

## Tarea 4 de Álgebra III

Por favor, en las soluciones de los problemas escriban los valores propios en el orden ascendente, para que sea más cómodo verificar las respuestas. Por ejemplo, si  $A$  es una matriz con valores propios 1 y  $-3$ , cuyas multiplicidades geométricas son 2 y 1 respectivamente, entonces primero calcule un vector propio  $v_1$  que corresponde a  $-3$  y luego algunos vectores propios  $v_2$  y  $v_3$  que corresponden a 1.

Se recomienda comprobar respuestas y buscar errores usando algún *sistema algebraico computacional*, libre o propietario. Libres:

- GNU Octave     <http://www.gnu.org/software/octave>
- SAGE     <http://www.sagemath.org>
- Scilab     <http://www.scilab.org>
- Maxima     <http://maxima.sourceforge.net>

Proprietarios:

\$ Wolfram Mathematica.

\$ MATLAB.

Por ejemplo, supongamos que está dada la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 19 & -9 \\ 42 & -20 \end{bmatrix},$$

y el estudiante ya calculó la matriz diagonal  $D$  con valores propios en la diagonal principal y la matriz  $P$  de vectores propios:

$$D = \text{diag}(-2, 1), \quad P = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}.$$

Entonces es fácil hacer una comprobación con GNU Octave:

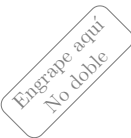
```
A = [19 -9; 42 -20]
eig(A)
D = diag(-2, 1)
P = [3 1; 7 2]
inv(P) * A * P
```

Por supuesto, uno puede hacer también comprobaciones de resultados intermedios:

```
u1 = [3; 7]
A * u1
-2 * u1
```

Para calcular la exponencial de una matriz use la función `expm`:

```
expm(A)
```



### Álgebra III. Tarea 4. Variante $\alpha$ .

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ -18 & -12 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 4.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 3x + 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 1 \\ -2 & -4 & 2 \\ -4 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & 8 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

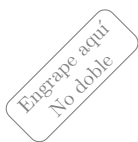
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 6 & -8 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -4 \\ -5 & 2 & 2 \\ 4 & 8 & -4 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante $\beta$ .

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 15 & -12 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 - 6x - 2.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + 3x - 3.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 6 & 6 \\ -6 & 4 & 6 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 4 \\ -2 & 3 & 1 \\ -8 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 12 & -6 \\ -3 & -8 & 3 \\ 3 & 6 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 9 & -6 \\ -6 & 1 & 6 \\ -6 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 1 AJAS.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 5x^2 + 13x - 21.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 2x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 2 & 2 & -2 \\ 8 & 8 & -8 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 4 \\ -2 & -1 & 2 \\ -11 & 10 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 5 & -6 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 4 \\ 4 & -4 & -4 \\ -8 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 2 BFO.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -12 & -7 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 4x^2 + 6x.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 2x - 1.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 10 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ -7 & 10 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -8 & 6 \\ 6 & -7 & 6 \\ 3 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

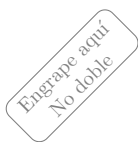
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 2 \\ -6 & 4 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 2 & 2 & -2 \\ 8 & 8 & -8 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 3 CSA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 6 \\ -18 & -9 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 7.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + x + 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ -10 & 2 & 4 \\ -4 & 8 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -4 \\ 2 & 6 & -2 \\ 8 & 8 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

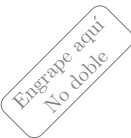
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 3 \\ 4 & -4 & 4 \\ 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -4 \\ 4 & 3 & -3 \\ 8 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 4 CABN.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 4 \\ -12 & 5 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 4x - 17.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + 3x - 3.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 6 & 6 \\ -6 & 7 & 6 \\ -3 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -6 & 5 \\ 1 & 6 & -9 \\ 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -4 & -1 & 4 \\ -4 & -4 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 9 & -9 \\ -9 & 2 & 9 \\ 3 & 9 & -4 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 5 CCOY.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -12 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 4x^2 + 7x + 19.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + 3x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -7 \\ 3 & 4 & -7 \\ 3 & 3 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 2 & 4 \\ -5 & -3 & 5 \\ -10 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

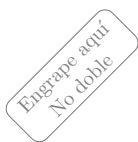
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ -4 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 6 & 6 \\ -6 & 5 & 6 \\ -3 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 6 DEER.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -17 & 20 \\ -12 & 14 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + x^2 + 2x - 2.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 3x - 1.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 8 & 1 \\ -5 & 6 & 1 \\ 7 & -8 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 5 \\ -7 & 5 & 5 \\ -7 & 3 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

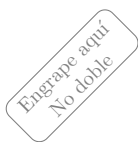
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -8 & 2 \\ -4 & 1 & 4 \\ 4 & -8 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 8 & -3 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 7 DGGI.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 18 & -20 \\ 12 & -13 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 + 12x + 10.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - x + 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 7 & -9 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 3 \\ 3 & 6 & -3 \\ 6 & 12 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

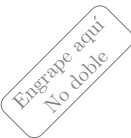
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \\ -4 & -8 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -7 & 4 \\ 7 & -7 & 4 \\ 4 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 8 FCIC.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 11 & 18 \\ -6 & -10 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 5x^2 + 15x + 13.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 2x + 3.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 4 \\ 8 & -12 & 4 \\ 4 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & -6 \\ 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 6 & -12 \\ -3 & -3 & 6 \\ 3 & 3 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 9 & -9 \\ -9 & 1 & 9 \\ 3 & 9 & -5 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 9 FMI.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -11 & -18 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 2x.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 2 \\ 1 & -5 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

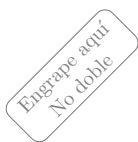
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 4 & -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 4 & 4 & -8 \\ 2 & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 10 FGBE.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 7x - 5.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + x - 1.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -9 & 9 \\ 8 & -12 & 10 \\ 4 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 10 & -9 & 9 \\ 12 & -11 & 12 \\ 6 & -6 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

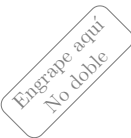
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 8 & 4 \\ -2 & -2 & 2 \\ -10 & 8 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -7 \\ 3 & 3 & -7 \\ 3 & 3 & -7 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 11 GDLD.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 12 & -6 \\ 20 & -10 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x - 10.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + 2x - 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -4 \\ -10 & 1 & 4 \\ -4 & 8 & -3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -4 \\ 2 & 6 & -2 \\ 8 & 8 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

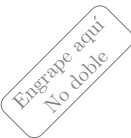
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 4 \\ 4 & -4 & -4 \\ -8 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ -5 & -2 & 2 \\ 4 & 8 & -8 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 12 GGD.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 6 \\ -18 & 11 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 - 6x + 6.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + x + 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 8 & 8 \\ -8 & 7 & 8 \\ -4 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 11 & -6 \\ 4 & 5 & -5 \\ 8 & 2 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -9 & 2 & 4 \\ -6 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 13 IMA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 12 \\ -6 & -11 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 + 8.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - 3x - 3.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -8 \\ -2 & -1 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 10 & -4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 10 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -1 & -8 & 8 \\ -1 & -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 2 & 4 \\ 4 & -6 & -4 \\ -8 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 14 JNJ.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 10 & -6 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 13x - 11.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - x + 1.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 8 \\ -1 & -3 & 8 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -11 & 8 & 8 \\ -8 & 5 & 8 \\ -4 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

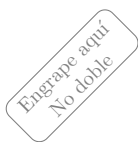
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 8 & -4 \\ -6 & -6 & 5 \\ -6 & -6 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 12 & -6 \\ -3 & -6 & 3 \\ 3 & 6 & -3 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 15 JGHE.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 18 & -11 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 3x^2 + 7x + 1.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & -5 \\ -6 & 6 & -2 \\ -6 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ -3 & 8 & -3 \\ -3 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

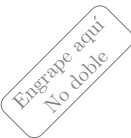
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 4 \\ -4 & 6 & 4 \\ -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 2 \\ -3 & -4 & 3 \\ -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 16 LHOA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 20 \\ -4 & 10 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 6.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 2x + 3.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 10 \\ -10 & 10 & 10 \\ -5 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 6 & 4 \\ -4 & 2 & 4 \\ -6 & 3 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 6 & -8 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -2 & 8 \\ -6 & 1 & 6 \\ -4 & -2 & 6 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 17 MMA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -10 & -18 \\ 6 & 11 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 1.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 \\ -6 & -1 & 6 \\ -6 & -6 & 11 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 6 & 4 \\ -2 & -3 & 2 \\ -9 & 6 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

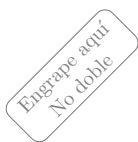
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -8 & 7 \\ 8 & -8 & 8 \\ 4 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 4 \\ 4 & -3 & -4 \\ -8 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 18 MME.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 12 & -6 \\ 18 & -9 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 - x + 33.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 2x + 2.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 1 \\ -3 & 4 & 1 \\ 6 & -7 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 8 & 8 \\ -8 & 6 & 8 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

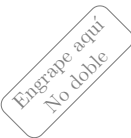
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -3 & 7 & -3 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 19 OCIA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -10 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 - 8x - 4.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -8 & -5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - 3x + 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 3 & 4 & -12 \\ 3 & 3 & -11 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 6 & -6 \\ 3 & 6 & -3 \\ 12 & 12 & -9 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

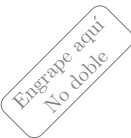
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -6 & 6 \\ 2 & -8 & 4 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 \\ -4 & -2 & 4 \\ -7 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 20 PHU.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -11 & 20 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 6x^2 + 16x + 27.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 2x.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -4 & 4 & 4 \\ -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & -6 \\ 1 & 1 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -8 & 4 \\ 2 & -6 & 2 \\ -2 & 4 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -12 & 3 \\ -6 & -1 & 6 \\ 6 & -12 & -1 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 21 PPAA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 13 & 18 \\ -6 & -8 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 + 7x + 7.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - 2x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -4 \\ 2 & 3 & -2 \\ 8 & 8 & -7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 8 & 1 \\ -5 & -1 & 5 \\ -10 & 8 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

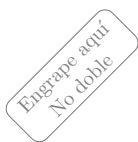
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -1 & -8 & 8 \\ -1 & -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 4 \\ -4 & 5 & 4 \\ -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 22 QMA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -12 & 18 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 + 13x - 12.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 2x - 3.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 12 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ -8 & 12 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 5 \\ -7 & 5 & 5 \\ -7 & 3 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

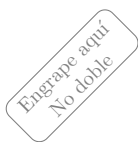
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & -4 \\ -6 & -8 & 5 \\ -6 & -6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & 8 & -5 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 23 RMAD.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 + 36.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 8 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - x + 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 6 & -6 \\ -7 & 8 & -3 \\ -7 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 6 & -12 \\ -3 & -1 & 6 \\ 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

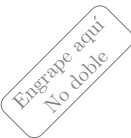
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 2 \\ 3 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 6 & -6 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 24 RDIDJ.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ -18 & -11 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 2.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - 3x + 3.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 8 & 8 \\ -8 & 9 & 8 \\ -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & -6 \\ 1 & 1 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -12 & 6 \\ 3 & -6 & 3 \\ -3 & 6 & -3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 1 \\ -3 & -1 & 3 \\ -6 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 25 RHI.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -20 & -10 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 6x + 11.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + 3x.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 2 & 6 \\ -10 & 4 & 6 \\ -10 & 2 & 8 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 8 & -7 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 8 & -9 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 5 & -8 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 26 RQEI.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -12 & 6 \\ -18 & 9 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 6x^2 + 22x - 35.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + x.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 6 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \\ -5 & 6 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 4 \\ -4 & 3 & 4 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

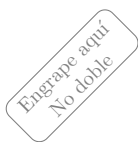
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -4 \\ 2 & 8 & -4 \\ 4 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & -4 \\ -2 & -3 & 2 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 27 SMS.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 10 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + x^2 - 9x + 2.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 8 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - x + 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -5 \\ -6 & 7 & -2 \\ -6 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -2 & 5 & -4 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

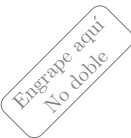
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -8 \\ 2 & 2 & -7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \\ -5 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 28 SBE.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 15 \\ -6 & -10 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + x^2 + 2x - 5.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ -4 & -8 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 2x + 3.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 8 & -7 & 8 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 \\ -7 & -3 & 3 \\ 2 & 8 & -8 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

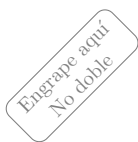
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 12 & -6 \\ -3 & -4 & 3 \\ 3 & 6 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 8 & 12 \\ -6 & 4 & 12 \\ 6 & -8 & 8 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 29 TVE.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -12 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -4 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + x - 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ -3 & 8 & -3 \\ -3 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -1 & -9 \\ 3 & -7 & 3 \\ 5 & -1 & -7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 3 & 2 \\ -5 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -2 & 7 & -2 \\ -4 & 8 & -1 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 30 VOA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 20 \\ -4 & -10 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x - 2.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - x + 2.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 5 & -5 & 4 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -12 & 10 & 10 \\ -10 & 8 & 10 \\ -5 & 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

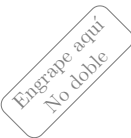
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 \\ 4 & -4 & 6 \\ 2 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 3 \\ -8 & 5 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 31 VBLA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -8 & -6 \\ 18 & 13 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 21.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + x - 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -4 \\ -7 & 1 & 5 \\ -7 & -2 & 8 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

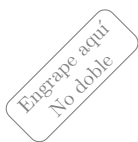
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -1 & -9 \\ 1 & -8 & 8 \\ 5 & -1 & -7 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 32 BMS.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -11 & -20 \\ 6 & 11 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 3x^2 - 3x - 11.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - 3x.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -6 \\ 6 & 6 & -12 \\ 3 & 3 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -4 & -7 & 8 \\ -2 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

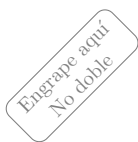
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -4 \\ 2 & 4 & -2 \\ 8 & 8 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 6 & 1 \\ -4 & 2 & 4 \\ -8 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 33 MCEH.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 12 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 2x + 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 7 & -9 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

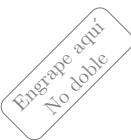
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 6 & -7 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 34 MARA.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -10 & -4 \\ 20 & 8 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 4.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + x - 1.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 6 & -7 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 8 & 8 \\ -8 & 8 & 8 \\ -4 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

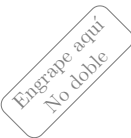
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -12 & 6 & 6 \\ -3 & -3 & 3 \\ -12 & 6 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -6 & 3 \\ 3 & 5 & -3 \\ 6 & 12 & -7 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 35 TLLB.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ -14 & -6 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 3x^2 + 7x + 9.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -8 & -8 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 2x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 12 & -5 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 12 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -6 & 3 \\ 3 & 4 & -3 \\ 6 & 12 & -8 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

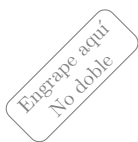
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 6 & 6 \\ -6 & 2 & 6 \\ -3 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -4 \\ 4 & 3 & -3 \\ 8 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 36 TRI.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -11 & 20 \\ -6 & 11 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 14.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + x + 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 4 & -8 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -4 \\ -7 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & -3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \\ -4 & -4 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 12 & -12 \\ -12 & -1 & 12 \\ 4 & 12 & -9 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 37 ERE.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 10 & -3 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x - 3.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -4 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 3x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & -2 \\ -6 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 4 & 12 \\ -3 & -2 & 12 \\ 6 & -8 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

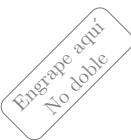
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 8 & 8 \\ -8 & 8 & 8 \\ -4 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 38.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -8 & -4 \\ 14 & 7 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 2.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 2x + 3.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 5 & -6 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 4 \\ 4 & -3 & -4 \\ -8 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

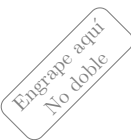
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 6 & 2 \\ -5 & -1 & 5 \\ -10 & 6 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -4 \\ 2 & 3 & -2 \\ 8 & 8 & -7 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 39.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -14 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 - 3x + 7.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -1 & -9 \\ 3 & -6 & 3 \\ 5 & -1 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 2 & 5 & -2 \\ 8 & 8 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

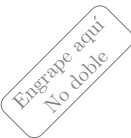
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & -6 \\ 1 & 1 & -6 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 40.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ 18 & -13 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + x + 11.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + 2x + 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 6 & 1 & -8 \\ 3 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 1 & 3 \\ -4 & -5 & 4 \\ -7 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

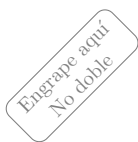
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -12 & 6 \\ 3 & -6 & 3 \\ -3 & 6 & -3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ 2 & -6 & 2 \\ 6 & -10 & 2 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 41.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -13 & 18 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 13.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & -12 \\ -3 & -4 & 6 \\ 3 & 3 & -7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 8 & 6 \\ -6 & 6 & 6 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 7 & -8 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 4 \\ 4 & -4 & -4 \\ -8 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 42.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 5x^2 + 15x + 18.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 3x + 3.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -8 & 4 \\ 5 & -4 & 4 \\ 4 & -4 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -2 & -5 & 2 \\ -4 & -8 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

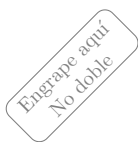
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -5 & 3 & 2 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 2 & 6 \\ -10 & 4 & 6 \\ -10 & 2 & 8 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 43.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -18 & 20 \\ -12 & 13 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 6 & -6 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 2x^2 + 8x - 3.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 2x - 3.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -10 & 7 \\ -8 & 1 & 8 \\ 2 & -10 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 12 & -6 \\ -3 & -7 & 3 \\ 3 & 6 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

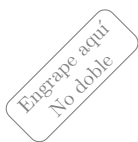
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -11 & 8 & 8 \\ -8 & 5 & 8 \\ -4 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 1 \\ -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 44.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -14 & 9 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 2x.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -2 & -5 & 2 \\ -4 & -8 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -5 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

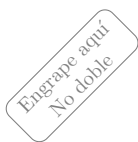
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ -2 & 6 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -4 \\ -8 & 3 & 3 \\ -2 & 8 & -2 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 45.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -12 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 5x^2 + 13x + 30.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 3x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 7 \\ -6 & 3 & 6 \\ -2 & -4 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

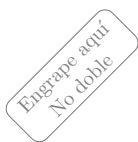
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 8 & 9 \\ -6 & 4 & 9 \\ 3 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -6 \\ -2 & -5 & 6 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 46.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -6 \\ 18 & 12 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + 3.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -9 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + 2x - 2.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 8 & -9 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -12 & 10 & 10 \\ -10 & 8 & 10 \\ -5 & 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

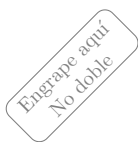
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -5 \\ 6 & 4 & -5 \\ 12 & -2 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 \\ -6 & -1 & 6 \\ -6 & -6 & 11 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 47.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ -18 & -13 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 5x + 1.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - x.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -10 & 8 \\ 8 & -10 & 8 \\ 4 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ -2 & -4 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

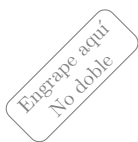
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 2 & 4 \\ 4 & -6 & -4 \\ -8 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -8 \\ 1 & 8 & -7 \\ 2 & 8 & -8 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 48.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 13 & 6 \\ -20 & -9 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - x^2 - x + 10.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - 2x + 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -11 & 8 & 8 \\ -8 & 5 & 8 \\ -4 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -8 \\ 1 & 8 & -7 \\ 2 & 8 & -8 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & -5 \\ -7 & 4 & 1 \\ -7 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 49.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -10 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + 3.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 - 3x.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 8 & -2 & -4 \\ -12 & 6 & 8 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 9 & -9 \\ -9 & 1 & 9 \\ 3 & 9 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

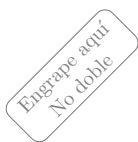
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 1 \\ -3 & 5 & 1 \\ 6 & -7 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \\ -6 & -3 & 8 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 50.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -12 & -18 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 8x - 1.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 3x - 3.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 1 \\ -3 & 7 & 1 \\ 6 & -7 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

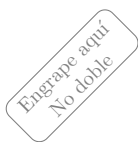
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 8 & -8 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ -3 & 8 & -3 \\ -3 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 51.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -10 & -4 \\ 14 & 5 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 5x^2 + 19x - 24.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + 3x - 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -7 & 3 & 3 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 4 & -4 & -2 \\ -6 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

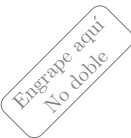
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 4 & 3 & -8 \\ 2 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -4 \\ -7 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & -3 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 52.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -10 & -6 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x + 10.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 3x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 3 \\ 6 & -4 & 3 \\ 2 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -5 & 4 \\ 1 & -6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

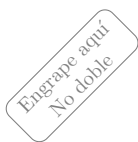
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -12 & 6 \\ 3 & -7 & 3 \\ -3 & 6 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & -5 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 53.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ -20 & -9 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 4x - 11.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + x.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -6 & 3 \\ 3 & 7 & -3 \\ 6 & 12 & -5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 6 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \\ -6 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

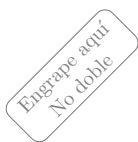
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -6 \\ -1 & 5 & -2 \\ -1 & 5 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 3 & 6 \\ 6 & -6 & -6 \\ -12 & 6 & 9 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 54.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -18 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + x^2 + 6x + 15.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -4 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 2x + 2.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 7 & -8 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ -8 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

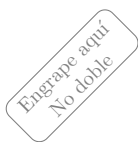
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -1 & -5 \\ 1 & -4 & 5 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 2 & 7 & -2 \\ 4 & 8 & -1 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 55.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -20 & -11 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x + 26.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -8 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 2x + 3.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 12 & -12 \\ -12 & 2 & 12 \\ 4 & 12 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -3 & 7 & -3 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

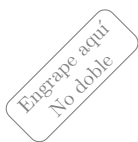
Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 4 & -5 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \\ -5 & 1 & 7 \end{bmatrix}.$$



## Álgebra III. Tarea 4. Variante 56.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 17.$$

### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 + 3x - 1.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 4 & 4 & -8 \\ 2 & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 4 \\ -5 & -2 & 5 \\ -9 & 1 & 7 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -7 \\ 3 & 4 & -7 \\ 3 & 3 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 6 & 3 \\ -6 & -2 & 6 \\ -12 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 57.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -4 \\ 14 & 6 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 3.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = -x^2 - 2x + 2.$$

**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 4 \\ 2 & -4 & 2 \\ -2 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 \\ -4 & -1 & 1 \\ 2 & 8 & -8 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ -4 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 6 & 6 \\ -6 & 6 & 6 \\ -3 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$



### Álgebra III. Tarea 4. Variante 58.

Valores y vectores propios.

Nombre:

Calificación (%):

---

Esta tarea vale 20% de la calificación parcial.

#### Ejercicio 1. 3%.

Muestre que la matriz  $A$  es **diagonalizable** y calcule la **función exponencial**  $f(t) = \exp(tA)$ . Plan:

- I. Calcule los valores propios de  $A$ . Para cada uno de los valores propios construya una base del subespacio propio correspondiente.
- II. Construya una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $P$  tales que  $P^{-1}AP = D$ . Haga la comprobación de la última igualdad.
- III. Calcule  $f(t) = \exp(tA)$  y compruebe que  $f'(t) = Af(t)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -10 & -2 \end{bmatrix}.$$

#### Ejercicio 2. 3%.

Calcule  $f(A)$  usando el **teorema de Cayley–Hamilton**. Instrucciones:

- I. Calcule el polinomio característico de la matriz  $A$  y compruebe que para la matriz  $A$  se cumple el teorema de Cayley–Hamilton.
- II. Encuentre un polinomio  $g$  de grado  $< 2$  tal que  $g(A) = f(A)$ . Calcule  $g(A)$ .
- III. Para comprobar la respuesta calcule  $f(A)$  directamente.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 4.$$

#### Ejercicio 3. 2%.

Haga la comprobación del **teorema de mapeo espectral** para la matriz  $A$  y el polinomio  $f$ :

- I. Calcule el espectro  $\text{Sp}(A)$  de la matriz  $A$  y el conjunto  $f(\text{Sp}(A))$ .
- II. Calcule la matriz  $f(A)$  y su espectro  $\text{Sp}(f(A))$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 9 & -8 \end{bmatrix}, \quad f(x) = x^2 + 3x - 1.$$



**Ejercicio 4.** 3%.

Calcule los **valores y vectores propios** de la matriz  $A$ . Plan:

- I. Calcule el polinomio característico y el espectro de la matriz  $A$ .
- II. Para cada uno de los valores propios de  $A$  calcule una base del subespacio propio correspondiente.
- III. Determine si  $A$  es diagonalizable. Haga la comprobación para los vectores propios. Calcule el polinomio mínimo  $\mu_A$  de la matriz  $A$  y haga la comprobación  $\mu_A(A) = \mathbf{0}_{3,3}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -11 & 8 & 9 \\ -6 & 3 & 9 \\ 3 & -4 & 3 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 5.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 4 \\ 8 & -12 & 4 \\ 4 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 6.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 11 & -6 \\ 2 & 10 & -6 \\ 4 & 8 & -6 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio 7.** 3%.

Haga el análisis espectral de la matriz  $A$  según el mismo plan.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 2 \\ -6 & 6 & 2 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$