuestre que $64 \mid 16m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $13 \mid s$ y $13 \mid t$. Demuestre que $13 \mid (10s + 9t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 36.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 21.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 36 y 21.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 36 y 21.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $|c| \leqslant 7$. Demuestre que $-7 \leqslant c \leqslant 7$.

II. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $-13 \leqslant b \leqslant 13$. Demuestre que $|b| \leqslant 13$.

III. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-18 \mid q$ y $q \neq 0$. Demuestre que $|q| \geqslant 18$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 36, \qquad b = 21$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 295, \qquad b = 165$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 312$, $b = -481$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 289$, $b = 414$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que q, s son números enteros y

$$10 \mid q, \qquad 10 \mid s, \qquad -7q + 29s = 10.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(q, s) = 10$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$41u + 22v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $41 \mid 22c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $41 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 132$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 364$ y $b = 280$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = n^3 + 3n^2 + 2n.$$

Demuestre que $6 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $6\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $6 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $6 \mid x_n$, entonces $6 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $6 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 1 AVLA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 58:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 58\} = \ ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -86.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 68.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 52 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 52 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = \ ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -59 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 19 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $33 \mid a$. Demuestre que $11 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $16 \mid m$. Demuestre que $64 \mid 4m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $6 \mid s$ y $6 \mid t$. Demuestre que $6 \mid (-10s - 2t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 45.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 48.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 45 y 48.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 45 y 48.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $|a| \leqslant 13$. Demuestre que $-13 \leqslant a \leqslant 13$.

II. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-10 \leqslant q \leqslant 10$. Demuestre que $|q| \leqslant 10$.

III. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $-11 \mid c$ y $c \neq 0$. Demuestre que $|c| \geqslant 11$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 45, \qquad b = 48$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 444, \qquad b = 196$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 515$, $b = -570$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -645$, $b = 634$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que m, n son números enteros y

$$18 \mid m, \qquad 18 \mid n, \qquad 7m + 23n = 18.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(m, n) = 18$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$31u + 33v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $31 \mid 33c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $31 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 336$ y $b = 132$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 380$ y $b = 120$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 11^n - 6.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 2 BLJM.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 85:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 85\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -74.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 66.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 24 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 24 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -53 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 57 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $24 \mid a$. Demuestre que $8 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $11 \mid m$. Demuestre que $165 \mid 15m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $7 \mid s$ y $7 \mid t$. Demuestre que $7 \mid (7s - 9t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 45.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 10.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 45 y 10.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 45 y 10.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $|b| \leqslant 8$. Demuestre que $-8 \leqslant b \leqslant 8$.

II. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $-12 \leqslant t \leqslant 12$. Demuestre que $|t| \leqslant 12$.

III. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-6 \mid q$ y $q \neq 0$. Demuestre que $|q| \geqslant 6$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 45, \qquad b = 10$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 220, \qquad b = 408$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 325$, $b = -115$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 331$, $b = 194$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que s, q son números enteros y

$$20 \mid s, \qquad 20 \mid q, \qquad 29s - 7q = 20.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(s, q) = 20$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$37u + 25v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $37 \mid 25c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $37 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 315$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 300$ y $b = 264$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 1 - 13^n.$$

Demuestre que $6 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $6\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $6 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $6 \mid x_n$, entonces $6 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $6 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 3 BMJR.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 35:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 35\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -46.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 85.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 20 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 20 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -55 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 47 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $96 \mid a$. Demuestre que $16 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $11 \mid m$. Demuestre que $77 \mid 7m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $19 \mid s$ y $19 \mid t$. Demuestre que $19 \mid (6s + 2t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 36.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 21.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 36 y 21.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 36 y 21.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $|q| \leqslant 9$. Demuestre que $-9 \leqslant q \leqslant 9$.

II. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-19 \leqslant s \leqslant 19$. Demuestre que $|s| \leqslant 19$.

III. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $-8 \mid m$ y $m \neq 0$. Demuestre que $|m| \geqslant 8$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 36, \qquad b = 21$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 213, \qquad b = 390$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -209$, $b = -539$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 699$, $b = 640$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que s, t son números enteros y

$$18 \mid s, \qquad 18 \mid t, \qquad 5s - 17t = 18.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(s, t) = 18$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$36u + 43v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $36 \mid 43c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $36 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 280$ y $b = 84$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 336$ y $b = 228$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 3^{2n} - 5.$$

Demuestre que $4 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $4\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $4 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $4 \mid x_n$, entonces $4 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $4 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 4 BSCO.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 27:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ \ a \mid 27\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -78.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 40.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 43 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 43 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -19 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 55 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $30 \mid a$. Demuestre que $10 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $4 \mid m$. Demuestre que $28 \mid 7m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $18 \mid s$ y $18 \mid t$. Demuestre que $18 \mid (6s - 5t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 24.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 45.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 24 y 45.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 24 y 45.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $|t| \leqslant 9$. Demuestre que $-9 \leqslant t \leqslant 9$.

II. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $-7 \leqslant b \leqslant 7$. Demuestre que $|b| \leqslant 7$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-18 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 18$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 24, \qquad b = 45$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 495, \qquad b = 111$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -516$, $b = 456$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -218$, $b = -171$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que c, m son números enteros y

$$19 \mid c, \qquad 19 \mid m, \qquad -39c - 8m = 19.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(c, m) = 19$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$34u + 37v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $34 \mid 37c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $34 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 312$ y $b = 300$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 264$ y $b = 228$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 29^n + 6.$$

Demuestre que $7 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $7\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $7 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $7 \mid x_n$, entonces $7 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $7 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 5 BVAS.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 32:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 32\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -58.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 62.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 60 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 60 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -28 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 22 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $153 \mid a$. Demuestre que $9 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $3 \mid m$. Demuestre que $42 \mid 14m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $15 \mid s$ y $15 \mid t$. Demuestre que $15 \mid (7s + 9t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 12.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 20.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 12 y 20.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 12 y 20.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $|a| \leqslant 17$. Demuestre que $-17 \leqslant a \leqslant 17$.

II. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $-19 \leqslant t \leqslant 19$. Demuestre que $|t| \leqslant 19$.

III. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-13 \mid q$ y $q \neq 0$. Demuestre que $|q| \geqslant 13$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 12, \qquad b = 20$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 480, \qquad b = 305$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -85$, $b = 650$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 334$, $b = -587$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que c, q son números enteros y

$$11 \mid c, \qquad 11 \mid q, \qquad -8c + 9q = 11.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(c, q) = 11$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$32u + 29v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $32 \mid 29c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $32 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 308$ y $b = 280$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 360$ y $b = 228$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 18^n + 7.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 6 CRJ.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 32:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 32\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -88.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 49.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 24 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 24 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -46 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 57 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $238 \mid a$. Demuestre que $14 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $9 \mid m$. Demuestre que $54 \mid 6m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $12 \mid s$ y $12 \mid t$. Demuestre que $12 \mid (2s + 6t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 40.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 10.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 40 y 10.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 40 y 10.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $|t| \leqslant 12$. Demuestre que $-12 \leqslant t \leqslant 12$.

II. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-15 \leqslant s \leqslant 15$. Demuestre que $|s| \leqslant 15$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-6 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 6$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 40, \qquad b = 10$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 484, \qquad b = 348$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 469$, $b = 329$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 428$, $b = 99$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que n, t son números enteros y

$$14 \mid n, \qquad 14 \mid t, \qquad 31n + 15t = 14.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(n, t) = 14$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$29u + 34v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $29 \mid 34c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $29 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 220$ y $b = 120$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 372$ y $b = 168$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 13^n - 7.$$

Demuestre que $3 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $3\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $3 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $3 \mid x_n$, entonces $3 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $3 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 7 CBYS.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 55:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 55\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -74.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 26.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 33 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 33 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -56 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 20 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $45 \mid a$. Demuestre que $5 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $10 \mid m$. Demuestre que $110 \mid 11m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $6 \mid s$ y $6 \mid t$. Demuestre que $6 \mid (-4s - 9t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 25.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 40.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 25 y 40.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 25 y 40.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $|s| \leqslant 20$. Demuestre que $-20 \leqslant s \leqslant 20$.

II. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-9 \leqslant q \leqslant 9$. Demuestre que $|q| \leqslant 9$.

III. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $-19 \mid c$ y $c \neq 0$. Demuestre que $|c| \geqslant 19$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 25, \qquad b = 40$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 164, \qquad b = 304$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 265$, $b = 160$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 518$, $b = -499$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que c, b son números enteros y

$$13 \mid c, \qquad 13 \mid b, \qquad -27c + 8b = 13.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(c, b) = 13$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$42u + 25v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $42 \mid 25c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $42 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 228$ y $b = 120$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 168$ y $b = 156$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 11^n - 6.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 8 DLCHJ.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 62:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 62\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -54.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 87.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 22 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 22 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -55 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 24 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $180 \mid a$. Demuestre que $18 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $11 \mid m$. Demuestre que $33 \mid 3m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $13 \mid s$ y $13 \mid t$. Demuestre que $13 \mid (5s + 9t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 20.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 30.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 20 y 30.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 20 y 30.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $|c| \leqslant 14$. Demuestre que $-14 \leqslant c \leqslant 14$.

II. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-8 \leqslant q \leqslant 8$. Demuestre que $|q| \leqslant 8$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-17 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 17$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 20, \qquad b = 30$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 168, \qquad b = 117$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 90$, $b = 385$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 541$, $b = 606$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que a, c son números enteros y

$$15 \mid a, \qquad 15 \mid c, \qquad -19a + 26c = 15.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(a, c) = 15$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$37u + 30v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $37 \mid 30c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $37 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 336$ y $b = 60$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 312$ y $b = 84$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 1 - 13^n.$$

Demuestre que $6 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $6\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $6 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $6 \mid x_n$, entonces $6 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $6 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 9 GOA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 52:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 52\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -82.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 32.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 17 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 17 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -34 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 56 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $40 \mid a$. Demuestre que $4 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $6 \mid m$. Demuestre que $96 \mid 16m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $17 \mid s$ y $17 \mid t$. Demuestre que $17 \mid (-7s + 3t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 48.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 21.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 48 y 21.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 48 y 21.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $|n| \leqslant 19$. Demuestre que $-19 \leqslant n \leqslant 19$.

II. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $-11 \leqslant b \leqslant 11$. Demuestre que $|b| \leqslant 11$.

III. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $-9 \mid m$ y $m \neq 0$. Demuestre que $|m| \geqslant 9$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 48, \qquad b = 21$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 192, \qquad b = 327$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 350$, $b = 609$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 239$, $b = 621$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que q, c son números enteros y

$$11 \mid q, \qquad 11 \mid c, \qquad 12q - 7c = 11.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(q, c) = 11$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$43u + 41v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $43 \mid 41c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $43 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 264$ y $b = 204$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 360$ y $b = 306$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 3^{2n} - 5.$$

Demuestre que $4 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $4\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $4 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $4 \mid x_n$, entonces $4 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $4 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 10 GMSC.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 65:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 65\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -85.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 30.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 31 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 31 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -18 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 60 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $57 \mid a$. Demuestre que $19 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $9 \mid m$. Demuestre que $90 \mid 10m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $17 \mid s$ y $17 \mid t$. Demuestre que $17 \mid (6s + 7t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 14.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 35.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 14 y 35.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 14 y 35.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $|s| \leqslant 6$. Demuestre que $-6 \leqslant s \leqslant 6$.

II. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-11 \leqslant q \leqslant 11$. Demuestre que $|q| \leqslant 11$.

III. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $-17 \mid c$ y $c \neq 0$. Demuestre que $|c| \geqslant 17$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 14, \qquad b = 35$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 390, \qquad b = 215$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 205$, $b = 130$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 411$, $b = -332$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que q, n son números enteros y

$$18 \mid q, \qquad 18 \mid n, \qquad -7q - 23n = 18.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(q, n) = 18$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$39u + 49v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $39 \mid 49c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $39 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 396$ y $b = 168$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 276$ y $b = 168$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 29^n + 6.$$

Demuestre que $7 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $7\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $7 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $7 \mid x_n$, entonces $7 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $7 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 11 GPCA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 68:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 68\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -52.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 46.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 17 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 17 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -55 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 42 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $117 \mid a$. Demuestre que $13 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $10 \mid m$. Demuestre que $60 \mid 6m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $11 \mid s$ y $11 \mid t$. Demuestre que $11 \mid (10s - 3t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 27.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 42.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 27 y 42.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 27 y 42.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $|s| \leqslant 8$. Demuestre que $-8 \leqslant s \leqslant 8$.

II. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-9 \leqslant a \leqslant 9$. Demuestre que $|a| \leqslant 9$.

III. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-11 \mid q$ y $q \neq 0$. Demuestre que $|q| \geqslant 11$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 27, \qquad b = 42$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 474, \qquad b = 420$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 567$, $b = 490$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 560$, $b = 193$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que b, n son números enteros y

$$13 \mid b, \qquad 13 \mid n, \qquad -34b + 27n = 13.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(b, n) = 13$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$47u + 42v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $47 \mid 42c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $47 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 240$ y $b = 228$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 348$ y $b = 312$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 18^n + 7.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 12 HAA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 40:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 40\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -35.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 58.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 25 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 25 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -29 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 55 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $153 \mid a$. Demuestre que $17 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $14 \mid m$. Demuestre que $70 \mid 5m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $15 \mid s$ y $15 \mid t$. Demuestre que $15 \mid (5s - 2t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 12.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 28.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 12 y 28.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 12 y 28.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $|t| \leqslant 18$. Demuestre que $-18 \leqslant t \leqslant 18$.

II. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $-10 \leqslant b \leqslant 10$. Demuestre que $|b| \leqslant 10$.

III. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $-13 \mid c$ y $c \neq 0$. Demuestre que $|c| \geqslant 13$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 12, \qquad b = 28$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 126, \qquad b = 489$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -448$, $b = 273$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 418$, $b = 177$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, ...

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que n, s son números enteros y

$$18 \mid n, \qquad 18 \mid s, \qquad -31n - 7s = 18.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(n, s) = 18$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$28u + 25v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $28 \mid 25c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $28 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 240$ y $b = 140$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 372$ y $b = 264$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 13^n - 7.$$

Demuestre que $3 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $3\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $3 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $3 \mid x_n$, entonces $3 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $3 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 13 IADF.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 68:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 68\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -76.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 82.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 19 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 19 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -16 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 53 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $152 \mid a$. Demuestre que $19 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $15 \mid m$. Demuestre que $60 \mid 4m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $6 \mid s$ y $6 \mid t$. Demuestre que $6 \mid (-5s + 6t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 33.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 45.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 33 y 45.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 33 y 45.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $|q| \leqslant 8$. Demuestre que $-8 \leqslant q \leqslant 8$.

II. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-9 \leqslant a \leqslant 9$. Demuestre que $|a| \leqslant 9$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-17 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 17$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 33, \qquad b = 45$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 444, \qquad b = 316$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 392$, $b = -568$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -591$, $b = 521$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que t, s son números enteros y

$$13 \mid t, \qquad 13 \mid s, \qquad 14t - 33s = 13.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(t, s) = 13$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$49u + 41v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $49 \mid 41c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $49 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 168$ y $b = 132$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 336$ y $b = 276$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 11^n - 6.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 14 IVD.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 76:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 76\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -56.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 34.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 49 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 49 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -23 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 51 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $171 \mid a$. Demuestre que $19 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $14 \mid m$. Demuestre que $154 \mid 11m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $18 \mid s$ y $18 \mid t$. Demuestre que $18 \mid (-3s - 5t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 36.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 40.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 36 y 40.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 36 y 40.

Ejercicio 5. *1.5 %.*

I. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $|n| \leqslant 15$. Demuestre que $-15 \leqslant n \leqslant 15$.

II. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-12 \leqslant a \leqslant 12$. Demuestre que $|a| \leqslant 12$.

III. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $-6 \mid t$ y $t \neq 0$. Demuestre que $|t| \geqslant 6$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*

Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 36, \qquad b = 40$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*

Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 102, \qquad b = 243$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*

Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -184$, $b = -624$.

Ejercicio 9. *1 %.*

Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -605$, $b = -96$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*

Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que t, c son números enteros y

$$7 \mid t, \qquad 7 \mid c, \qquad 23t - 11c = 7.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(t, c) = 7$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$23u + 48v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $23 \mid 48c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $23 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 252$ y $b = 120$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 340$ y $b = 240$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 1 - 13^n.$$

Demuestre que $6 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $6\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $6 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $6 \mid x_n$, entonces $6 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $6 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 15 LLJ.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 26:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \ a \mid 26\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -76.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 56.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 58 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \quad 58 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -30 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 17 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $90 \mid a$. Demuestre que $15 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $9 \mid m$. Demuestre que $171 \mid 19m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $11 \mid s$ y $11 \mid t$. Demuestre que $11 \mid (-5s - 10t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 18.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 12.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 18 y 12.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 18 y 12.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $|n| \leqslant 18$. Demuestre que $-18 \leqslant n \leqslant 18$.

II. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-16 \leqslant s \leqslant 16$. Demuestre que $|s| \leqslant 16$.

III. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $-6 \mid m$ y $m \neq 0$. Demuestre que $|m| \geqslant 6$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 18, \qquad b = 12$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 234, \qquad b = 438$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -516$, $b = -678$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 173$, $b = -205$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que a, c son números enteros y

$$12 \mid a, \qquad 12 \mid c, \qquad 35a + 11c = 12.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(a, c) = 12$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$43u + 41v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $43 \mid 41c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $43 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 280$ y $b = 180$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 260$ y $b = 120$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 3^{2n} - 5.$$

Demuestre que $4 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $4\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $4 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $4 \mid x_n$, entonces $4 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $4 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 16 LPLA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 28:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 28\} = \ ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -74.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 63.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 52 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 52 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = \ ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -40 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 20 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $180 \mid a$. Demuestre que $12 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $11 \mid m$. Demuestre que $154 \mid 14m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $13 \mid s$ y $13 \mid t$. Demuestre que $13 \mid (6s + 10t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 42.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 24.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 42 y 24.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 42 y 24.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $|c| \leqslant 17$. Demuestre que $-17 \leqslant c \leqslant 17$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $-14 \leqslant m \leqslant 14$. Demuestre que $|m| \leqslant 14$.

III. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-12 \mid q$ y $q \neq 0$. Demuestre que $|q| \geqslant 12$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 42, \qquad b = 24$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 129, \qquad b = 327$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 265$, $b = 565$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -197$, $b = -152$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que c, n son números enteros y

$$13 \mid c, \qquad 13 \mid n, \qquad -29c + 7n = 13.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(c, n) = 13$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$29u + 32v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $29 \mid 32c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $29 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 260$ y $b = 240$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 315$ y $b = 270$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 29^n + 6.$$

Demuestre que $7 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $7\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $7 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $7 \mid x_n$, entonces $7 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $7 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 17 MCAP.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 52:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 52\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -55.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 46.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 52 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 52 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -19 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 48 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $32 \mid a$. Demuestre que $8 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $15 \mid m$. Demuestre que $210 \mid 14m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $19 \mid s$ y $19 \mid t$. Demuestre que $19 \mid (-9s + 4t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 33.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 18.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 33 y 18.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 33 y 18.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $|c| \leqslant 17$. Demuestre que $-17 \leqslant c \leqslant 17$.

II. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-12 \leqslant n \leqslant 12$. Demuestre que $|n| \leqslant 12$.

III. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-18 \mid s$ y $s \neq 0$. Demuestre que $|s| \geqslant 18$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 33, \qquad b = 18$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 471, \qquad b = 339$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -645$, $b = -85$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 140$, $b = 153$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que a, n son números enteros y

$$10 \mid a, \qquad 10 \mid n, \qquad 19a + 23n = 10.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(a, n) = 10$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$21u + 26v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $21 \mid 26c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $21 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 378$ y $b = 315$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 312$ y $b = 260$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 18^n + 7.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 18 MRPG.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 58:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 58\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -86.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 62.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 60 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 60 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -55 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 25 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $88 \mid a$. Demuestre que $8 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $9 \mid m$. Demuestre que $171 \mid 19m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $12 \mid s$ y $12 \mid t$. Demuestre que $12 \mid (10s + 6t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 42.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 45.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 42 y 45.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 42 y 45.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $|a| \leqslant 5$. Demuestre que $-5 \leqslant a \leqslant 5$.

II. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-12 \leqslant n \leqslant 12$. Demuestre que $|n| \leqslant 12$.

III. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-7 \mid q$ y $q \neq 0$. Demuestre que $|q| \geqslant 7$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 42, \qquad b = 45$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 228, \qquad b = 327$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -372$, $b = 570$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 119$, $b = 260$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que s, t son números enteros y

$$13 \mid s, \qquad 13 \mid t, \qquad -19s - 40t = 13.$$

Demuestre que $\text{mcd}(s, t) = 13$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$32u + 21v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $32 \mid 21c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $32 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 126$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 378$ y $b = 198$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 13^n - 7.$$

Demuestre que $3 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $3\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $3 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $3 \mid x_n$, entonces $3 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $3 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 19 MGND.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 44:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 44\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -75.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 26.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 55 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 55 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -49 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 22 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $112 \mid a$. Demuestre que $14 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $12 \mid m$. Demuestre que $204 \mid 17m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $9 \mid s$ y $9 \mid t$. Demuestre que $9 \mid (3s - 2t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 44.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 24.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 44 y 24.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 44 y 24.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $|t| \leqslant 14$. Demuestre que $-14 \leqslant t \leqslant 14$.

II. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $-19 \leqslant c \leqslant 19$. Demuestre que $|c| \leqslant 19$.

III. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $-7 \mid b$ y $b \neq 0$. Demuestre que $|b| \geqslant 7$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 44, \qquad b = 24$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 188, \qquad b = 268$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -425$, $b = -155$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 686$, $b = 509$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que n, m son números enteros y

$$13 \mid n, \qquad 13 \mid m, \qquad 25n + 8m = 13.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(n, m) = 13$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$47u + 50v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $47 \mid 50c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $47 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 342$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 264$ y $b = 84$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 11^n - 6.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 20 MMGS.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 46:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 46\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -81.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 25.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 25 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon \quad 25 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -51 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 24 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $98 \mid a$. Demuestre que $14 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $16 \mid m$. Demuestre que $240 \mid 15m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $5 \mid s$ y $5 \mid t$. Demuestre que $5 \mid (3s + 8t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 15.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 35.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 15 y 35.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 15 y 35.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $|a| \leqslant 14$. Demuestre que $-14 \leqslant a \leqslant 14$.

II. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-19 \leqslant s \leqslant 19$. Demuestre que $|s| \leqslant 19$.

III. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $-5 \mid m$ y $m \neq 0$. Demuestre que $|m| \geqslant 5$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 15, \qquad b = 35$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 104, \qquad b = 352$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -472$, $b = -208$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 157$, $b = 504$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que b, n son números enteros y

$$10 \mid b, \qquad 10 \mid n, \qquad 17b + 33n = 10.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(b, n) = 10$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$31u + 23v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $31 \mid 23c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $31 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 280$ y $b = 240$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 156$ y $b = 120$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 1 - 13^n.$$

Demuestre que $6 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $6\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $6 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $6 \mid x_n$, entonces $6 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $6 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 21 MOJF.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 81:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 81\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -39.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 86.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 18 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 18 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -54 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 47 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $270 \mid a$. Demuestre que $18 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $19 \mid m$. Demuestre que $323 \mid 17m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $6 \mid s$ y $6 \mid t$. Demuestre que $6 \mid (-9s + 2t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 30.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 33.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 30 y 33.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 30 y 33.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $|t| \leqslant 8$. Demuestre que $-8 \leqslant t \leqslant 8$.

II. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-20 \leqslant a \leqslant 20$. Demuestre que $|a| \leqslant 20$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-18 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 18$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 30, \qquad b = 33$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 453, \qquad b = 327$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -438$, $b = 516$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -205$, $b = 382$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que q, m son números enteros y

$$19 \mid q, \qquad 19 \mid m, \qquad -36q - 7m = 19.$$

Demuestre que mcd$(q, m) = 19$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$43u + 46v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $43 \mid 46c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $43 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 364$ y $b = 168$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 312$ y $b = 132$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 3^{2n} - 5.$$

Demuestre que $4 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $4\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $4 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $4 \mid x_n$, entonces $4 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $4 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 22 MSMA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 34:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 34\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -76.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 55.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 23 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 23 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -19 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 59 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $228 \mid a$. Demuestre que $12 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $11 \mid m$. Demuestre que $55 \mid 5m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $13 \mid s$ y $13 \mid t$. Demuestre que $13 \mid (-4s + 10t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 49.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 21.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 49 y 21.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 49 y 21.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $|t| \leqslant 20$. Demuestre que $-20 \leqslant t \leqslant 20$.

II. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-17 \leqslant n \leqslant 17$. Demuestre que $|n| \leqslant 17$.

III. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $-15 \mid m$ y $m \neq 0$. Demuestre que $|m| \geqslant 15$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números
$$a = 49, \qquad b = 21$$
y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números
$$a = 174, \qquad b = 267$$
y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -445$, $b = -135$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 113$, $b = 194$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que q, t son números enteros y

$$19 \mid q, \qquad 19 \mid t, \qquad -21q + 10t = 19.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(q,t) = 19$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$43u + 50v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $43 \mid 50c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $43 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 378$ y $b = 180$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 372$ y $b = 336$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 29^n + 6.$$

Demuestre que $7 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $7\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $7 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $7 \mid x_n$, entonces $7 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $7 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 23 MZLA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 56:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 56\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -82.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 63.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 52 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 52 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -27 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 25 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $72 \mid a$. Demuestre que $4 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $17 \mid m$. Demuestre que $170 \mid 10m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $3 \mid s$ y $3 \mid t$. Demuestre que $3 \mid (-7s - 2t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 12.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 39.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 12 y 39.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 12 y 39.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $|b| \leqslant 15$. Demuestre que $-15 \leqslant b \leqslant 15$.

II. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-16 \leqslant n \leqslant 16$. Demuestre que $|n| \leqslant 16$.

III. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-17 \mid a$ y $a \neq 0$. Demuestre que $|a| \geqslant 17$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 12, \qquad b = 39$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 124, \qquad b = 428$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 625$, $b = -230$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -623$, $b = 533$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que b, t son números enteros y

$$7 \mid b, \qquad 7 \mid t, \qquad 9b + 22t = 7.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(b, t) = 7$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$25u + 46v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $25 \mid 46c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $25 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 372$ y $b = 360$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 378$ y $b = 234$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 18^n + 7.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 24 MGMA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 42:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 42\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -50.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 52.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 52 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 52 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -23 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 56 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $204 \mid a$. Demuestre que $12 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $9 \mid m$. Demuestre que $90 \mid 10m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $19 \mid s$ y $19 \mid t$. Demuestre que $19 \mid (-10s + 10t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 30.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 33.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 30 y 33.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 30 y 33.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $|b| \leqslant 18$. Demuestre que $-18 \leqslant b \leqslant 18$.

II. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-14 \leqslant s \leqslant 14$. Demuestre que $|s| \leqslant 14$.

III. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-10 \mid q$ y $q \neq 0$. Demuestre que $|q| \geqslant 10$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 30, \qquad b = 33$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 78, \qquad b = 285$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -217$, $b = 91$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 414$, $b = -85$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que n, m son números enteros y

$$5 \mid n, \qquad 5 \mid m, \qquad -13n - 38m = 5.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(n, m) = 5$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$31u + 23v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $31 \mid 23c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $31 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 270$ y $b = 252$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 300$ y $b = 280$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 13^n - 7.$$

Demuestre que $3 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $3\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $3 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $3 \mid x_n$, entonces $3 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $3 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 25 PRFDJ.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 68:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 68\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -63.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 74.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 34 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 34 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -56 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 22 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $64 \mid a$. Demuestre que $4 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $3 \mid m$. Demuestre que $15 \mid 5m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $17 \mid s$ y $17 \mid t$. Demuestre que $17 \mid (-10s + 6t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 40.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 32.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 40 y 32.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 40 y 32.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $|q| \leqslant 17$. Demuestre que $-17 \leqslant q \leqslant 17$.

II. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-13 \leqslant s \leqslant 13$. Demuestre que $|s| \leqslant 13$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-8 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 8$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 40, \qquad b = 32$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 381, \qquad b = 465$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -455$, $b = -588$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 266$, $b = -183$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que s, a son números enteros y

$$20 \mid s, \qquad 20 \mid a, \qquad 7s + 17a = 20.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(s, a) = 20$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$31u + 36v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $31 \mid 36c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $31 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 348$ y $b = 336$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 280$ y $b = 252$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 11^n - 6.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 26 PTJS.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 54:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \ a \mid 54\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -56.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 75.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 39 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \quad 39 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -58 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 15 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $39 \mid a$. Demuestre que $3 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $7 \mid m$. Demuestre que $56 \mid 8m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $9 \mid s$ y $9 \mid t$. Demuestre que $9 \mid (2s - 8t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 21.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 28.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 21 y 28.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 21 y 28.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $|b| \leqslant 13$. Demuestre que $-13 \leqslant b \leqslant 13$.

II. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-8 \leqslant q \leqslant 8$. Demuestre que $|q| \leqslant 8$.

III. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $-9 \mid t$ y $t \neq 0$. Demuestre que $|t| \geqslant 9$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 21, \qquad b = 28$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 92, \qquad b = 264$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -168$, $b = 102$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 191$, $b = -300$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que s, t son números enteros y

$$14 \mid s, \qquad 14 \mid t, \qquad -17s + 39t = 14.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(s, t) = 14$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$30u + 37v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $30 \mid 37c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $30 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 220$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 312$ y $b = 180$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 1 - 13^n.$$

Demuestre que $6 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $6\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $6 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $6 \mid x_n$, entonces $6 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $6 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 27 PDFA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 39:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 39\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -38.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 62.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 20 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 20 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -56 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 43 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $40 \mid a$. Demuestre que $10 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $12 \mid m$. Demuestre que $60 \mid 5m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $13 \mid s$ y $13 \mid t$. Demuestre que $13 \mid (5s - 9t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 27.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 18.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 27 y 18.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 27 y 18.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $|m| \leqslant 10$. Demuestre que $-10 \leqslant m \leqslant 10$.

II. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-13 \leqslant s \leqslant 13$. Demuestre que $|s| \leqslant 13$.

III. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $-5 \mid t$ y $t \neq 0$. Demuestre que $|t| \geqslant 5$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 27, \qquad b = 18$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au+bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 276, \qquad b = 450$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au+bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 455$, $b = -635$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -347$, $b = -237$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que s, t son números enteros y

$$7 \mid s, \qquad 7 \mid t, \qquad 11s - 20t = 7.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(s, t) = 7$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$50u + 47v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $50 \mid 47c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $50 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 380$ y $b = 280$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 380$ y $b = 240$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 3^{2n} - 5.$$

Demuestre que $4 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $4\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $4 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $4 \mid x_n$, entonces $4 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $4 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 28 PMD.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 82:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \ a \mid 82\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -35.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 76.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 41 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \quad 41 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -56 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 24 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $88 \mid a$. Demuestre que $11 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $17 \mid m$. Demuestre que $323 \mid 19m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $5 \mid s$ y $5 \mid t$. Demuestre que $5 \mid (-4s + 9t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 36.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 21.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 36 y 21.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 36 y 21.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $|c| \leqslant 13$. Demuestre que $-13 \leqslant c \leqslant 13$.

II. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-19 \leqslant a \leqslant 19$. Demuestre que $|a| \leqslant 19$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-14 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 14$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 36, \qquad b = 21$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 496, \qquad b = 140$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -445$, $b = 505$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -199$, $b = 516$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que n, q son números enteros y

$$20 \mid n, \qquad 20 \mid q, \qquad -29n - 33q = 20.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(n, q) = 20$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$46u + 25v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $46 \mid 25c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $46 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 240$ y $b = 204$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 396$ y $b = 378$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 29^n + 6.$$

Demuestre que $7 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $7\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $7 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $7 \mid x_n$, entonces $7 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $7 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 29 PMZB.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 26:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 26\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -82.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 85.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 56 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 56 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -29 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 19 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $285 \mid a$. Demuestre que $19 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $12 \mid m$. Demuestre que $156 \mid 13m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $18 \mid s$ y $18 \mid t$. Demuestre que $18 \mid (-8s + 6t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 12.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 28.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 12 y 28.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 12 y 28.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $|b| \leqslant 12$. Demuestre que $-12 \leqslant b \leqslant 12$.

II. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-6 \leqslant a \leqslant 6$. Demuestre que $|a| \leqslant 6$.

III. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $-10 \mid c$ y $c \neq 0$. Demuestre que $|c| \geqslant 10$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 12, \qquad b = 28$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 159, \qquad b = 135$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -160$, $b = -305$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 115$, $b = 223$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, ...

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que a, t son números enteros y

$$14 \mid a, \qquad 14 \mid t, \qquad -29a - 27t = 14.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(a, t) = 14$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$31u + 35v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $31 \mid 35c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $31 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 348$ y $b = 168$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 378$ y $b = 306$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 18^n + 7.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 30 PCBO.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 45:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 45\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -82.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 57.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 24 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 24 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -52 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 19 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $21 \mid a$. Demuestre que $7 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $6 \mid m$. Demuestre que $48 \mid 8m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $18 \mid s$ y $18 \mid t$. Demuestre que $18 \mid (-2s - 6t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 35.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 49.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 35 y 49.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 35 y 49.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $|c| \leqslant 8$. Demuestre que $-8 \leqslant c \leqslant 8$.

II. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-16 \leqslant n \leqslant 16$. Demuestre que $|n| \leqslant 16$.

III. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-19 \mid s$ y $s \neq 0$. Demuestre que $|s| \geqslant 19$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 35, \qquad b = 49$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 285, \qquad b = 417$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 685$, $b = 160$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 73$, $b = -652$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que c, m son números enteros y

$$17 \mid c, \qquad 17 \mid m, \qquad -23c - 11m = 17.$$

Demuestre que mcd$(c, m) = 17$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$25u + 37v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $25 \mid 37c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $25 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 276$ y $b = 120$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 336$ y $b = 308$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 13^n - 7.$$

Demuestre que $3 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $3\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $3 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $3 \mid x_n$, entonces $3 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $3 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 31 RESE.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 75:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 75\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -28.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 78.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 42 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 42 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -23 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 54 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $224 \mid a$. Demuestre que $14 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $5 \mid m$. Demuestre que $95 \mid 19m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $3 \mid s$ y $3 \mid t$. Demuestre que $3 \mid (-9s + 10t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 16.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 44.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 16 y 44.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 16 y 44.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $|b| \leqslant 9$. Demuestre que $-9 \leqslant b \leqslant 9$.

II. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-13 \leqslant a \leqslant 13$. Demuestre que $|a| \leqslant 13$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-18 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 18$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 16, \qquad b = 44$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au+bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 260, \qquad b = 428$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au+bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -204$, $b = 258$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 307$, $b = -79$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que q, m son números enteros y

$$16 \mid q, \qquad 16 \mid m, \qquad -19q - 29m = 16.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(q, m) = 16$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$22u + 49v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $22 \mid 49c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $22 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 336$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 396$ y $b = 270$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 11^n - 6.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 32 RTR.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 46:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \ a \mid 46\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -66.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 77.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 23 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \quad 23 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -58 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 17 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $266 \mid a$. Demuestre que $14 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $12 \mid m$. Demuestre que $204 \mid 17m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $16 \mid s$ y $16 \mid t$. Demuestre que $16 \mid (5s - 2t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 24.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 42.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 24 y 42.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 24 y 42.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $|s| \leqslant 16$. Demuestre que $-16 \leqslant s \leqslant 16$.

II. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-17 \leqslant q \leqslant 17$. Demuestre que $|q| \leqslant 17$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-18 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 18$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 24, \qquad b = 42$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 483, \qquad b = 266$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -399$, $b = 140$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 245$, $b = 528$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, ...

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que c, m son números enteros y

$$7 \mid c, \qquad 7 \mid m, \qquad -20c - 37m = 7.$$

Demuestre que $\text{mcd}(c, m) = 7$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$37u + 41v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $37 \mid 41c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $37 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 396$ y $b = 336$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 264$ y $b = 60$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 1 - 13^n.$$

Demuestre que $6 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $6\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $6 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $6 \mid x_n$, entonces $6 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $6 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 33 RAAS.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 42:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\ a \mid 42\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -38.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 68.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 29 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}:\quad 29 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -25 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 55 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $144 \mid a$. Demuestre que $18 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $3 \mid m$. Demuestre que $15 \mid 5m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $11 \mid s$ y $11 \mid t$. Demuestre que $11 \mid (-6s - 8t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 16.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 28.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 16 y 28.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 16 y 28.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $|n| \leqslant 6$. Demuestre que $-6 \leqslant n \leqslant 6$.

II. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $-10 \leqslant t \leqslant 10$. Demuestre que $|t| \leqslant 10$.

III. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-20 \mid s$ y $s \neq 0$. Demuestre que $|s| \geqslant 20$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 16, \qquad b = 28$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 246, \qquad b = 456$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -448$, $b = -120$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 370$, $b = -189$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que b, m son números enteros y

$$16 \mid b, \qquad 16 \mid m, \qquad -17b + 7m = 16.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(b, m) = 16$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$43u + 22v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $43 \mid 22c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $43 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 240$ y $b = 132$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 378$ y $b = 360$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 3^{2n} - 5.$$

Demuestre que $4 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $4\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $4 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $4 \mid x_n$, entonces $4 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $4 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 34 SAAJ.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 64:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 64\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -62.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 78.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 23 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 23 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -55 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 39 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $24 \mid a$. Demuestre que $3 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $18 \mid m$. Demuestre que $180 \mid 10m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $9 \mid s$ y $9 \mid t$. Demuestre que $9 \mid (-10s + 9t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 30.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 39.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 30 y 39.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 30 y 39.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $|b| \leqslant 9$. Demuestre que $-9 \leqslant b \leqslant 9$.

II. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $-19 \leqslant c \leqslant 19$. Demuestre que $|c| \leqslant 19$.

III. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $-10 \mid m$ y $m \neq 0$. Demuestre que $|m| \geqslant 10$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 30, \qquad b = 39$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 297, \qquad b = 492$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -285$, $b = -235$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 121$, $b = -457$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que q, a son números enteros y

$$13 \mid q, \qquad 13 \mid a, \qquad -25q + 7a = 13.$$

Demuestre que mcd$(q, a) = 13$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$50u + 43v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $50 \mid 43c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $50 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 180$ y $b = 168$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 372$ y $b = 312$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 29^n + 6.$$

Demuestre que $7 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $7\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $7 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $7 \mid x_n$, entonces $7 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $7 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 35 VSMI.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 33:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 33\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -45.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 40.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 60 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 60 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -22 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 15 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $126 \mid a$. Demuestre que $18 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $8 \mid m$. Demuestre que $120 \mid 15m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $6 \mid s$ y $6 \mid t$. Demuestre que $6 \mid (-3s + 8t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 36.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 30.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 36 y 30.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 36 y 30.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $|b| \leqslant 19$. Demuestre que $-19 \leqslant b \leqslant 19$.

II. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $-13 \leqslant c \leqslant 13$. Demuestre que $|c| \leqslant 13$.

III. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-8 \mid a$ y $a \neq 0$. Demuestre que $|a| \geqslant 8$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 36, \qquad b = 30$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 219, \qquad b = 324$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -207$, $b = -369$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -281$, $b = -499$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que q, t son números enteros y

$$8 \mid q, \qquad 8 \mid t, \qquad 5q - 19t = 8.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(q, t) = 8$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$20u + 29v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $20 \mid 29c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $20 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 312$ y $b = 252$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 372$ y $b = 240$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 18^n + 7.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 36 VRE.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 50:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 50\} = \ ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -55.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 35.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 23 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 23 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = \ ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -20 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 60 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $45 \mid a$. Demuestre que $9 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $3 \mid m$. Demuestre que $33 \mid 11m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $6 \mid s$ y $6 \mid t$. Demuestre que $6 \mid (6s + 4t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 39.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 45.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 39 y 45.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 39 y 45.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $|t| \leqslant 19$. Demuestre que $-19 \leqslant t \leqslant 19$.

II. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-18 \leqslant a \leqslant 18$. Demuestre que $|a| \leqslant 18$.

III. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-9 \mid q$ y $q \neq 0$. Demuestre que $|q| \geqslant 9$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 39, \qquad b = 45$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 265, \qquad b = 455$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 512$, $b = -312$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -623$, $b = 99$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que b, t son números enteros y

$$13 \mid b, \qquad 13 \mid t, \qquad 10b + 21t = 13.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(b, t) = 13$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$41u + 46v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $41 \mid 46c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $41 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 372$ y $b = 120$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 264$ y $b = 180$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 13^n - 7.$$

Demuestre que $3 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $3\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $3 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $3 \mid x_n$, entonces $3 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $3 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 37 oyente.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 55:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 55\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -38.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 45.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 18 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 18 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -52 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 47 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $180 \mid a$. Demuestre que $18 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $14 \mid m$. Demuestre que $112 \mid 8m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $6 \mid s$ y $6 \mid t$. Demuestre que $6 \mid (7s - 10t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 48.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 18.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 48 y 18.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 48 y 18.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $|n| \leqslant 8$. Demuestre que $-8 \leqslant n \leqslant 8$.

II. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $-15 \leqslant b \leqslant 15$. Demuestre que $|b| \leqslant 15$.

III. Sea $c \in \mathbb{Z}$ tal que $-17 \mid c$ y $c \neq 0$. Demuestre que $|c| \geqslant 17$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 48, \qquad b = 18$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 84, \qquad b = 388$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 175$, $b = 510$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -154$, $b = -695$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que c, t son números enteros y

$$11 \mid c, \qquad 11 \mid t, \qquad 30c - 13t = 11.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(c, t) = 11$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$49u + 33v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $49 \mid 33c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $49 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 140$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 396$ y $b = 312$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 11^n - 6.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 38 MCEA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 88:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 88\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -63.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 62.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 25 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 25 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -60 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 19 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $133 \mid a$. Demuestre que $7 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $16 \mid m$. Demuestre que $224 \mid 14m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $18 \mid s$ y $18 \mid t$. Demuestre que $18 \mid (-5s - 8t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 24.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 20.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 24 y 20.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 24 y 20.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $|n| \leqslant 11$. Demuestre que $-11 \leqslant n \leqslant 11$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $-9 \leqslant m \leqslant 9$. Demuestre que $|m| \leqslant 9$.

III. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $-14 \mid b$ y $b \neq 0$. Demuestre que $|b| \geqslant 14$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 24, \qquad b = 20$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 195, \qquad b = 462$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 415$, $b = -180$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 131$, $b = -146$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que a, b son números enteros y

$$11 \mid a, \qquad 11 \mid b, \qquad -17a - 35b = 11.$$

Demuestre que $\mathrm{mcd}(a, b) = 11$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$37u + 32v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $37 \mid 32c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $37 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 234$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 336$ y $b = 280$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 1 - 13^n.$$

Demuestre que $6 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $6\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $6 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $6 \mid x_n$, entonces $6 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $6 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 39 MDLRJA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 40:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 40\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -85.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 56.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 25 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 25 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -60 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 34 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $24 \mid a$. Demuestre que $6 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $14 \mid m$. Demuestre que $126 \mid 9m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $3 \mid s$ y $3 \mid t$. Demuestre que $3 \mid (3s - 8t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 20.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 35.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 20 y 35.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 20 y 35.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $|s| \leqslant 6$. Demuestre que $-6 \leqslant s \leqslant 6$.

II. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-7 \leqslant q \leqslant 7$. Demuestre que $|q| \leqslant 7$.

III. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $-17 \mid b$ y $b \neq 0$. Demuestre que $|b| \geqslant 17$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 20, \qquad b = 35$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 369, \qquad b = 411$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -510$, $b = -645$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 416$, $b = -571$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, ...

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que q, t son números enteros y

$$11 \mid q, \qquad 11 \mid t, \qquad 31q + 27t = 11.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(q,t) = 11$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$35u + 29v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $35 \mid 29c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $35 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 270$ y $b = 234$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 312$ y $b = 276$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 3^{2n} - 5.$$

Demuestre que $4 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $4\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $4 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $4 \mid x_n$, entonces $4 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $4 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 40 MLAA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 63:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 63\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -70.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 68.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 24 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 24 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -59 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 33 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $98 \mid a$. Demuestre que $14 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $17 \mid m$. Demuestre que $204 \mid 12m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $9 \mid s$ y $9 \mid t$. Demuestre que $9 \mid (-3s - 10t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 39.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 42.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 39 y 42.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 39 y 42.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $|m| \leqslant 8$. Demuestre que $-8 \leqslant m \leqslant 8$.

II. Sea $b \in \mathbb{Z}$ tal que $-9 \leqslant b \leqslant 9$. Demuestre que $|b| \leqslant 9$.

III. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-16 \mid a$ y $a \neq 0$. Demuestre que $|a| \geqslant 16$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 39, \qquad b = 42$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 145, \qquad b = 410$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -504$, $b = 464$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 694$, $b = -315$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que b, s son números enteros y

$$8 \mid b, \qquad 8 \mid s, \qquad -23b + 17s = 8.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(b, s) = 8$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$35u + 26v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $35 \mid 26c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $35 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 340$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 360$ y $b = 204$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 29^n + 6.$$

Demuestre que $7 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $7\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $7 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $7 \mid x_n$, entonces $7 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $7 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 41 RGA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 65:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 65\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -58.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 38.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 58 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 58 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -17 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 46 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $238 \mid a$. Demuestre que $17 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $9 \mid m$. Demuestre que $171 \mid 19m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $16 \mid s$ y $16 \mid t$. Demuestre que $16 \mid (4s - 5t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 48.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 39.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 48 y 39.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 48 y 39.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $|n| \leqslant 6$. Demuestre que $-6 \leqslant n \leqslant 6$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $-7 \leqslant m \leqslant 7$. Demuestre que $|m| \leqslant 7$.

III. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $-11 \mid t$ y $t \neq 0$. Demuestre que $|t| \geqslant 11$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 48, \qquad b = 39$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 225, \qquad b = 140$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 354$, $b = 492$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -175$, $b = -314$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que t, c son números enteros y

$$16 \mid t, \qquad 16 \mid c, \qquad -23t - 11c = 16.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(t, c) = 16$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$23u + 29v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $23 \mid 29c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $23 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 240$ y $b = 156$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 336$ y $b = 312$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 18^n + 7.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 42 SAA.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 50:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 50\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -65.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 68.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 56 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 56 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -16 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 19 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $66 \mid a$. Demuestre que $6 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $13 \mid m$. Demuestre que $91 \mid 7m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $5 \mid s$ y $5 \mid t$. Demuestre que $5 \mid (9s - 4t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 40.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 16.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 40 y 16.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 40 y 16.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $|q| \leqslant 11$. Demuestre que $-11 \leqslant q \leqslant 11$.

II. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-20 \leqslant s \leqslant 20$. Demuestre que $|s| \leqslant 20$.

III. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $-19 \mid n$ y $n \neq 0$. Demuestre que $|n| \geqslant 19$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 40, \qquad b = 16$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 340, \qquad b = 305$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -405$, $b = -550$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 462$, $b = 617$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que s, b son números enteros y

$$10 \mid s, \qquad 10 \mid b, \qquad -27s - 31b = 10.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(s, b) = 10$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$23u + 20v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $23 \mid 20c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $23 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 360$ y $b = 156$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 360$ y $b = 198$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 13^n - 7.$$

Demuestre que $3 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $3\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $3 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $3 \mid x_n$, entonces $3 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $3 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 43 VAE.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 77:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \ a \mid 77\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -69.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 55.
IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.
V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 23 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}: \quad 23 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -50 con valores absolutos $\leqslant 100$.
III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 58 con valores absolutos $\leqslant 100$.
IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.
V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $36 \mid a$. Demuestre que $3 \mid a$.
II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $8 \mid m$. Demuestre que $136 \mid 17m$.
III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $11 \mid s$ y $11 \mid t$. Demuestre que $11 \mid (6s + 7t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 18.
II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 21.
III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 18 y 21.
IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 18 y 21.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $|t| \leqslant 12$. Demuestre que $-12 \leqslant t \leqslant 12$.

II. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-9 \leqslant s \leqslant 9$. Demuestre que $|s| \leqslant 9$.

III. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $-13 \mid q$ y $q \neq 0$. Demuestre que $|q| \geqslant 13$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 18, \qquad b = 21$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 336, \qquad b = 207$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 460$, $b = 655$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = -192$, $b = -235$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que t, s son números enteros y

$$13 \mid t, \qquad 13 \mid s, \qquad 15t - 32s = 13.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(t, s) = 13$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$44u + 39v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $44 \mid 39c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $44 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 364$ y $b = 336$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 336$ y $b = 180$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 11^n - 6.$$

Demuestre que $5 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $5\, q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $5 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $5 \mid x_n$, entonces $5 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $5 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 44 SHJJ.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 57:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 57\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -51.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 58.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 40 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 40 \mid a \quad\wedge\quad |a| \leqslant 100\} = ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -19 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 60 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $18 \mid a$. Demuestre que $6 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $12 \mid m$. Demuestre que $48 \mid 4m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $17 \mid s$ y $17 \mid t$. Demuestre que $17 \mid (-8s + 2t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 27.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 12.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 27 y 12.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 27 y 12.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $q \in \mathbb{Z}$ tal que $|q| \leqslant 18$. Demuestre que $-18 \leqslant q \leqslant 18$.

II. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $-11 \leqslant t \leqslant 11$. Demuestre que $|t| \leqslant 11$.

III. Sea $s \in \mathbb{Z}$ tal que $-13 \mid s$ y $s \neq 0$. Demuestre que $|s| \geqslant 13$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 27, \qquad b = 12$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 489, \qquad b = 315$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 660$, $b = 486$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 79$, $b = -142$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $\ldots$.

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que m, c son números enteros y

$$11 \mid m, \qquad 11 \mid c, \qquad 37m + 15c = 11.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(m, c) = 11$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$20u + 27v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $20 \mid 27c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $20 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 312$ y $b = 228$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 300$ y $b = 168$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 1 - 13^n.$$

Demuestre que $6 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $6\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $6 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $6 \mid x_n$, entonces $6 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $6 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 1. Variante 45 OCHI.

Divisibilidad de números enteros y sus propiedades. Demostraciones por inducción matemática. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides extendido. Descomposición de números enteros en factores primos.

Nombre del estudiante: ______________________________

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 38:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\ a \mid 38\} = \ ?$$

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número -27.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 81.

IV. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 0.

V. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 1.

Ejercicio 2. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 53 con valores absolutos $\leqslant 100$:

$$\{a \in \mathbb{Z}\colon\quad 53 \mid a \quad \wedge \quad |a| \leqslant 100\} = \ ?$$

II. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número -17 con valores absolutos $\leqslant 100$.

III. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 38 con valores absolutos $\leqslant 100$.

IV. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 0 con valores absolutos $\leqslant 100$.

V. Halle el conjunto de los múltiplos enteros del número 1 con valores absolutos $\leqslant 100$.

Ejercicio 3. *1.5 %.*
I. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $27 \mid a$. Demuestre que $9 \mid a$.

II. Sea $m \in \mathbb{Z}$ tal que $7 \mid m$. Demuestre que $105 \mid 15m$.

III. Sean $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $8 \mid s$ y $8 \mid t$. Demuestre que $8 \mid (-8s - 9t)$.

Ejercicio 4. *1 %.*
I. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 18.

II. Halle el conjunto de los divisores enteros del número 21.

III. Halle el conjunto de los divisores enteros comunes de los números 18 y 21.

IV. Usando el resultado del inciso III calcule el máximo común divisor de 18 y 21.

Ejercicio 5. *1.5 %.*
I. Sea $n \in \mathbb{Z}$ tal que $|n| \leqslant 16$. Demuestre que $-16 \leqslant n \leqslant 16$.

II. Sea $t \in \mathbb{Z}$ tal que $-5 \leqslant t \leqslant 5$. Demuestre que $|t| \leqslant 5$.

III. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $-17 \mid a$ y $a \neq 0$. Demuestre que $|a| \geqslant 17$.

Ejercicio 6. *0.5 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 18, \qquad b = 21$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 7. *1 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 72, \qquad b = 114$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bezout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Ejercicio 8. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 525$, $b = 672$.

Ejercicio 9. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para $a = 573$, $b = 487$.

Ejercicio 10. *0.5 %.*
Usando la **criba de Eratóstenes** encuentre todos los números primos $\leqslant 100$. Luego escríbalos como una lista en el orden ascendiente: $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, ...

Ejercicio 11. *1 %.*
Supongamos que t, q son números enteros y

$$17 \mid t, \qquad 17 \mid q, \qquad 35t - 12q = 17.$$

Demuestre que $\operatorname{mcd}(t, q) = 17$.

Ejercicio 12. *1 %.*
I. Usando el algoritmo de Euclides extendido encuentre números enteros u, v tales que

$$46u + 41v = 1.$$

Haga la comprobación de la última igualdad.

II. Supongamos que $c \in \mathbb{Z}$ y $46 \mid 41c$. Utilizando el resultado del inciso I demuestre que $46 \mid c$.

Ejercicio 13. *1 %.*
Para cada uno de los números $a = 264$ y $b = 220$, halle su **descomposición en números primos**. Usando estas descomposiciones calcule su máximo común divisor d y su mínimo común múltiplo m. Compruebe que $dm = ab$. Luego calcule el máximo común divisor de a y b con el algoritmo de Euclides.

Ejercicio 14. *1 %.*
Haga la tarea del ejercicio anterior para los números $a = 340$ y $b = 280$.

Ejercicio 15. *1 %.*
La sucesión $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ está definida por la fórmula

$$x_n = 3^{2n} - 5.$$

Demuestre que $4 \mid (x_{n+1} - x_n)$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, esto es, represente $x_{n+1} - x_n$ como $4\,q_n$ con algún $q_n \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 16. *1 %.*
Sea $x = (x_n)_{n=1}^{\infty}$ la sucesión del ejercicio anterior.

I. Demuestre que $4 \mid x_1$.

II. Usando el resultado del ejercicio anterior demuestre para cualquier $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ que si $4 \mid x_n$, entonces $4 \mid x_{n+1}$.

III. Aplicando el principio de inducción matemática concluya que $4 \mid x_n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, \ldots\}$.