Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante α.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-8a - 6b, 4a + 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-4a + 5b + c, 5b - c, -5a - 6b + c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,4}$; 2) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,5}$; 3) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,1}$;

4) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,6}$; 5) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,2}$; 6) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,4}A_{5,2}A_{6,1}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -2 & -2x & -1 & -1 \\ -2 & -3 & -2x & 2x \\ -2x & 1 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & 3x & -x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -6 & -2 & -6 \\ 5 & -5 & -2 & -4 & 3 \\ -2 & -1 & 1 & 5 & -4 \\ 4 & 2 & -7 & -5 & -3 \\ -1 & 3 & 0 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 4 & 2 \\ -3 & -1 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 2 & -4 \\ 1 & -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 6 & -6 & 5 \\ -6 & 2 & -2 \\ 6 & -1 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

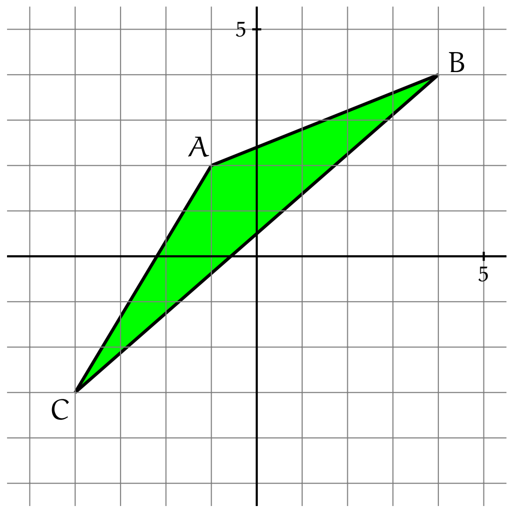
$$\begin{aligned} x_0 &= -2, & x_1 &= 0, & x_2 &= 4, \\ y_0 &= -13, & y_1 &= -5, & y_2 &= -13. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 + 2\,i & 2 + i \\ 1 - 3\,i & -4 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -6 + 11\,i \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante β.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(5a - 3b, -3a + 4b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(2a + b - c, 6a - 6b - 5c, 2a - 2b - 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,6}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,5}A_{6,3}$; 2) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,3}$; 3) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,5}A_{6,3}$;

4) $A_{1,1}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,2}$; 5) $A_{1,1}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,3}A_{5,6}A_{6,2}$; 6) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,3}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -2 & -3x & 3x & 1 \\ -x & 2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -1 & -2x \\ -2 & -x & -x & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -5 & -3 & 5 & -6 \\ 3 & 7 & 2 & -2 & 0 \\ 6 & -2 & 5 & -7 & 6 \\ 1 & 5 & -6 & -3 & -4 \\ -3 & 5 & 7 & -4 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 6 & 6 & -3 \\ 4 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica adj(A) de la matriz A, calcule det(A) y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -4 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 6 & -3 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

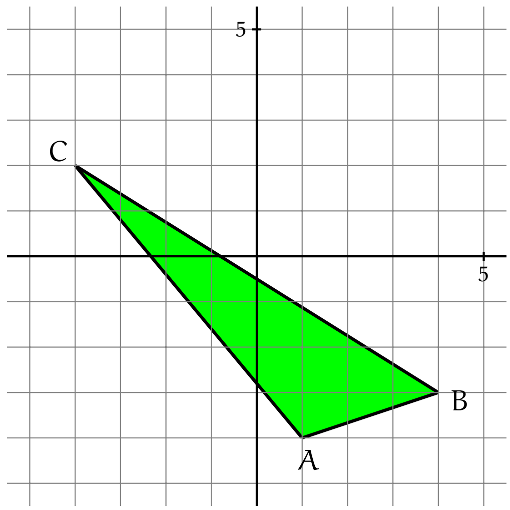
$$x_0 = -4, \qquad x_1 = -3, \qquad x_2 = -1,$$
$$y_0 = -37, \qquad y_1 = -22, \qquad y_2 = -4.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 + 2\,i & 1 - i \\ -1 + 4\,i & -3 + 4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -8 + 8\,i \\ 8 + 9\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 1 AJAS.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(2a+2b, 4a-6b)$ como un múltiplo de $f(a,b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(3a+4c, -a+b-4c, -5a+5b-6c)$ como un múltiplo de $f(a,b,c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,6}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,2}$; 2) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,4}$; 3) $A_{1,5}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,3}$;

4) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,2}$; 5) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,5}$; 6) $A_{1,1}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,5}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -1 & 2x & -3 & 2x \\ -2 & 3 & 2x & 1 \\ 0 & -x & 1 & -2x \\ x & 3 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -7 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 7 & 1 & 4 \\ -5 & -6 & -6 & 5 & -2 \\ -6 & -1 & 5 & -3 & -3 \\ 1 & 3 & 1 & 7 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -5 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 4 & -3 \\ -4 & -2 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ -3 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 6 \\ -4 & -4 & 5 \\ -4 & -4 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

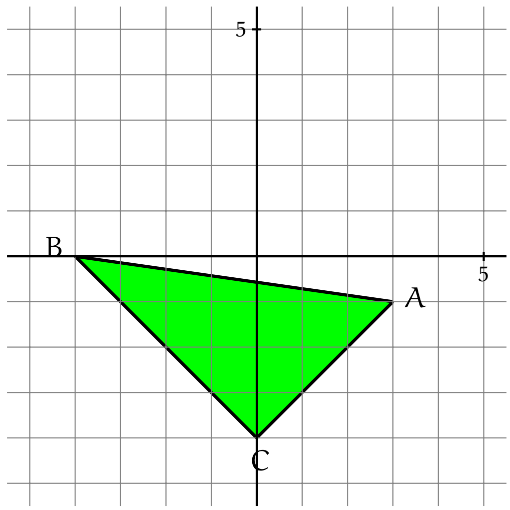
$$\begin{aligned} &x_0 = -4, && x_1 = -3, && x_2 = 3, \\ &y_0 = 25, && y_1 = 17, && y_2 = 11. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2+2\,i & -4-i \\ -4+2\,i & -2-2\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3+5\,i \\ 10 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 2 BFO.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-6a - 5b, 4a + 7b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-2a + 4b - 6c, a + 5c, a - 2b - 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,4}A_{5,2}A_{6,1}$; 2) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,1}$; 3) $A_{1,1}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,3}$;

4) $A_{1,5}A_{2,4}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,6}A_{6,2}$; 5) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,1}$; 6) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2 & 2x & 2 & x \\ x & 0 & 3 & 2 \\ -3 & x & 1 & -3x \\ -2 & 2 & -2x & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 5 & 3 & 6 & -3 \\ 4 & 2 & -1 & 6 & -2 \\ 3 & -3 & 3 & -7 & -3 \\ -6 & -4 & 7 & -2 & 1 \\ 6 & 7 & -5 & 0 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 4 \\ -2 & -3 & -2 & 2 \\ -3 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -4 \\ 4 & 5 & 3 \\ -5 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 6 \\ -1 & 2 & -4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

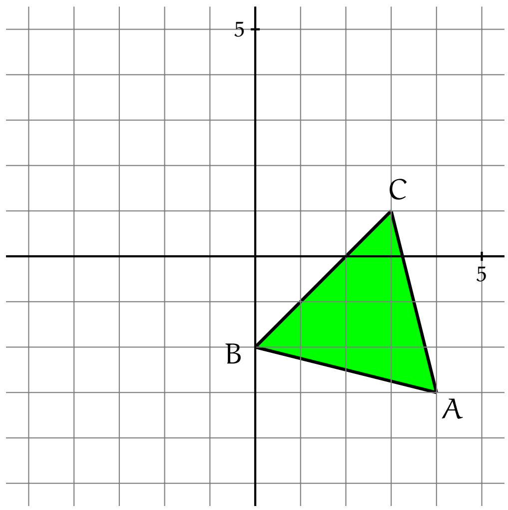
$$\begin{aligned} x_0 &= -1, & x_1 &= 3, & x_2 &= 5, \\ y_0 &= -3, & y_1 &= 1, & y_2 &= -9. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 + 4\,i & -4 - i \\ 3 - 3\,i & 1 + 4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 + 6\,i \\ 5 + 6\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 3 CSA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-7a + 7b, -3a + b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(a - 6b + 5c, 5a + b, 6a + b - c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,5}$; 2) $A_{1,5}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,4}$; 3) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,1}$;

4) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,4}$; 5) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,4}$; 6) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -2x \\ 2x & 3 & 2 & 2 \\ -3 & x & -x & 0 \\ 0 & -3x & 2x & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 & 2 & -2 \\ 4 & -4 & -2 & -6 & 5 \\ 2 & 6 & 3 & -1 & 2 \\ -2 & 5 & -7 & -4 & 1 \\ -4 & 0 & -1 & 7 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & -7 & -2 \\ 5 & -4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & -4 \\ -5 & -5 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

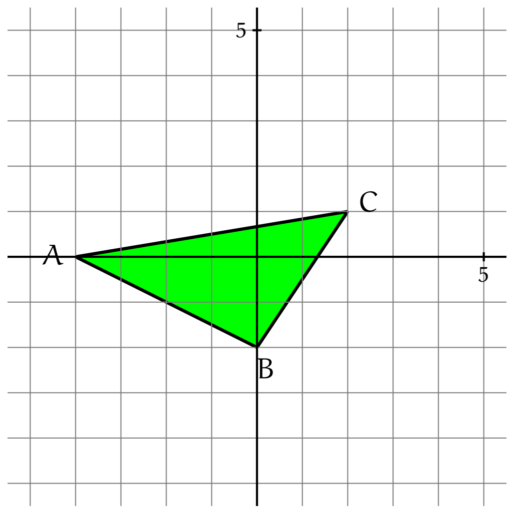
$$\begin{aligned} x_0 &= 1, & x_1 &= 2, & x_2 &= 5, \\ y_0 &= -3, & y_1 &= -2, & y_2 &= 25. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 + i & -4 - 2i \\ 1 - 2i & -2 - 3i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 - 4i \\ -12 + 7i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 4 CABN.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-2a + b, -5a + 8b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(2a - 2b + 4c, -4a + b - 2c, 6a + b - 6c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,2}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,6}$; 2) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,2}$; 3) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,5}$;

4) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,4}A_{5,1}A_{6,2}$; 5) $A_{1,1}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,2}A_{6,3}$; 6) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -3 & 0 & -x & 0 \\ 3x & x & 0 & 3 \\ -3x & x & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -2x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -7 & 4 & 5 \\ -4 & -7 & 6 & -3 & -6 \\ 4 & -4 & 2 & 1 & -2 \\ -7 & 3 & 6 & 1 & -1 \\ -5 & -7 & -5 & -4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 7 \\ -6 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 4 \\ -2 & -3 & -2 & 2 \\ -3 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 4 \\ 3 & -4 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 2 \\ -1 & -4 & 1 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & 6 & 6 \\ 6 & -1 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

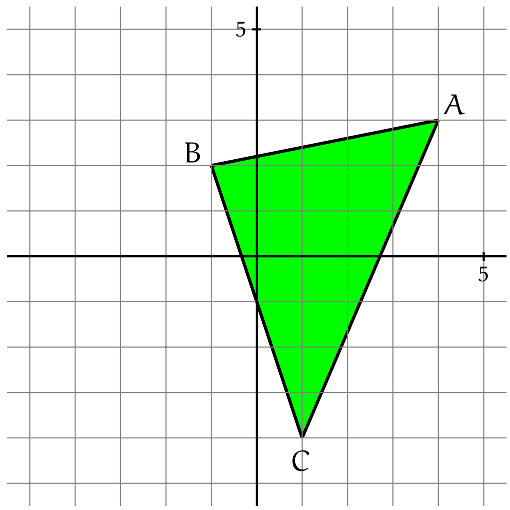
$$\begin{aligned} x_0 &= 1, & x_1 &= 2, & x_2 &= 4, \\ y_0 &= 4, & y_1 &= 9, & y_2 &= 25. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 + i & -1 + i \\ 3 + i & -2 + 4i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 6 + 10i \\ -4 + 12i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Álgebra III. Tarea 3. Variante 5 CCOY.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(a + 4b, 5a - 4b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-a - 4b + 4c, 6a + 4b - 6c, 4a + b - 5c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,1}$; 2) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,5}A_{6,3}$; 3) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,6}$;

4) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,1}$; 5) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,2}$; 6) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,6}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3x & -1 \\ 2 & -3 & -2 & x \\ -3x & -3x & 2 & 2 \\ x & -2x & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 7 & 6 & 2 \\ -2 & 4 & -5 & 6 & 0 \\ 3 & 3 & -3 & -7 & -1 \\ 2 & 5 & 7 & 7 & -4 \\ -6 & -4 & -3 & -7 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -4 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \\ 5 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & -3 \\ 4 & -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 4 & -4 & -4 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

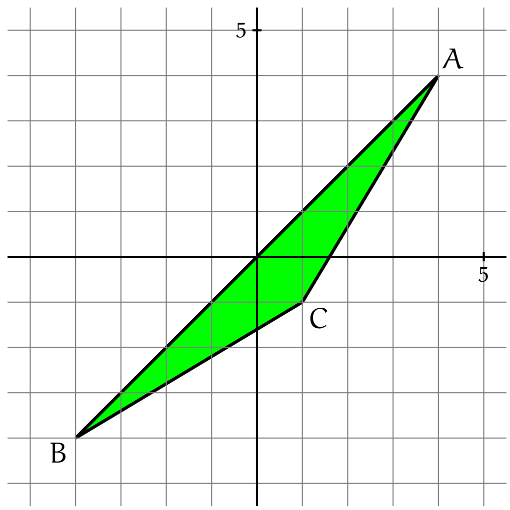
$$x_0 = -3, \qquad x_1 = -2, \qquad x_2 = 2,$$
$$y_0 = 29, \qquad y_1 = 17, \qquad y_2 = 9.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 - 3\,i & 3 + 2\,i \\ -3 - i & 4 - 4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 12 + 5\,i \\ -4 + 4\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 6 DEER.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(6a-4b, 5a-7b)$ como un múltiplo de $f(a,b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(3a-b+6c, 4a+3b+4c, 2a+4b+4c)$ como un múltiplo de $f(a,b,c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,3}$; 2) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,5}$; 3) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,6}$;

4) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,5}A_{6,1}$; 5) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,6}$; 6) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,6}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -1 & x & 3 & -3 \\ 1 & 2 & -3x & x \\ 1 & -2 & -2x & -x \\ x & -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 & -7 & -1 \\ 2 & 6 & 2 & 5 & 2 \\ -7 & -3 & 3 & -7 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & -5 \\ -3 & 1 & -6 \\ -2 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 4 \\ -2 & -3 & -2 & 2 \\ -3 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -4 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & -2 \\ 1 & -3 & -1 \\ 3 & 5 & -6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

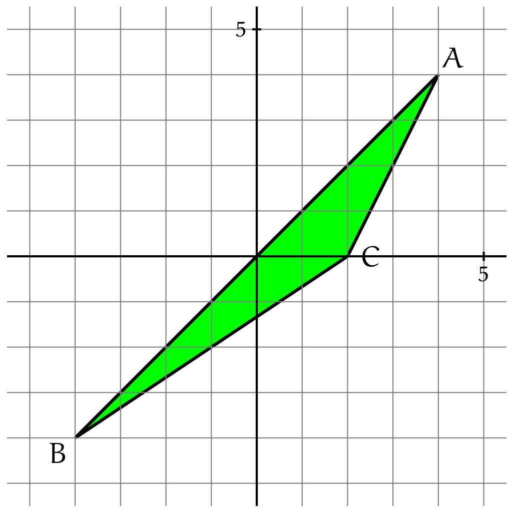
$$\begin{aligned} x_0 &= -3, & x_1 &= 1, & x_2 &= 3, \\ y_0 &= -19, & y_1 &= 1, & y_2 &= -13. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 + i & -3 + 2i \\ 1 - 2i & -3 + 3i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -9 - 8i \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 7 DGGI.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(3a + 7b, -6a - 7b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(a - b - 2c, -a - 4b + 6c, 3a - 2b + 2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,6}$; 2) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,2}$; 3) $A_{1,2}A_{2,4}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,1}$;

4) $A_{1,6}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,1}A_{5,5}A_{6,3}$; 5) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,4}$; 6) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,5}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 0 & 2x & -3 & 1 \\ 3x & 3 & 0 & -x \\ -2 & 2 & 2x & 0 \\ -2x & 2 & 2 & -x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 2 & 7 & -2 \\ 4 & 1 & 5 & -2 & -1 \\ -5 & 3 & -4 & 3 & -6 \\ 4 & -5 & 7 & 0 & 1 \\ -3 & -4 & 6 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -2 \\ -1 & 5 & -5 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & -3 \\ -1 & -2 & -4 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 4 \\ 4 & -5 & -1 \\ 4 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 6 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & -5 & -4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

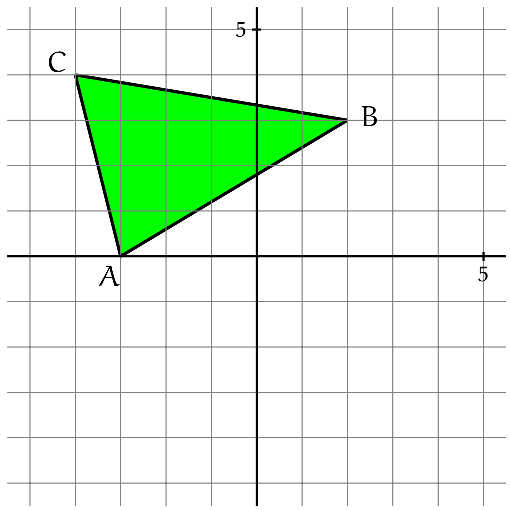
$$x_0 = -5, \qquad x_1 = -3, \qquad x_2 = -2,$$
$$y_0 = -42, \qquad y_1 = -18, \qquad y_2 = -9.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 + 2\,i & -3 + 2\,i \\ 1 + 4\,i & -2 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -6 - 8\,i \\ 7 + i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Álgebra III. Tarea 3. Variante 8 FCIC.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(2a + 2b, a - 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(5a + 3b + 2c, -2a - 5b, -5a - 5b + c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,2}$; 2) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,1}$; 3) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,4}$;

4) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,1}$; 5) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,2}$; 6) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -3 & -2x & -2x & -1 \\ 1 & x & 2x & 3 \\ 0 & 2 & 2 & x \\ -x & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -2 & -1 & 3 \\ -4 & -2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 6 & 7 & -6 \\ -1 & -4 & 5 & -6 & 2 \\ -6 & -2 & 2 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ -7 & 1 & -6 \\ 1 & 7 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 4 & -4 \\ -1 & -2 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \\ -4 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 4 & -4 \\ -4 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & 4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 5 & 5 & 1 \\ -2 & -5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -5 & 5 & -3 \\ -4 & 2 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

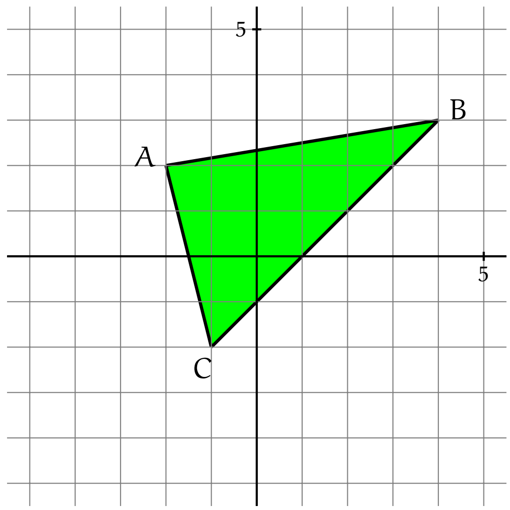
$$x_0 = 0, \qquad x_1 = 1, \qquad x_2 = 4,$$
$$y_0 = 5, \qquad y_1 = 9, \qquad y_2 = 45.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 + 2\,i & -1 + 3\,i \\ -1 - 3\,i & 2 + 4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 + 5\,i \\ -14 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 9 FMI.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(6a + 6b, -a + b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-2a + 3b + c, -2a + b + 4c, 2a - 2b + 2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,4}A_{6,2}$; 2) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,1}$; 3) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,3}$;

4) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,3}$; 5) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,1}$; 6) $A_{1,2}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -x & -3 & -2 & -2x \\ -2 & 2x & 0 & 1 \\ 2x & 2 & 0 & -x \\ -2 & -3 & -x & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 6 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & -7 & 6 & 2 \\ -3 & 6 & 4 & -3 & -4 \\ -6 & -1 & 1 & 6 & 6 \\ -4 & 6 & 7 & 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 3 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & 2 & -4 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 5 & -4 & -3 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -6 \\ -7 \\ -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

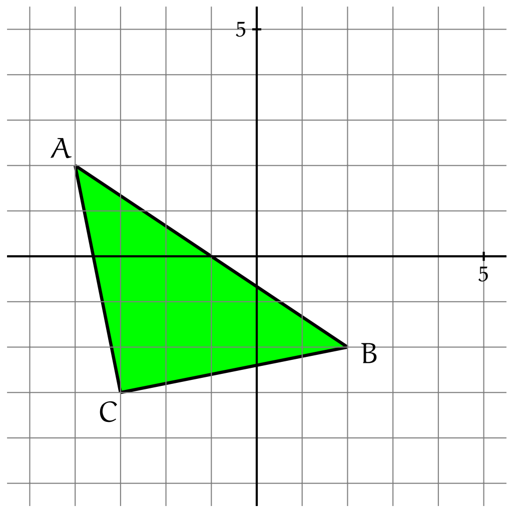
$$x_0 = -3, \qquad x_1 = -1, \qquad x_2 = 3,$$
$$y_0 = 3, \qquad y_1 = -1, \qquad y_2 = 15.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 + 2\,i & 1 - 4\,i \\ -1 - 2\,i & -4 - 3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7 + 7\,i \\ -7 + i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -1 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 10 FGBE.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(7a + 5b, -6a - b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-6a + b + c, 6b + 5c, 3a + b + 2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,6}$; 2) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,4}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,5}$; 3) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,1}$;

4) $A_{1,2}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,5}A_{6,1}$; 5) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,3}$; 6) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} x & 2 & 1 & -x \\ 2 & 1 & -x & 0 \\ 3 & 3x & 2 & -3 \\ 2x & 0 & -3 & 2x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 2 & -3 & -1 \\ -6 & 7 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & -1 & 1 & -5 \\ -2 & -2 & -1 & 1 & -2 \\ -4 & -3 & -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -7 & 7 \\ 2 & -6 & 1 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & -4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & -4 & 2 \\ 1 & -4 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \\ 4 & -1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & -5 \\ 6 & -3 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

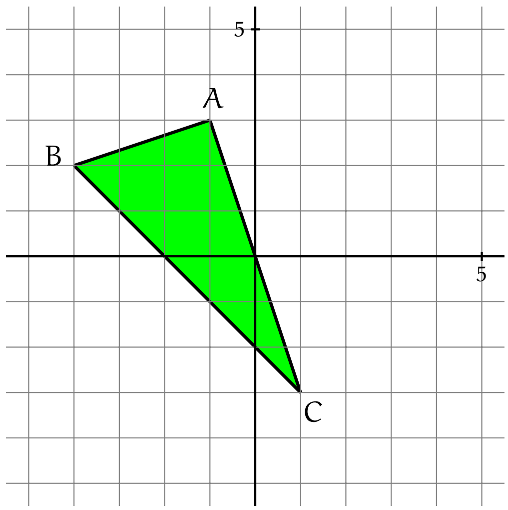
$$\begin{array}{lll} x_0 = -3, & x_1 = 1, & x_2 = 3, \\ y_0 = 24, & y_1 = 0, & y_2 = 0. \end{array}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 - 2\,i & 2 - 3\,i \\ 2 + 4\,i & 4 - i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 - 13\,i \\ -6 - 8\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 11 GDLD.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-a+3b, 7a-4b)$ como un múltiplo de $f(a,b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-a-b-4c, 6a+6b, 2a+3b+4c)$ como un múltiplo de $f(a,b,c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,1}$; 2) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,2}$; 3) $A_{1,5}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,2}$;

4) $A_{1,1}A_{2,6}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,2}$; 5) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,5}A_{6,1}$; 6) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,5}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -1 & -3x & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & x \\ -3x & 0 & 3x & -2 \\ -x & -1 & -3x & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -6 & 2 & 2 & -3 \\ 5 & 6 & 6 & -1 & 5 \\ 7 & 1 & 5 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -3 & 5 & 2 \\ -7 & 4 & -4 & -1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & -7 \\ -3 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -1 \\ -5 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & -5 \\ -6 & 1 & -4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

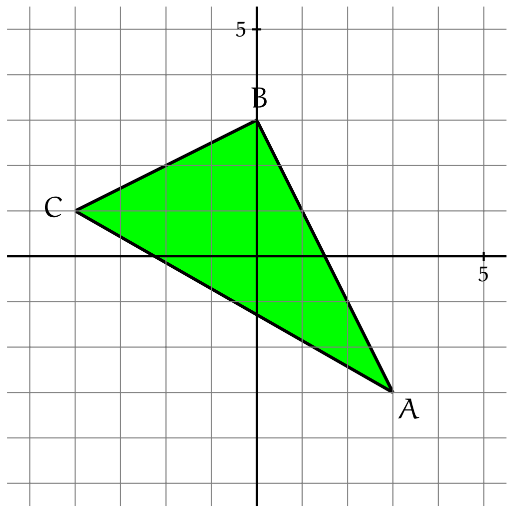
$$\begin{array}{lll} x_0 = -2, & x_1 = -1, & x_2 = 4, \\ y_0 = -4, & y_1 = -1, & y_2 = -46. \end{array}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2+4\,i & 1+3\,i \\ -2+i & -1+4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 14 \\ 5-8\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 12 GGD.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(a + 3b, 7a - 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(3a + 2b + 6c, -6b + 6c, 2a + 6b + 2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,5}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,1}$; 2) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,5}$; 3) $A_{1,4}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,1}$;

4) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,1}$; 5) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,6}$; 6) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2x & 1 \\ -3 & -3x & -1 & 2x \\ x & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2x & -2 & 3x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 3 & -3 & 7 \\ 0 & 6 & 5 & -3 & -6 \\ 4 & 4 & 1 & 3 & -3 \\ -1 & -5 & 5 & -6 & 4 \\ -4 & 4 & -6 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -1 \\ -7 & -1 & 2 \\ -3 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & -2 \\ -3 & 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 \\ -5 & 2 & -3 \\ -4 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 6 & 6 & -4 \\ -4 & -5 & 5 \\ -3 & -5 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

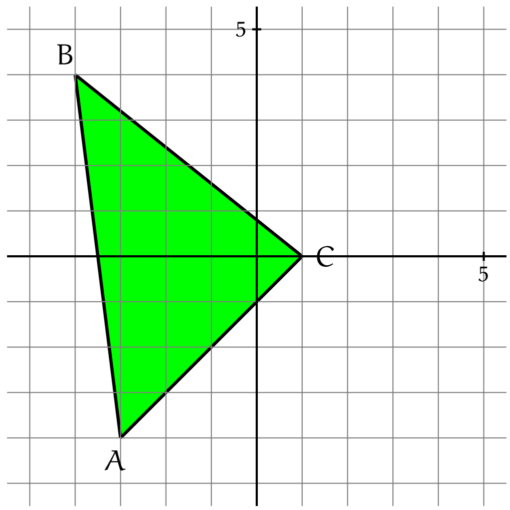
$$x_0 = -3, \qquad x_1 = -1, \qquad x_2 = 2,$$
$$y_0 = 18, \qquad y_1 = 4, \qquad y_2 = -2.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 - 4\,i & 3 + 2\,i \\ 2 + i & -1 + 2\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 - 6\,i \\ -7 - 6\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 13 IMA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-7a - 6b, 2a + 4b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-2a - 2b - 2c, 6a + 3b - 5c, -a + 2b + 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,4}A_{5,3}A_{6,2}$; 2) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,1}$; 3) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,5}$;

4) $A_{1,1}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,5}$; 5) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,3}$; 6) $A_{1,1}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,3}A_{5,6}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -1 & -3x & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2x \\ -3x & 1 & 2x & 3 \\ -x & 1 & 2x & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 7 & 1 & -7 & 1 \\ 6 & 1 & -1 & -1 & 2 \\ -3 & 5 & 4 & -6 & 2 \\ 4 & 2 & -7 & -7 & -7 \\ -7 & -6 & 7 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\mathrm{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\mathrm{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -4 \\ 3 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -7 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

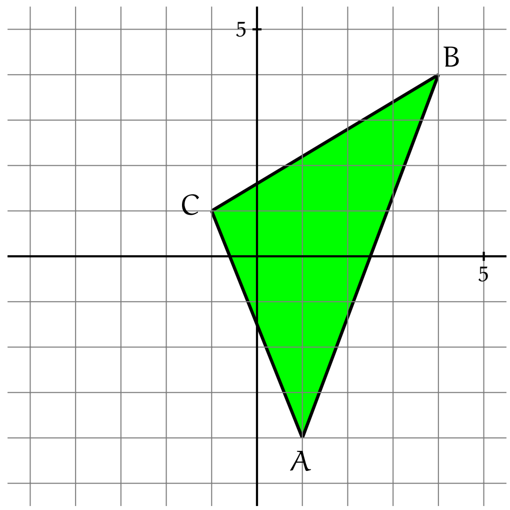
$$\begin{aligned} x_0 &= -5, & x_1 &= -3, & x_2 &= 1, \\ y_0 &= 40, & y_1 &= 18, & y_2 &= -2. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 - 4\,i & -4 + 2\,i \\ -1 + 4\,i & 2 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 - 7\,i \\ -1 - 5\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 14 JNJ.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(7a - 5b, 3a - 5b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-2a + 4b - c, -3a - 3b + 4c, -5a + 4b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,6}$; 2) $A_{1,1}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,5}$; 3) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,1}$;

4) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,3}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,2}$; 5) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,3}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,4}$; 6) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -3 & -2x & -2 & -2x \\ x & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & -x & -1 \\ -1 & -3x & 2 & 3x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -7 & -2 & -3 & -2 \\ 1 & -6 & 5 & 5 & -5 \\ -2 & -6 & -7 & 7 & 0 \\ 7 & -2 & 6 & 4 & -7 \\ -5 & -6 & -7 & 6 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 5 & -3 \\ -2 & -3 & -4 \\ -5 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 4 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 4 \\ -3 & -3 & -2 & -4 \\ 4 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 \\ -4 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 2 & 2 & -5 \\ 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

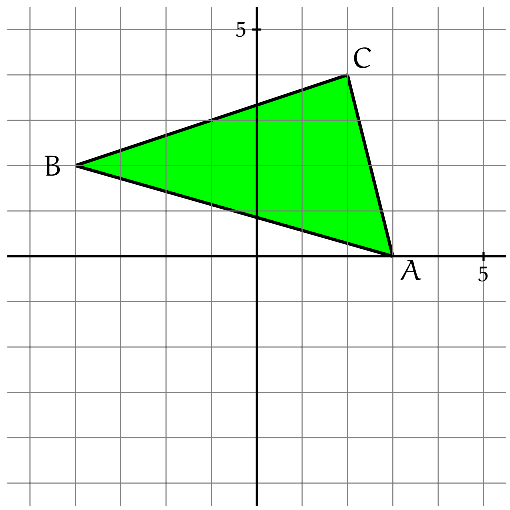
$$\begin{aligned} x_0 &= -3, & x_1 &= -2, & x_2 &= 0, \\ y_0 &= -37, & y_1 &= -20, & y_2 &= -4. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 + i & -2 - 3i \\ -2 - i & -4 - 4i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -12 + 3i \\ -5 - 2i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -1 \\ -6 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 15 JGHE.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-7a + 7b, -5a + 8b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(a - 3b + 4c, -a - 6b + 5c, -5a + 5b - 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,2}$; 2) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,4}$; 3) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,4}$;

4) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,2}$; 5) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,1}$; 6) $A_{1,1}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3 & -2x & -x & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 2x \\ 1 & x & -x & -2 \\ x & -2 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 & 4 & 3 \\ -2 & -4 & -1 & 1 & 4 \\ -5 & -2 & 7 & 4 & 7 \\ -4 & 2 & -3 & 7 & 3 \\ 3 & 5 & 6 & -3 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & -4 \\ -2 & -2 & -6 \\ -3 & -1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -4 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica adj(A) de la matriz A, calcule det(A) y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & 5 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 \\ -1 & 6 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

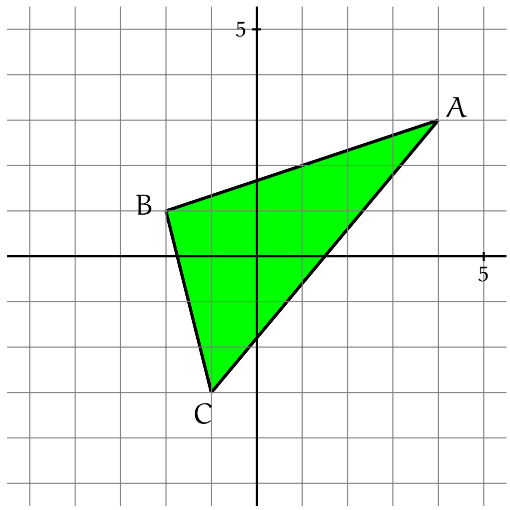
$$x_0 = -4, \qquad x_1 = -3, \qquad x_2 = 1,$$
$$y_0 = 1, \qquad y_1 = -2, \qquad y_2 = 6.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 - 3\,i & 1 - 3\,i \\ -4 - i & -3 + 4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -6 + i \\ -9 + 4\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 16 LHOA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-7a - 3b, 6a + 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-2b + 3c, 5a + 4b - c, -5a - 4b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,2}$; 2) $A_{1,1}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,4}$; 3) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,4}$;

4) $A_{1,2}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,1}$; 5) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,1}$; 6) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3x & -1 \\ 3x & -2x & 2 & -3 \\ -3x & 3x & 1 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & 3x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 6 & 4 & -3 & 4 \\ -3 & 4 & 6 & -1 & -4 \\ -2 & -2 & 5 & -6 & -7 \\ -7 & -5 & -2 & 2 & -2 \\ -4 & 1 & 1 & 6 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & -3 \\ 4 & -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & -3 \\ 4 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -4 & 6 & 5 \\ 2 & -2 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

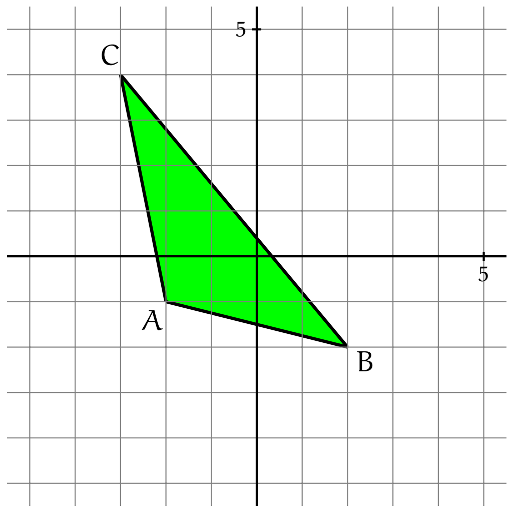
$$\begin{aligned} x_0 &= -3, & x_1 &= -1, & x_2 &= 0, \\ y_0 &= -18, & y_1 &= -2, & y_2 &= -3. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 + i & 3 - 2i \\ -2 + i & 1 - 4i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7 + 3i \\ -13 - 5i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 17 MMA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(6a + 2b, -3a + b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(3a + 3b + 4c, -2a + b - c, -a + 2b - 5c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,3}$; 2) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,3}$; 3) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,3}$;

4) $A_{1,1}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,3}$; 5) $A_{1,5}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,1}$; 6) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,1}A_{6,5}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3x & 2x \\ 3x & -3 & 0 & 1 \\ 3 & x & -1 & 3 \\ -2 & -1 & -x & 3x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 7 & 2 & -2 & -6 \\ -2 & 4 & 6 & -7 & -5 \\ 3 & -5 & -6 & 3 & 6 \\ 7 & -5 & 3 & -6 & 4 \\ -5 & -2 & 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 7 \\ -6 & 6 & -4 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 4 \\ -2 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ -3 & -4 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -5 \\ -2 & -2 & 3 \\ 5 & -4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & -6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

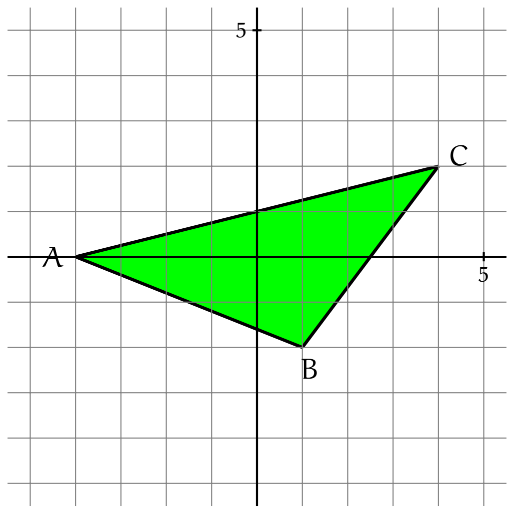
$$\begin{aligned} x_0 &= -1, & x_1 &= 0, & x_2 &= 4, \\ y_0 &= -5, & y_1 &= -2, & y_2 &= 50. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 + 3\,i & -1 + 2\,i \\ -1 - 4\,i & 3 + 3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 10\,i \\ -11 + 8\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Álgebra III. Tarea 3. Variante 18 MME.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(6a + 6b, -3a + b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-6a + b + 3c, -3a + 2b + 3c, -3a + 4b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,3}$; 2) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,1}$; 3) $A_{1,2}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,3}$;

4) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,1}A_{6,3}$; 5) $A_{1,5}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,1}$; 6) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,5}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3x & -2 & -3 & -2x \\ 2 & 2 & 2x & 2 \\ -3x & -3 & 3 & x \\ 2 & x & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 & -1 & 3 \\ -5 & -6 & -1 & 2 & 6 \\ -3 & -2 & 0 & 5 & 5 \\ 2 & 4 & -5 & 1 & -2 \\ 4 & 3 & 1 & -5 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -1 & -3 \\ -5 & 1 & 3 \\ -6 & 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -3 & -2 \\ -3 & -2 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & -5 & -5 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 \\ -2 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

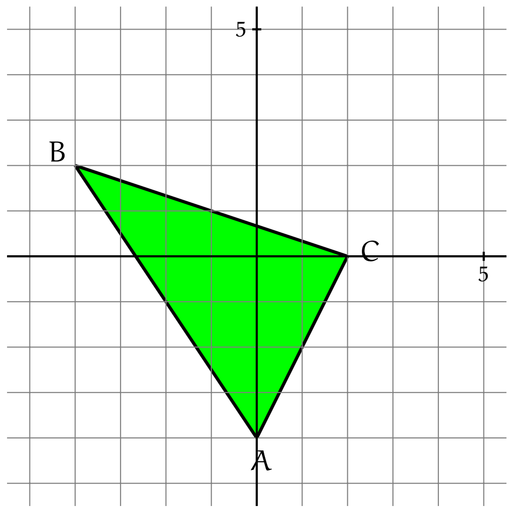
$$\begin{aligned} &x_0 = 0, && x_1 = 1, && x_2 = 4, \\ &y_0 = -3, && y_1 = -3, && y_2 = -27. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 - i & -4 - i \\ 2 - i & 1 - 2i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -8 + 11i \\ 6 - 10i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Álgebra III. Tarea 3. Variante 19 OCIA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(6a + 3b, 4a + 5b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(6a + 3b - 3c, -3a + 3b + c, 2b - 2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,6}A_{3,3}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,5}$; 2) $A_{1,1}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,4}A_{5,3}A_{6,2}$; 3) $A_{1,2}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,5}A_{5,4}A_{6,1}$;

4) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,1}A_{6,5}$; 5) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,2}$; 6) $A_{1,4}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,5}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & -3x \\ -2x & -1 & 3x & -3 \\ -3 & -2x & 0 & 3 \\ x & -1 & 3x & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & -2 & -2 \\ 2 & 3 & -5 & 4 & -3 \\ -7 & -1 & 2 & -4 & 5 \\ 2 & -5 & -4 & 6 & 7 \\ -2 & -4 & -2 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 & -5 \\ 4 & -3 & -4 \\ -5 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & -2 \\ -4 & 2 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -5 \\ 5 & 4 & 5 \\ -2 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 & -4 & -2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

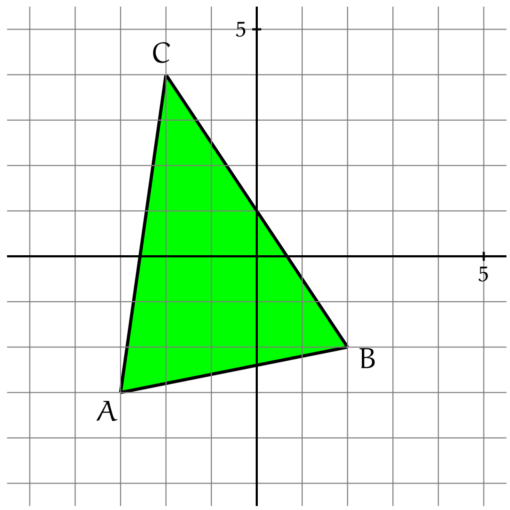
$$\begin{aligned} x_0 &= -4, & x_1 &= -3, & x_2 &= 0, \\ y_0 &= -5, & y_1 &= -2, & y_2 &= -5. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 - 2\,i & -4 - 4\,i \\ -4 + 3\,i & 2 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 + 10\,i \\ 2 + 6\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos $\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}$ del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{\mathsf{AB}}$ y $\overrightarrow{\mathsf{AC}}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{\mathsf{BA}}$ y $\overrightarrow{\mathsf{BC}}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos $\mathsf{P}, \mathsf{Q}, \mathsf{R}, \mathsf{S}$ del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{\mathsf{PQ}}$, $\overrightarrow{\mathsf{PR}}$, $\overrightarrow{\mathsf{PS}}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{\mathsf{QP}}$, $\overrightarrow{\mathsf{QR}}$, $\overrightarrow{\mathsf{QS}}$;
- el volumen de la pirámide PQRS.

$$\mathsf{P} = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{Q} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{R} = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{S} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 20 PHU.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-7a + 8b, a + b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-6a - 5b + 4c, 2b - c, 3a + 5b + c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,4}$; 2) $A_{1,5}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,1}$; 3) $A_{1,2}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,1}$;

4) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,6}A_{6,1}$; 5) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,3}$; 6) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,1}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & -2x \\ 3x & -3 & -2 & -3 \\ 3 & 3x & 3x & 0 \\ -2 & -3x & -x & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & -6 & -3 & 0 \\ 5 & -6 & 3 & -1 & 1 \\ -4 & 6 & -4 & -1 & 6 \\ -6 & 7 & 5 & 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -7 & 6 \\ -7 & 7 & -5 \\ 4 & -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 4 & 2 \\ -3 & -1 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

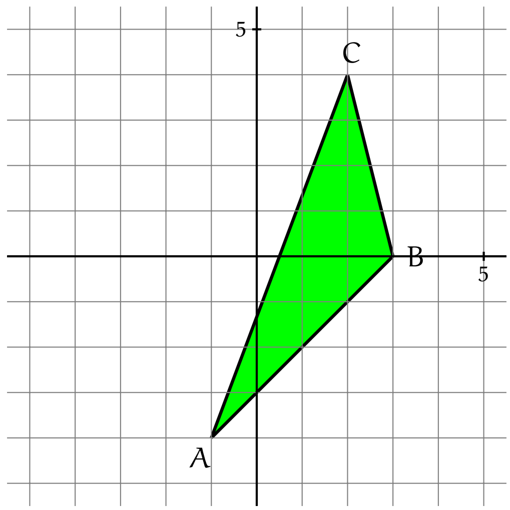
$$\begin{array}{lll} x_0 = -1, & x_1 = 0, & x_2 = 4, \\ y_0 = -1, & y_1 = -3, & y_2 = 49. \end{array}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 - 2\,i & 1 - i \\ 3 + 2\,i & 4 + 2\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7 - 5\,i \\ 13 + 5\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 21 PPAA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(3a-3b, 2a+3b)$ como un múltiplo de $f(a,b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(4a-2b-2c, -2a-5b+c, -6a+3b+2c)$ como un múltiplo de $f(a,b,c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,6}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,1}$; 2) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,4}A_{5,2}A_{6,1}$; 3) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,5}A_{6,1}$;

4) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,1}$; 5) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,1}$; 6) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,5}A_{6,1}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2 & 2x & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 3x & x \\ 3 & -1 & -3x & x \\ 2x & 0 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & -1 & -1 & -4 \\ -7 & 5 & -5 & -2 & 0 \\ 5 & 3 & -6 & -6 & -3 \\ -1 & -7 & 7 & 2 & -7 \\ -1 & 5 & -3 & -4 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 6 & -1 & -2 \\ 0 & -7 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 3 & -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -5 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 \\ -3 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

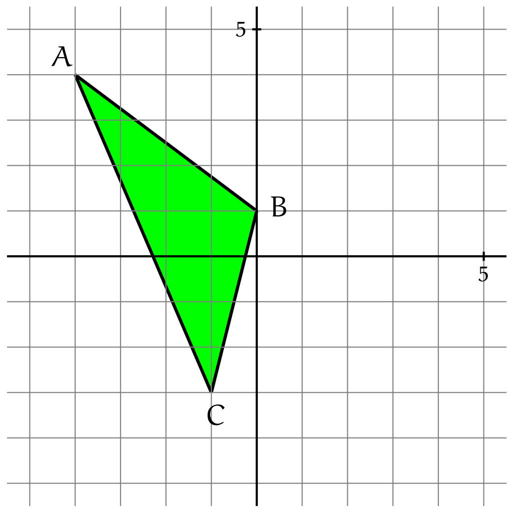
$$\begin{aligned} &x_0 = -3, && x_1 = -2, && x_2 = 0, \\ &y_0 = 12, && y_1 = 1, && y_2 = -3. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 - i & 1 + i \\ 3 - 3i & 4 - 4i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 - 13i \\ -5 - 9i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 22 QMA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-a + 8b, 3a - 5b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(4a - b - 5c, -2a - 2b + 6c, 4a - 4b + 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,6}A_{2,2}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,4}$; 2) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,5}$; 3) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,4}$;

4) $A_{1,1}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,5}$; 5) $A_{1,5}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,3}$; 6) $A_{1,5}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -2 & -3 & 3x & -3x \\ -2 & 3 & 2x & 2x \\ -2x & -2 & 3 & 2 \\ 3 & -x & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & -2 & 5 & 3 \\ -7 & -2 & -4 & 3 & 4 \\ -6 & -6 & -3 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 4 & -5 & -3 \\ 1 & -4 & 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & -4 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -6 & -3 & -5 \\ 4 & -4 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

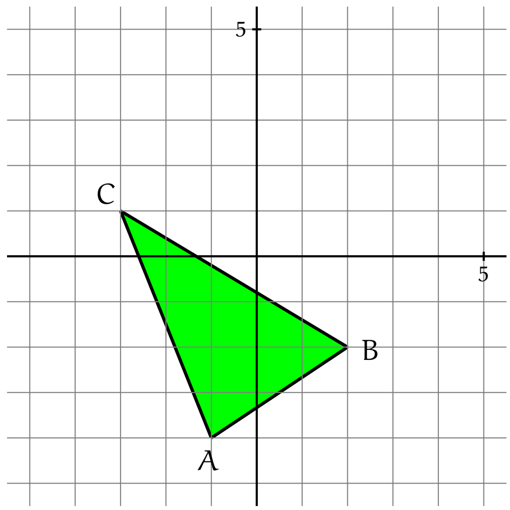
$$\begin{array}{lll} x_0 = -1, & x_1 = 0, & x_2 = 3, \\ y_0 = -3, & y_1 = -1, & y_2 = 17. \end{array}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 + i & 2 + 3i \\ -4 + 3i & -2 + 3i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 9 - 7i \\ -7 + i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -5 \\ -6 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 23 RMAD.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-a+5b, 2a+6b)$ como un múltiplo de $f(a,b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(a+b-3c, 4a-4b-2c, -2a+5b+3c)$ como un múltiplo de $f(a,b,c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,5}A_{6,3}$; 2) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,3}$; 3) $A_{1,2}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,5}$;

4) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,1}$; 5) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,5}A_{6,3}$; 6) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} x & 1 & 3x & -1 \\ 0 & 3 & -2 & -3x \\ 3 & -2x & -1 & 2 \\ -3x & -1 & -3x & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -6 & -5 & -6 & -6 \\ -1 & -1 & -4 & -7 & -2 \\ 3 & -4 & 3 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & 3 & -4 & 1 \\ -6 & -5 & 7 & 7 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -2 \\ 5 & 2 & 5 \\ -3 & 5 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & -3 \\ 4 & 1 & -2 & -3 \\ -3 & 1 & -2 & 2 \\ -4 & 4 & -4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \\ -4 & -4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 3 & -3 & 2 \\ -4 & 6 & -4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ -6 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

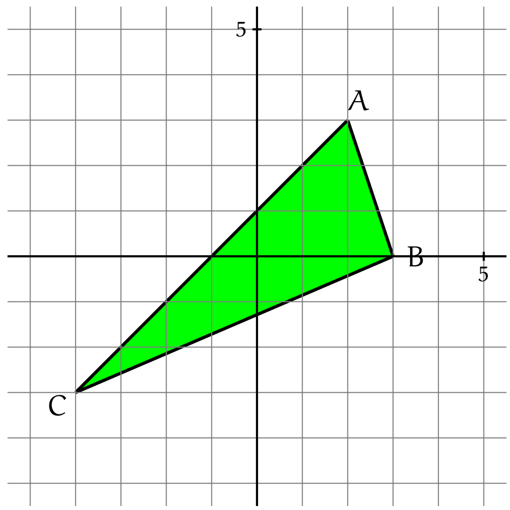
$$\begin{aligned} x_0 &= -4, & x_1 &= -3, & x_2 &= 3, \\ y_0 &= 7, & y_1 &= 9, & y_2 &= -21. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 - i & -4 - 2i \\ 3 + 3i & -3 - 2i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 12 + 6i \\ -7 - 6i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos $\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}$ del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{\mathsf{AB}}$ y $\overrightarrow{\mathsf{AC}}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{\mathsf{BA}}$ y $\overrightarrow{\mathsf{BC}}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos $\mathsf{P}, \mathsf{Q}, \mathsf{R}, \mathsf{S}$ del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{\mathsf{PQ}}$, $\overrightarrow{\mathsf{PR}}$, $\overrightarrow{\mathsf{PS}}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{\mathsf{QP}}$, $\overrightarrow{\mathsf{QR}}$, $\overrightarrow{\mathsf{QS}}$;
- el volumen de la pirámide PQRS.

$$\mathsf{P} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{Q} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{R} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{S} = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 24 RDIDJ.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-7a + 4b, -5a + 7b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-2a - 4b + 4c, 3a + 4b + 6c, 2a + 6b - 5c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,1}$; 2) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,1}$; 3) $A_{1,6}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,5}A_{6,3}$;

4) $A_{1,5}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,6}A_{6,1}$; 5) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,4}$; 6) $A_{1,1}A_{2,1}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -3x & -3x & 3 & 2 \\ -2 & 3 & 3 & 3x \\ 3 & 0 & -x & -1 \\ 3x & -2x & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -7 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -6 & 3 \\ 6 & 2 & 3 & 6 & -5 \\ -7 & 6 & 7 & 3 & 6 \\ -4 & -7 & 7 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -2 \\ 5 & -1 & -4 \\ 0 & -6 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -1 \\ 4 & -3 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ -4 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \\ -5 & 1 & 4 \\ -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & -6 & 4 \\ 2 & -6 & 3 \\ -3 & -6 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

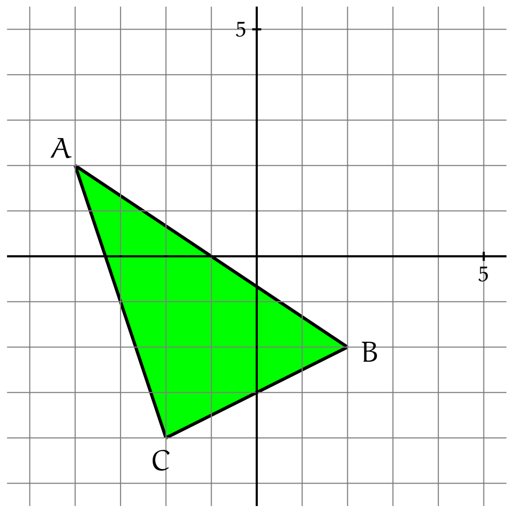
$$x_0 = -5, \qquad x_1 = -2, \qquad x_2 = -1,$$
$$y_0 = 31, \qquad y_1 = 4, \qquad y_2 = -1.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 + 3\,i & 1 - 4\,i \\ 2 - 3\,i & -2 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 - i \\ -5 - 10\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 25 RHI.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-4a + b, 6a + 2b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(6a + 4b + 2c, 2a + 5b + 6c, -5a + 2b + 5c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,6}A_{2,1}A_{3,5}A_{4,4}A_{5,2}A_{6,3}$; 2) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,2}$; 3) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,5}A_{6,1}$;

4) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,1}$; 5) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,6}A_{6,1}$; 6) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,5}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2x & 1 & -3 & 3 \\ -3 & -1 & 2x & x \\ -2 & -3x & -3 & 2 \\ -2 & -3 & 3x & x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 7 & 6 & -2 & 3 \\ -4 & 4 & 3 & -6 & -5 \\ 1 & 1 & -3 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 5 & -4 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -7 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -1 & 2 \\ -2 & 4 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -1 & -5 & -4 \\ 6 & -6 & -2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

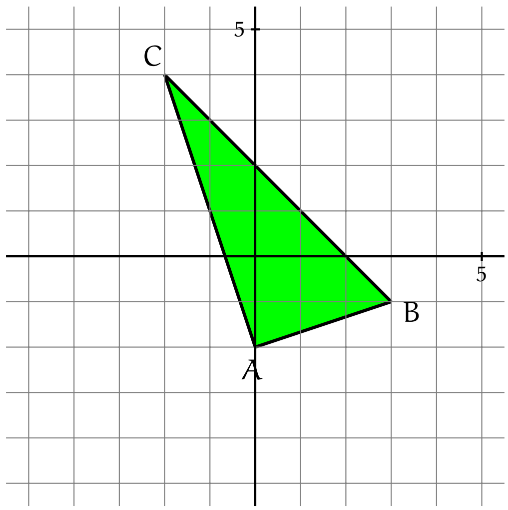
$$\begin{aligned} &x_0 = 1, && x_1 = 2, && x_2 = 4, \\ &y_0 = -7, && y_1 = -13, && y_2 = -37. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 - 3\,i & 1 + i \\ 1 - 2\,i & 3 - 2\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 9 - 7\,i \\ 5 + 4\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 26 RQEI.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(8a - 4b, -5a + 5b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-4a + 3b, 3a + 5b - 3c, 2a - 5b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,4}$; 2) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,2}$; 3) $A_{1,6}A_{2,2}A_{3,1}A_{4,4}A_{5,3}A_{6,5}$;

4) $A_{1,4}A_{2,1}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,2}$; 5) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,2}$; 6) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -2x & -3 & -3 & -x \\ -2x & 2 & -3 & 2x \\ -1 & -2 & 2x & 1 \\ -3 & -2x & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*

Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 & -1 & 6 \\ 5 & 7 & 6 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -4 & -1 & 7 \\ -1 & -1 & -4 & 6 & 5 \\ -5 & 6 & -1 & 2 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*

Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \\ -6 & -2 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*

Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & -4 \\ -3 & 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ -4 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \\ -5 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 & -4 \\ 1 & -1 & 5 \\ -4 & 5 & -5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

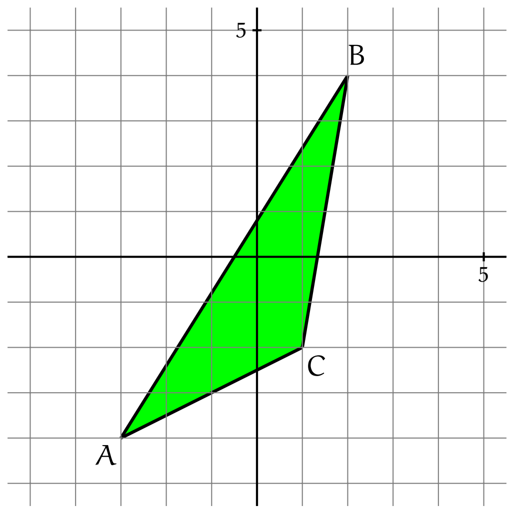
$$x_0 = -1, \qquad x_1 = 3, \qquad x_2 = 4,$$
$$y_0 = 0, \qquad y_1 = -16, \qquad y_2 = -30.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 + i & 4 + i \\ 1 + i & 1 + 2i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -7 + 2i \\ -13 + 4i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 27 SMS.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(4a - 8b, -5a + 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-2a + b - 3c, -a + 2b + 6c, -4a + 4b - 2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,3}$; 2) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,4}A_{6,1}$; 3) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,3}$;

4) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,5}$; 5) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,1}$; 6) $A_{1,1}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -x & 2 & -2x & 3 \\ 0 & -1 & -2 & -2x \\ 1 & 2x & -2 & -1 \\ x & 3 & 3x & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -4 & -5 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 5 & -1 \\ -7 & 7 & -6 & 5 & 5 \\ -3 & 6 & -3 & 6 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -1 \\ 1 & 2 & -5 \\ -1 & 6 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -4 & 2 \\ -4 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 6 & -5 & 5 \\ 6 & -5 & 2 \\ -4 & 2 & -6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

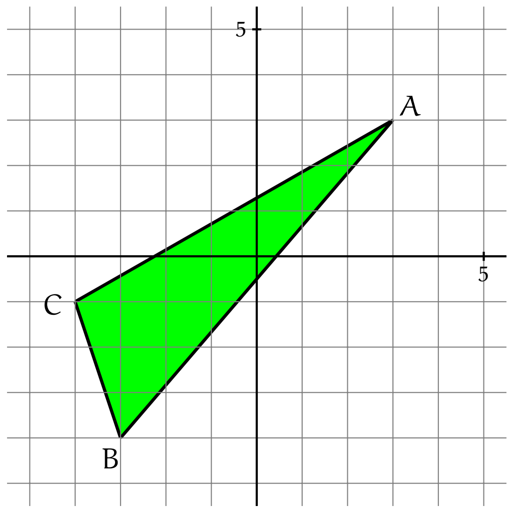
$$\begin{aligned} x_0 &= -4, & x_1 &= -3, & x_2 &= -1, \\ y_0 &= -16, & y_1 &= -7, & y_2 &= -1. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2+4\,i & 1+3\,i \\ 1+2\,i & 3+4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -4+8\,i \\ -11-7\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 28 SBE.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(6a+4b, -8a-b)$ como un múltiplo de $f(a,b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(a+3b-4c, a+4b-2c, -5a+b+5c)$ como un múltiplo de $f(a,b,c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,1}$; 2) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,5}$; 3) $A_{1,1}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,5}$;

4) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,6}$; 5) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,1}$; 6) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -2 & -3x & -1 & 3x \\ 1 & 0 & 3x & -2 \\ 0 & x & 3 & 3x \\ -x & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & -4 & -1 \\ 0 & 6 & -3 & 1 & -1 \\ 7 & 3 & -2 & -6 & 5 \\ 2 & 3 & -3 & -6 & 2 \\ -4 & -2 & 7 & 4 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 5 & 7 & -3 \\ -2 & -5 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & -2 \\ -3 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ -5 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -5 & 2 & 6 \\ 6 & 2 & -4 \\ -2 & 3 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0,1,2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0,1,2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0,1,2\}$.

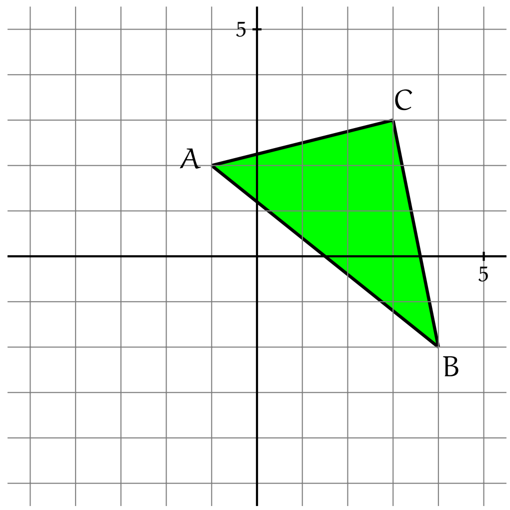
$$\begin{aligned} &x_0 = -1, && x_1 = 2, && x_2 = 3, \\ &y_0 = 10, && y_1 = 1, && y_2 = 6. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2+2\,i & -1-2\,i \\ 1-4\,i & -1+4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2-10\,i \\ 8+2\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 29 TVE.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(4a - 4b, -5a + 2b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-a + b - 2c, a + 3b - 6c, 6a - 6b - 2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,5}A_{6,2}$; 2) $A_{1,1}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,5}$; 3) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,1}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,3}$;

4) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,6}$; 5) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,1}A_{6,5}$; 6) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,6}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 & 3x \\ -3x & 1 & -2x & -3 \\ -x & 1 & x & 0 \\ -1 & 2x & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -4 & 1 & 6 \\ 5 & -7 & -2 & 2 & 7 \\ -6 & 1 & -7 & -2 & -3 \\ -3 & -7 & 2 & -5 & -7 \\ -7 & 6 & 3 & -3 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -7 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ -3 & -2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -4 & 3 \\ -3 & 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & -4 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -5 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

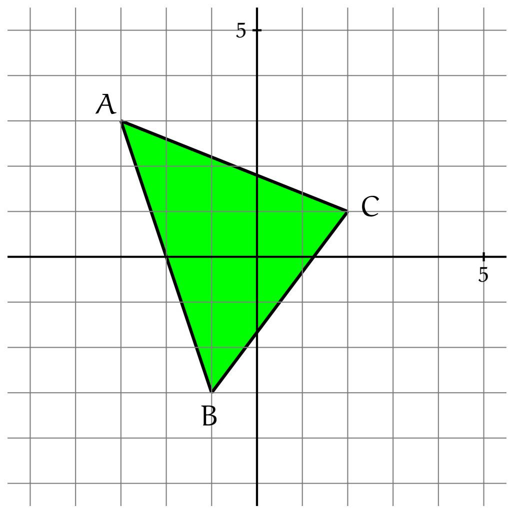
$$\begin{aligned} x_0 &= -4, & x_1 &= -1, & x_2 &= 1, \\ y_0 &= -30, & y_1 &= -3, & y_2 &= -5. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 + i & -3 + 3\,i \\ -2 - 2\,i & -4 - 3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -9 + 3\,i \\ 2 - 2\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 30 VOA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(7a - 6b, 5a - 8b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(3a - b + c, -a + 5b - 4c, 5a + 2b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,3}$; 2) $A_{1,5}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,4}$; 3) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,1}$;

4) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,4}$; 5) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,2}$; 6) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,5}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -2 & 0 & -x & -2x \\ 2 & 3x & -1 & 1 \\ x & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & -3x & -2x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -3 & -2 & -6 & 0 \\ -2 & -1 & -5 & -6 & 6 \\ 4 & -7 & -3 & -6 & -7 \\ 2 & 5 & 6 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & 4 & -7 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & -7 \\ 2 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & -3 \\ 1 & -3 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -1 & 6 & -2 \\ 4 & 4 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

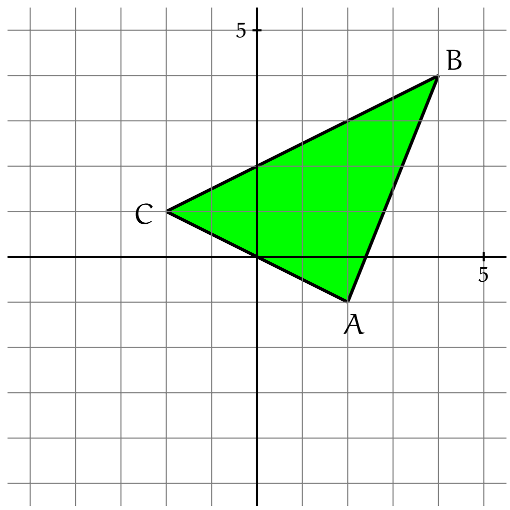
$$\begin{array}{lll} x_0 = -3, & x_1 = -1, & x_2 = 0, \\ y_0 = 28, & y_1 = 10, & y_2 = 4. \end{array}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 - 4\,i & -3 - 4\,i \\ -2 - 2\,i & -4 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 + 5\,i \\ 12 + 2\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -1 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 31 VBLA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(4a + 3b, -4a - 8b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(6a - 6b + 6c, 4a - 5b + 5c, -a - 5b - 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,1}$; 2) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,5}$; 3) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,5}A_{6,3}$;

4) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,6}A_{5,5}A_{6,2}$; 5) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,4}A_{5,2}A_{6,4}$; 6) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 2x \\ -3x & 3x & 0 & -3 \\ -x & -3x & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -2x & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & -5 & -2 & 1 \\ -6 & -6 & -3 & -1 & 6 \\ -7 & -5 & 4 & 5 & -4 \\ -3 & 5 & -1 & 6 & -1 \\ -2 & -5 & -2 & -3 & -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 6 \\ 1 & -6 & 3 \\ 0 & -7 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -4 & -3 \\ -2 & 3 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -1 \\ 4 & 3 & -4 \\ 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -4 \\ -5 & 4 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

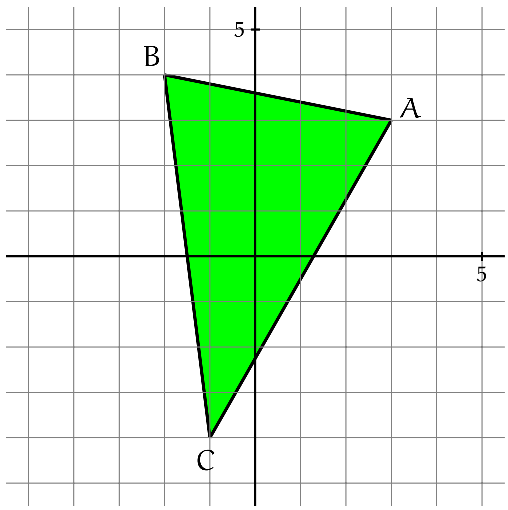
$$\begin{aligned} &x_0 = -3, && x_1 = -2, && x_2 = 3, \\ &y_0 = 6, && y_1 = 7, && y_2 = -18. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 + i & 3 - i \\ 1 - 2i & 4 - i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 9 - 5i \\ -3 - 12i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 32 BMS.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(7a + 3b, 6a - b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(2a + 2b + 2c, -5a - b + 6c, -4a - 2b - 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,5}A_{6,1}$; 2) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,6}A_{6,1}$; 3) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,1}$;

4) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,2}$; 5) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,1}A_{6,3}$; 6) $A_{1,2}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,6}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2x & -2 & -x & -2 \\ 1 & -3 & -1 & 3x \\ 2x & 3 & 2x & 1 \\ -3 & -3x & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & 7 & -1 & -7 & 3 \\ -5 & 1 & 5 & 5 & -1 \\ -3 & 6 & -1 & -5 & -6 \\ -5 & 0 & -4 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \\ -2 & 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & -2 \\ -4 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 5 \\ 4 & -3 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

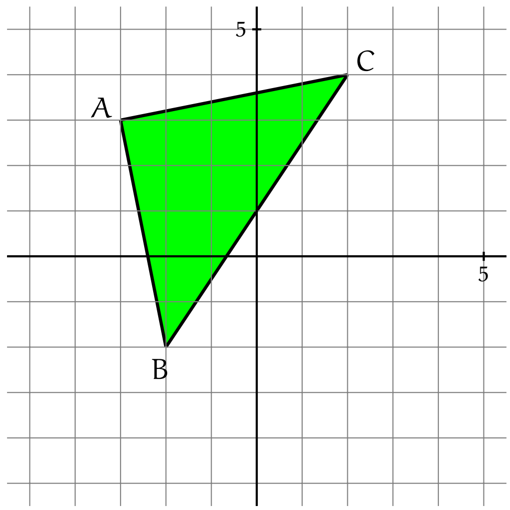
$$\begin{array}{lll} x_0 = -5, & x_1 = -1, & x_2 = 1, \\ y_0 = -27, & y_1 = 5, & y_2 = -3. \end{array}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 - i & -2 - i \\ -1 + 3i & -4 + 3i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7i \\ -7 - 9i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Álgebra III. Tarea 3. Variante 33 MCEH.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(2a + 8b, 2a - 2b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(3a - 4b - 3c, -3a + 4b + 4c, -5a - 6b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,5}$; 2) $A_{1,4}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,2}$; 3) $A_{1,5}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,1}$;

4) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,1}$; 5) $A_{1,1}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,5}$; 6) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2x & -1 \\ 1 & 1 & 3 & -x \\ 2x & -x & 0 & -3 \\ -x & 3x & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -5 & -7 & -3 & 3 \\ -5 & 3 & 1 & -7 & 2 \\ -2 & 6 & -6 & -1 & 5 \\ 4 & -6 & 6 & 7 & -6 \\ -4 & 4 & 5 & 5 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & -6 \\ 7 & 7 & 4 \\ -3 & -6 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & 4 & 1 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica adj(A) de la matriz A, calcule det(A) y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -5 & -3 \\ -2 & -5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -7 \\ 6 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

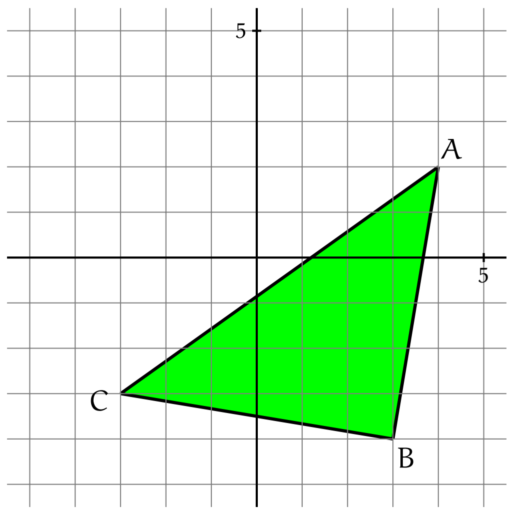
$$x_0 = 0, \qquad x_1 = 2, \qquad x_2 = 5,$$
$$y_0 = 5, \qquad y_1 = 3, \qquad y_2 = 30.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 + i & -3 - i \\ 4 - 3i & 4 - 4i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7 - 11i \\ 3 + 5i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 34 MARA.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-7a + 3b, 2a + 3b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-5b + c, -5a + 2b - 4c, 6a + 6b + 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,2}$; 2) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,4}$; 3) $A_{1,6}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,5}$;

4) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,5}$; 5) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,6}$; 6) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2 & 0 & -x & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -x \\ 2x & -2x & -3 & -3 \\ 3x & -2x & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -5 & 2 & 7 \\ 5 & 6 & -4 & -4 & 3 \\ 1 & 7 & 3 & -7 & -6 \\ -7 & 0 & 4 & 2 & -5 \\ -4 & -3 & -5 & 6 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -7 \\ -1 & 4 & 6 \\ 1 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & -1 \\ -4 & 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & -3 \\ -3 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \\ -1 & -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 & -6 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ -4 & -2 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

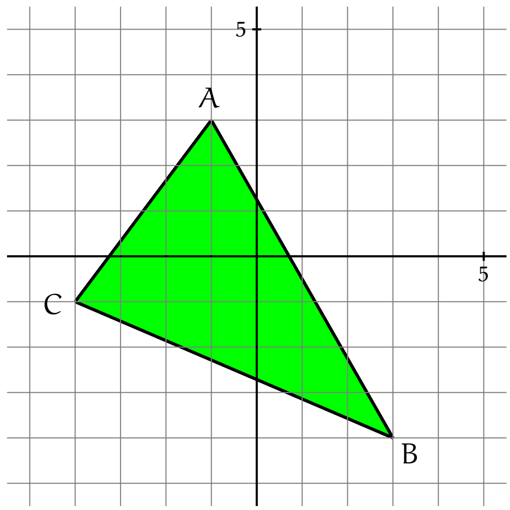
$$\begin{aligned} x_0 &= -3, & x_1 &= -2, & x_2 &= 1, \\ y_0 &= 23, & y_1 &= 15, & y_2 &= 3. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 + 4\,i & -4 + 2\,i \\ -3 + 3\,i & -4 + 3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 - 8\,i \\ -8 - 7\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 35 TLLB.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-7a - 5b, 3a + 4b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(a + 6b + c, 5a + 5c, 3a - b + 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,6}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,5}$; 2) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,1}$; 3) $A_{1,2}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,1}$;

4) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,3}$; 5) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,5}A_{6,1}$; 6) $A_{1,4}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,5}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2x & 3 \\ -2x & 2 & 2 & -x \\ 2 & 2x & 3 & 0 \\ -3x & -3 & -1 & -x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 & 5 & -5 \\ -6 & -6 & 1 & 2 & -7 \\ 7 & 7 & 6 & -2 & 7 \\ 2 & 1 & -3 & 2 & 0 \\ -5 & -5 & -1 & 7 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 4 & -5 & 0 \\ 4 & 1 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ -4 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -6 & 5 \\ -3 & -2 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

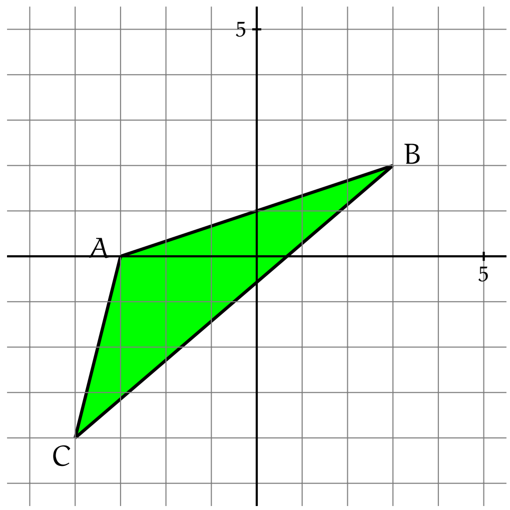
$$\begin{aligned} x_0 &= 2, & x_1 &= 4, & x_2 &= 5, \\ y_0 &= 14, & y_1 &= 32, & y_2 &= 44. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 + 3\,i & -3 - 2\,i \\ -1 - 3\,i & 2 - 3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 + 2\,i \\ -2 - 8\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 36 TRI.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(3a - b, -3a + 7b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-3a + 4b + 3c, 3b - 5c, a - 4b - 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,3}$; 2) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,1}$; 3) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,3}A_{4,2}A_{5,2}A_{6,4}$;

4) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,4}$; 5) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,5}A_{6,3}$; 6) $A_{1,2}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} x & -x & -1 & 3 \\ -x & -x & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -3 & 2x \\ 2 & 2 & x & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -4 & 7 & -4 & 2 \\ -2 & -2 & 3 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & -2 & -6 & 0 \\ -3 & 1 & -3 & -4 & 3 \\ -7 & 7 & 1 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -2 \\ -1 & -7 & -5 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 4 \\ -2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & -2 \\ -3 & 5 & 5 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ -4 & -5 & 5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

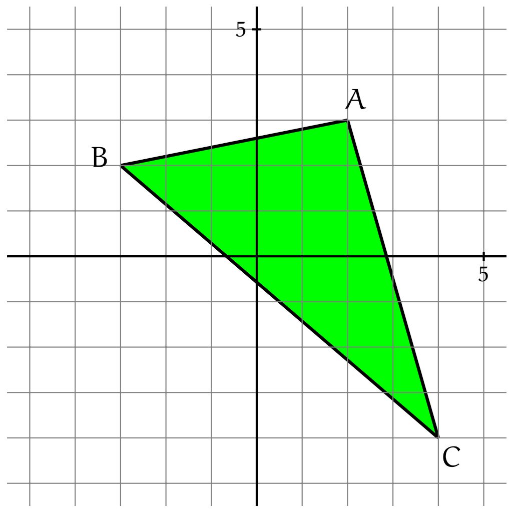
$$\begin{aligned} x_0 &= -1, & x_1 &= 2, & x_2 &= 4, \\ y_0 &= 0, & y_1 &= -6, & y_2 &= 0. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 - 3\,i & -1 + 3\,i \\ -4 + 2\,i & -2 - 2\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 12 + 4\,i \\ 4 + 6\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 37 ERE.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(2a + 4b, 3a - 2b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-3a - 3b + 4c, -a + b + c, 3a - 6b + 2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,1}$; 2) $A_{1,6}A_{2,1}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,4}$; 3) $A_{1,6}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,3}$;

4) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,5}$; 5) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,4}A_{5,3}A_{6,2}$; 6) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3x & 1 \\ -2 & 2x & 2 & -3x \\ -3 & -x & 2 & -x \\ -2x & 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 & -5 \\ -5 & 3 & -5 & -7 & -4 \\ -1 & 7 & -1 & -3 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 2 & -6 \\ 0 & -7 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -3 & -4 \\ 5 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 \\ -4 & 3 & -1 & 3 \\ 4 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & -3 & -2 \\ 3 & 2 & -4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 2 & -4 & 3 \\ -4 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \\ -6 & 3 & -5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

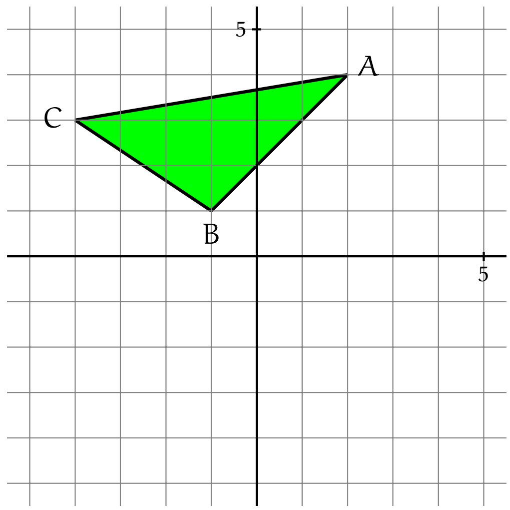
$$x_0 = -4, \qquad x_1 = -3, \qquad x_2 = 2,$$
$$y_0 = 41, \qquad y_1 = 22, \qquad y_2 = 17.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 - i & -2 + 2\,i \\ 2 - 2\,i & -3 - 3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -6 - 12\,i \\ 6 + 10\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 38.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-8a + 7b, 5a - 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-6a - 5b + 2c, -5a + 4b + 6c, 5a + 3b - 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,2}$; 2) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,5}$; 3) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,5}$;

4) $A_{1,6}A_{2,1}A_{3,3}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,5}$; 5) $A_{1,2}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,1}$; 6) $A_{1,2}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,1}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3 & -2x & -3x & -2 \\ -2 & -2x & -x & -1 \\ -3x & 0 & 3 & 3 \\ 0 & -3 & -2 & x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -4 & -5 & -5 \\ 1 & 6 & 4 & -1 & 4 \\ 5 & -3 & 6 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 0 & -6 & 5 \\ 4 & -4 & 3 & -5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -2 & -6 & -1 \\ -4 & -7 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & -4 \\ -3 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ -4 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & -5 \\ 5 & -2 & -6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

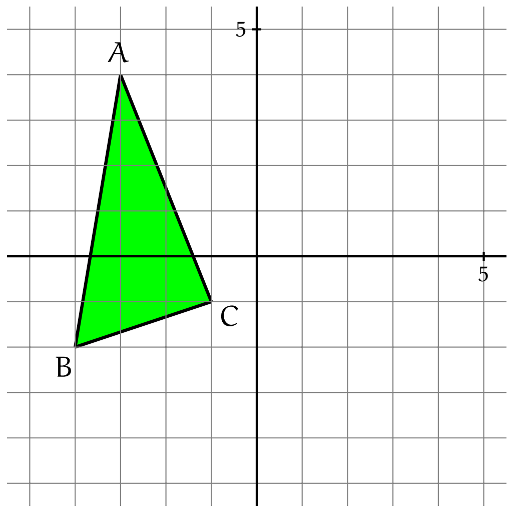
$$x_0 = -5, \qquad x_1 = -4, \qquad x_2 = 1,$$
$$y_0 = 33, \qquad y_1 = 23, \qquad y_2 = 3.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 - 2\,i & 4 - 3\,i \\ -2 + i & 3 - 3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 9 + 3\,i \\ -2 + 6\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 39.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-4a + 8b, -4a + 2b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-3a + 6b - 2c, -2a + 2b + 5c, -a + b - 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,2}$; 2) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,4}$; 3) $A_{1,6}A_{2,2}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,4}$;

4) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,4}A_{6,1}$; 5) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,5}$; 6) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,5}A_{6,1}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -1 & 2x & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2x \\ 2x & 1 & -2x & 3 \\ -3x & 3 & 2x & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 6 & 3 & 7 \\ 4 & 3 & 4 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -3 & -4 & -7 \\ 4 & 5 & 5 & 3 & -5 \\ 6 & -5 & 7 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -2 & 3 \\ 5 & 4 & 7 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 4 & 4 \\ -2 & -2 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & -2 \\ -4 & 2 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \\ -3 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

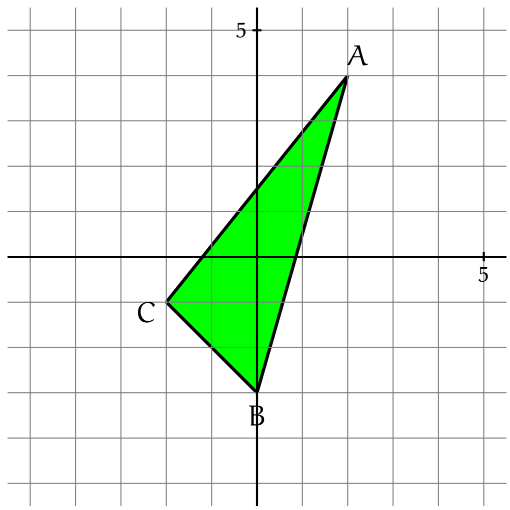
$$\begin{aligned} x_0 &= -4, & x_1 &= -3, & x_2 &= 3, \\ y_0 &= 39, & y_1 &= 19, & y_2 &= 25. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 + i & 1 + i \\ 4 + i & 2 - i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 + 9\,i \\ -10 - 4\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 40.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-6a + 2b, a + 4b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-3a + 5c, -4a - b + 2c, a - 2b + 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,4}$; 2) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,6}$; 3) $A_{1,1}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,4}$;

4) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,3}$; 5) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,4}$; 6) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,5}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 1 & -x & 2 & -3 \\ x & -2 & 1 & -3x \\ -2x & 2 & 1 & -x \\ 1 & 2 & 3x & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -7 & -5 & 3 & -5 \\ 5 & 7 & -4 & 3 & 7 \\ 3 & 7 & 4 & -2 & 7 \\ 2 & 2 & -6 & 1 & 1 \\ -4 & -3 & 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -5 & 3 \\ 5 & -3 & 2 \\ 5 & -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -5 \\ 2 & -4 & -5 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -4 \\ 3 & -2 & -3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

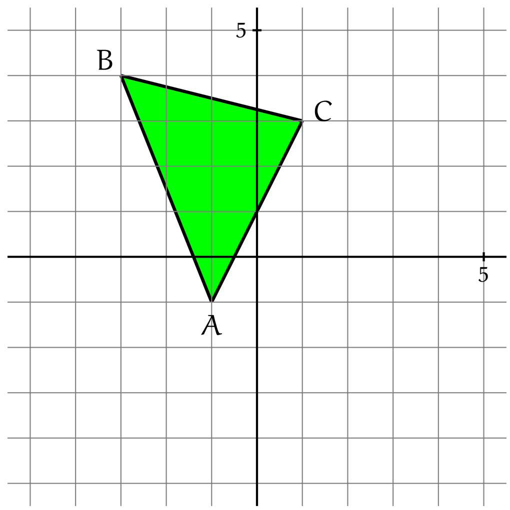
$$x_0 = -3, \qquad x_1 = 3, \qquad x_2 = 4,$$
$$y_0 = 11, \qquad y_1 = 23, \qquad y_2 = 39.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 - 3\,i & 2 - 2\,i \\ 1 + i & -2 + 4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -10 - 6\,i \\ 8\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 41.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(2a - b, 2a - 8b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-3a + 5b - 5c, 4a - 4b - 6c, -4a + 4b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,6}$; 2) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,3}$; 3) $A_{1,2}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,5}A_{6,1}$;

4) $A_{1,4}A_{2,1}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,1}$; 5) $A_{1,2}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,5}$; 6) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3x & 3 \\ -x & 2x & -3 & -3 \\ -3 & -1 & 1 & -x \\ 3x & -x & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 5 & 7 & 1 & -7 \\ -6 & 3 & 2 & 0 & 4 \\ -7 & -6 & -2 & -6 & 7 \\ -6 & -2 & 5 & -4 & -7 \\ 7 & -1 & -6 & -5 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -1 & 4 \\ -4 & -6 & -3 \\ -1 & -6 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & -4 & -4 \\ 1 & -4 & -4 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & -3 \\ -1 & -2 & -4 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -2 & 3 \\ -4 & 3 & 5 \\ 5 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 6 \\ -3 & -1 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

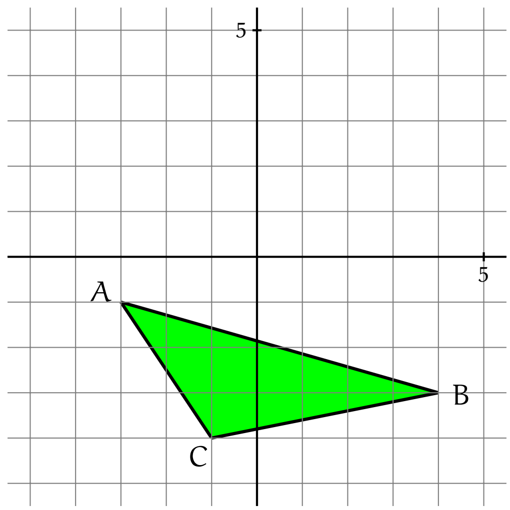
$$x_0 = -2, \qquad x_1 = 0, \qquad x_2 = 3,$$
$$y_0 = -6, \qquad y_1 = 0, \qquad y_2 = -6.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 + 3\,i & -1 + i \\ -1 - i & 3 - 4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 - 11\,i \\ 12 - 2\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos $\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}$ del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{\mathsf{AB}}$ y $\overrightarrow{\mathsf{AC}}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{\mathsf{BA}}$ y $\overrightarrow{\mathsf{BC}}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos $\mathsf{P}, \mathsf{Q}, \mathsf{R}, \mathsf{S}$ del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{\mathsf{PQ}}$, $\overrightarrow{\mathsf{PR}}$, $\overrightarrow{\mathsf{PS}}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{\mathsf{QP}}$, $\overrightarrow{\mathsf{QR}}$, $\overrightarrow{\mathsf{QS}}$;
- el volumen de la pirámide PQRS.

$$\mathsf{P} = \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{Q} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{R} = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 42.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-6a + 4b, -7a + 8b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(4a - 3b + 3c, -2a + 2b - 4c, 3a + 4b - 5c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,2}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,1}$; 2) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,4}A_{6,6}$; 3) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,4}A_{5,2}A_{6,1}$;

4) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,4}A_{5,2}A_{6,3}$; 5) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,5}$; 6) $A_{1,2}A_{2,1}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -2x & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2x & 3 & 2x \\ 3 & 2x & 3 & 3x \\ 0 & 3 & -2x & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -5 \\ -1 & 7 & -2 & -1 & 7 \\ -3 & 4 & -2 & -2 & 3 \\ -2 & -7 & 1 & -1 & -7 \\ 5 & -4 & 5 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 4 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ -4 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -4 \\ 2 & 5 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & -3 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

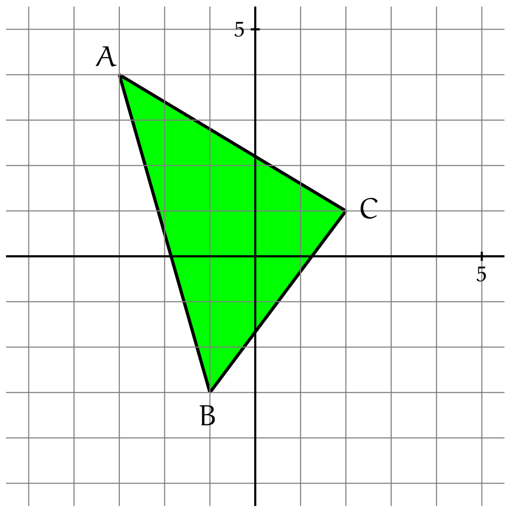
$$\begin{aligned} &x_0 = -1, \qquad && x_1 = 2, \qquad && x_2 = 3, \\ &y_0 = -7, && y_1 = 17, && y_2 = 37. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4-4\,i & 4+4\,i \\ 3-i & -3+4\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4-4\,i \\ -2-9\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 43.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-2a + 3b, -7a + b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(2a + 2b - c, 6a + b + c, 2a + 3b + c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,5}$; 2) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,4}$; 3) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,5}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,2}$;

4) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,3}$; 5) $A_{1,1}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,2}$; 6) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,5}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -1 & 1 & -x & -3x \\ -x & -1 & -2 & 0 \\ 3 & 3x & 2 & 2 \\ -1 & -2 & -x & x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 7 & -5 & 2 & -1 \\ 5 & -5 & 1 & -5 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -6 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & -6 & -5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & -4 \\ 4 & -4 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 2 & 2 \\ 4 & -4 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & -4 & -2 \\ 1 & 4 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ -5 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & -6 \\ 3 & 3 & -4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7 \\ -7 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

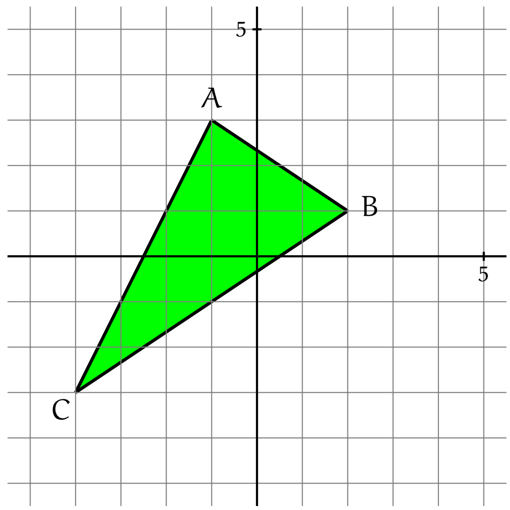
$$\begin{aligned} x_0 &= -1, & x_1 &= 3, & x_2 &= 4, \\ y_0 &= -1, & y_1 &= 7, & y_2 &= 19. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 + 2\,i & 2 + 2\,i \\ 4 - 4\,i & -2 - i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 8\,i \\ -5 + 6\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 44.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-a+5b, 3a+5b)$ como un múltiplo de $f(a,b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(6a+6b+2c, -2a+2c, -2a+3b+2c)$ como un múltiplo de $f(a,b,c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,1}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,2}$; 2) $A_{1,4}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,1}$; 3) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,6}$;

4) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,5}$; 5) $A_{1,2}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,3}$; 6) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} x & -2 & -2 & -3x \\ -2 & -3 & x & 1 \\ -3x & 3 & 2 & -3x \\ -2 & 2x & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 & 4 & 2 \\ -5 & 6 & -4 & -5 & -7 \\ -2 & 7 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 4 \\ -5 & -6 & -6 & -1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 2 & 0 \\ 3 & -5 & 6 \\ -6 & -4 & 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 & 1 \\ -3 & 1 & -3 & -1 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -4 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 3 & -5 & 4 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 & -4 & -4 \\ 3 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

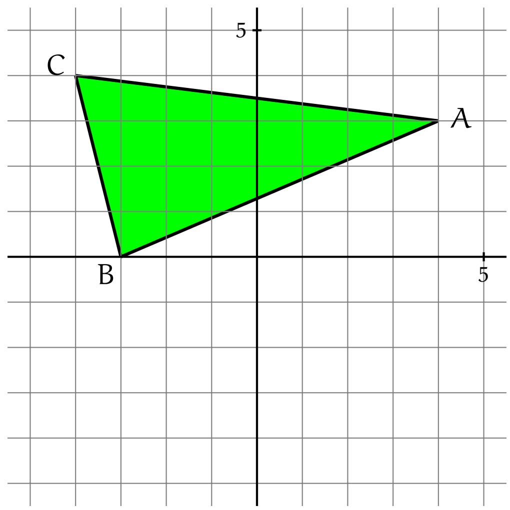
$$\begin{aligned} x_0 &= -5, & x_1 &= -1, & x_2 &= 0, \\ y_0 &= -25, & y_1 &= 3, & y_2 &= 5. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3+2\,i & 4-4\,i \\ 3-3\,i & -3-i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7+8\,i \\ -8-8\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos $\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}$ del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{\mathsf{AB}}$ y $\overrightarrow{\mathsf{AC}}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{\mathsf{BA}}$ y $\overrightarrow{\mathsf{BC}}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos $\mathsf{P}, \mathsf{Q}, \mathsf{R}, \mathsf{S}$ del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{\mathsf{PQ}}$, $\overrightarrow{\mathsf{PR}}$, $\overrightarrow{\mathsf{PS}}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{\mathsf{QP}}$, $\overrightarrow{\mathsf{QR}}$, $\overrightarrow{\mathsf{QS}}$;
- el volumen de la pirámide PQRS.

$$\mathsf{P} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{Q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{R} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad \mathsf{S} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 45.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(6a + 3b, -8a - 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-5a + 5b + 4c, -3a - 4b + 2c, -2a - 3b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,2}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,5}$; 2) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,1}A_{6,5}$; 3) $A_{1,5}A_{2,2}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,6}$;

4) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,5}$; 5) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,3}$; 6) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -x & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -3x & 1 & -2x \\ 3 & -2x & 3 & -3x \\ 0 & -2 & -2x & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -7 & 7 & 1 \\ -4 & -1 & -2 & -5 & -2 \\ -1 & -7 & -7 & 5 & -4 \\ -4 & 4 & -2 & -5 & 5 \\ 7 & 4 & 1 & -7 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -7 & 1 \\ -2 & -7 & -2 \\ -4 & -1 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 & 4 \\ -3 & -3 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 4 \\ -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & -3 \\ 6 & 5 & -3 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

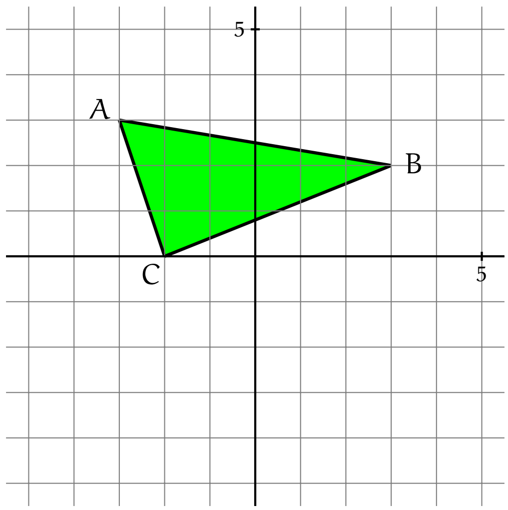
$$\begin{aligned} x_0 &= -3, & x_1 &= -1, & x_2 &= 2, \\ y_0 &= -24, & y_1 &= -2, & y_2 &= -14. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 + i & -1 - 4i \\ 1 - 3i & 3 - 2i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -8 - 4i \\ -10 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 46.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(2a + 3b, -7a + 4b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-5a + b - 5c, 3a + b + 4c, 2a - 5b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,5}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,4}$; 2) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,2}$; 3) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,2}$;

4) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,5}A_{6,4}$; 5) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,4}$; 6) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,6}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} x & -3x & 0 & 2 \\ -3x & -x & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & -3x \\ 1 & 1 & x & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -1 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & 5 & -2 & 3 \\ -7 & -2 & -1 & 6 & -1 \\ 1 & 4 & -2 & 6 & 7 \\ 1 & -2 & 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -7 \\ -6 & -3 & -3 \\ 7 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 4 \\ -2 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & -3 \\ -3 & -4 & -3 & 3 \\ -2 & 0 & -4 & 3 \\ 1 & -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica adj(A) de la matriz A, calcule det(A) y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 1 & 5 & 1 \\ -4 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

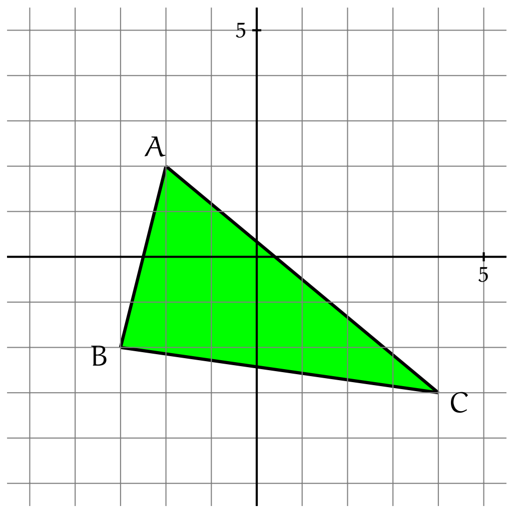
$$x_0 = -1, \qquad x_1 = 2, \qquad x_2 = 4,$$
$$y_0 = -7, \qquad y_1 = 5, \qquad y_2 = 3.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 + 3\,i & 2 - i \\ -2 + 4\,i & -3 - i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 11 + 5\,i \\ -8 - 4\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 47.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(4a - 3b, -3a + 7b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-5a + 4b - 3c, 3a - 4b - 5c, 4a - 4b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,1}$; 2) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,4}$; 3) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,5}$;

4) $A_{1,6}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,3}A_{5,2}A_{6,5}$; 5) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,3}A_{6,4}$; 6) $A_{1,6}A_{2,2}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -3 & -x & x & -3 \\ -2 & -3x & -3x & -2 \\ 2 & 2 & 0 & -3x \\ -x & 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 6 & -4 & 5 \\ -5 & -6 & -4 & 6 & 4 \\ -6 & -3 & -6 & 3 & 7 \\ 2 & 3 & 0 & -3 & -2 \\ 6 & -2 & -1 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 7 \\ -6 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ -3 & -2 & 0 & -3 \\ 2 & -2 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -4 \\ 4 & 3 & -2 & 2 \\ -4 & -4 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -5 \\ -4 & 2 & -2 \\ 3 & 2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ -7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

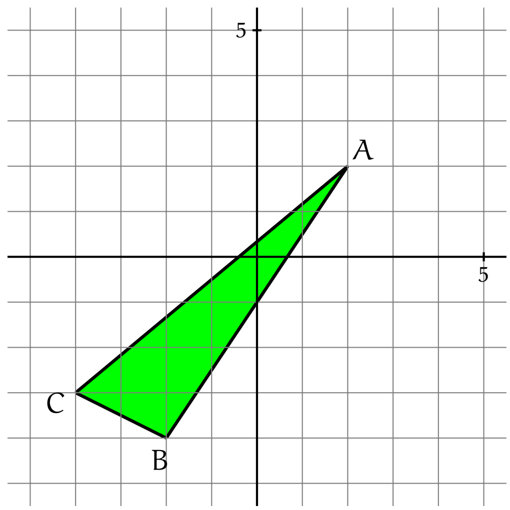
$$\begin{array}{lll} x_0 = -2, & x_1 = 0, & x_2 = 4, \\ y_0 = 1, & y_1 = 1, & y_2 = 49. \end{array}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 - i & -1 + i \\ -4 + 3\,i & -2 + 2\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 - 10\,i \\ -9 - 2\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 48.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(6a + 4b, 3a + 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-6a + 6b - c, 5a + 2c, a - 6b - 2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,6}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,5}$; 2) $A_{1,2}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,4}$; 3) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,1}$;

4) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,1}A_{6,5}$; 5) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,2}$; 6) $A_{1,5}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -3 & -3x & -3x & 1 \\ 3x & 0 & 0 & 1 \\ 0 & x & 2x & -1 \\ 2 & 3 & 3 & -2x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & -4 \\ -7 & -7 & 4 & 0 & -3 \\ -1 & -1 & 1 & -4 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 5 & 2 \\ -5 & 4 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 1 & -6 & 2 \\ 5 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -3 \\ -2 & -4 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -1 & 2 \\ 4 & -1 & -2 & -4 \\ 4 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\mathrm{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\mathrm{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & -3 \\ 4 & 4 & 6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

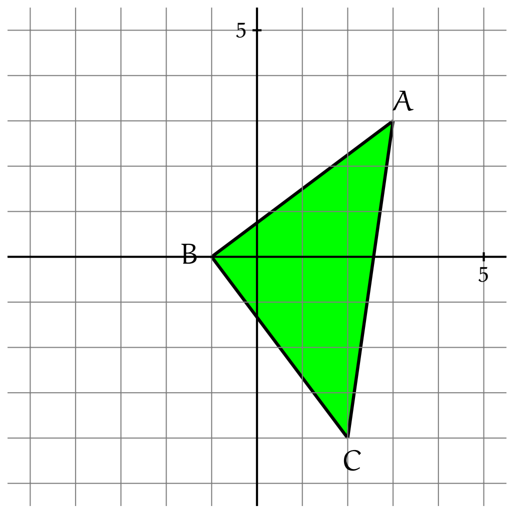
$$\begin{aligned} x_0 &= -5, & x_1 &= -4, & x_2 &= -1, \\ y_0 &= 0, & y_1 &= -5, & y_2 &= -8. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1 - i & 3 - i \\ -4 + i & 2 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 - 8\,i \\ -3 + 13\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 49.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(6a + b, -4a + 2b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-3a + 3b - 4c, 3a - 2b + 6c, 3a - 2b)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,4}A_{6,2}$; 2) $A_{1,4}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,5}$; 3) $A_{1,4}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,2}$;

4) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,3}$; 5) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,2}$; 6) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,6}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3 & 3x & 2 & 2x \\ -x & 0 & -2 & 0 \\ 0 & x & 2 & -x \\ 2 & -1 & 2x & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -4 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 3 & 3 \\ -3 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & -7 & -3 & -7 & 0 \\ 5 & 5 & 6 & -2 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -7 \\ 4 & -5 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 & 2 \\ -4 & 1 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & -4 & 2 \\ 1 & -4 & -4 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 4 \\ -2 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & -4 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica adj(A) de la matriz A, calcule det(A) y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 \\ -3 & -4 & 3 \\ 5 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 5 \\ 4 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

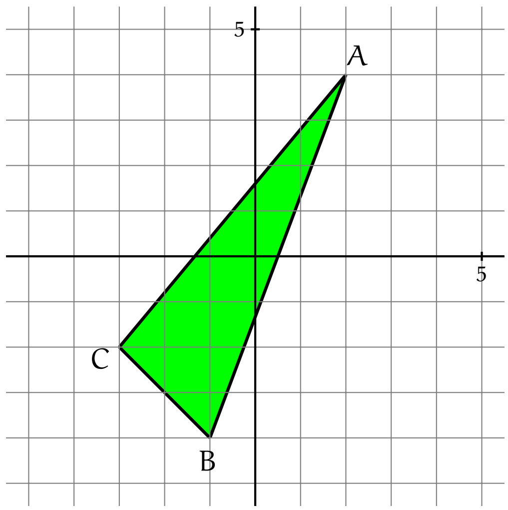
$$\begin{array}{lll} x_0 = -3, & x_1 = 1, & x_2 = 2, \\ y_0 = 11, & y_1 = 3, & y_2 = 6. \end{array}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3+3\,i & 1-3\,i \\ 2-3\,i & 3+3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3+3\,i \\ 8-11\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Álgebra III. Tarea 3. Variante 50.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(2a - 7b, 3a + 3b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(6a - 3b + 2c, -2a + 5b - 3c, 5a - 3b + 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,2}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,4}$; 2) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,3}A_{6,5}$; 3) $A_{1,1}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,4}$;

4) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,2}$; 5) $A_{1,1}A_{2,5}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,4}A_{6,3}$; 6) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,1}A_{5,1}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3x & x & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 & 3x \\ 1 & 1 & -x & -2 \\ -3x & 2x & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 6 & -4 & 5 \\ 6 & -3 & 6 & 6 & -5 \\ 2 & 5 & -6 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & -7 & 2 & -5 \\ 3 & 5 & 1 & -1 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -7 & -5 \\ -5 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 & 3 \\ -4 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -3 & -2 \\ 4 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \\ -3 & -2 & -4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -6 & 1 & -6 \\ 6 & 2 & 4 \\ -3 & 1 & -5 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

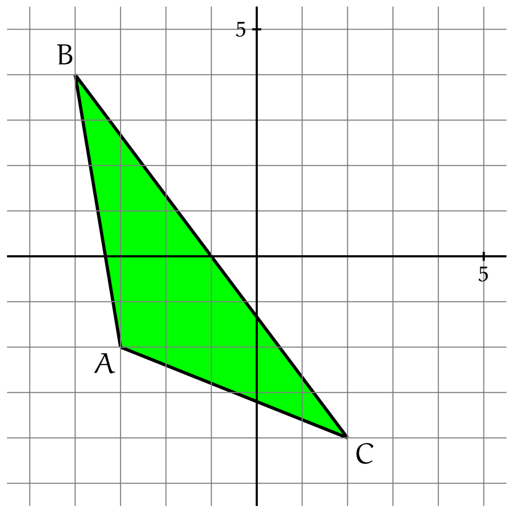
$$x_0 = -2, \qquad x_1 = -1, \qquad x_2 = 4,$$
$$y_0 = 10, \qquad y_1 = 4, \qquad y_2 = 4.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 - 4\,i & 4 - 2\,i \\ 3 - 2\,i & 4 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1 - 6\,i \\ -9 - 6\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 51.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-8a + 4b, 7a - 5b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(5a + 4b + 3c, -3a - 3b - 3c, -4a + 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,5}A_{6,4}$; 2) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,3}$; 3) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,4}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,2}$;

4) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,3}$; 5) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,1}$; 6) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,1}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3x & 2x \\ 3 & -x & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -3x & -x \\ -x & -3 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -2 & 5 & 2 & 5 \\ 7 & -2 & 4 & 6 & -5 \\ 6 & 2 & -6 & 1 & 1 \\ 1 & -7 & -1 & -3 & 5 \\ 0 & 7 & -5 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -7 & -4 \\ 1 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & -1 & -3 \\ -1 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\mathrm{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\mathrm{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 1 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

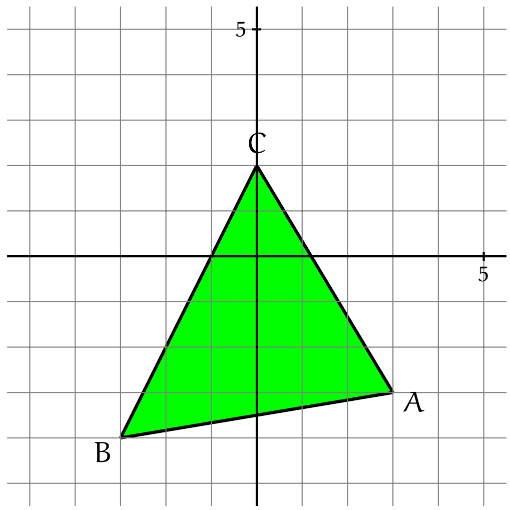
$$\begin{aligned} x_0 &= -1, & x_1 &= 1, & x_2 &= 4, \\ y_0 &= 1, & y_1 &= -1, & y_2 &= 41. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 - i & -1 - 4i \\ 3 - 3i & -3 - i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7 - 9i \\ 8 - 6i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 52.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-2a + 2b, 4a + 7b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(5a + 5b - 6c, -6a - 6b + 4c, a - 2b - 3c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,2}A_{3,5}A_{4,3}A_{5,6}A_{6,4}$; 2) $A_{1,1}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,3}A_{6,4}$; 3) $A_{1,6}A_{2,5}A_{3,3}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,1}$;

4) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,5}$; 5) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,2}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,4}$; 6) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,1}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,6}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3x & -2 \\ 3x & -1 & -2 & 3 \\ 2 & -x & -2 & -3x \\ 0 & -2x & 1 & -2x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 7 & -5 & -7 & -2 \\ -3 & -3 & 0 & -3 & -6 \\ -3 & -1 & -1 & -2 & -4 \\ -5 & 6 & -5 & -4 & 3 \\ -4 & 1 & -2 & -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 6 & 4 & 5 \\ 7 & 7 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 & -2 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ -4 & -5 & -2 \\ 6 & 3 & 6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0,1,2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0,1,2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0,1,2\}$.

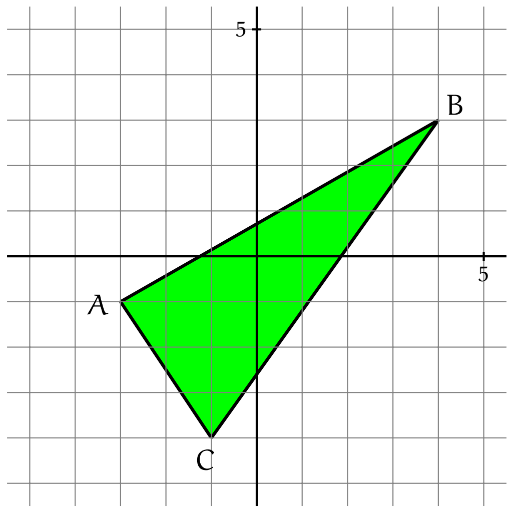
$$\begin{array}{lll} x_0 = -5, & x_1 = -4, & x_2 = 2, \\ y_0 = -44, & y_1 = -28, & y_2 = -16. \end{array}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3+3\,i & 4-4\,i \\ 3-i & 1-2\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 11-3\,i \\ 3+9\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Álgebra III. Tarea 3. Variante 53.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(a + 8b, 2a - 7b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(a - 2b + 3c, 4a + 3b + 3c, -3a - 6b - 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,1}$; 2) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,3}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,2}$; 3) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,3}A_{6,4}$;

4) $A_{1,4}A_{2,2}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,6}A_{6,5}$; 5) $A_{1,6}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,3}$; 6) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,1}A_{6,2}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 0 & 2x & -1 & 3x \\ -2x & 3 & 1 & -1 \\ -3 & 3x & 2 & 3x \\ 3 & 3 & 2x & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -4 & -4 & 6 & 6 \\ 2 & -4 & -1 & -6 & -2 \\ 4 & -5 & 1 & -7 & 5 \\ 5 & -5 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 7 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -6 & 7 \\ 5 & -6 & 5 \\ -1 & -5 & 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -3 & -2 \\ 4 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \\ -3 & -2 & -4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -2 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ -1 & -5 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \\ 1 & 4 & 4 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

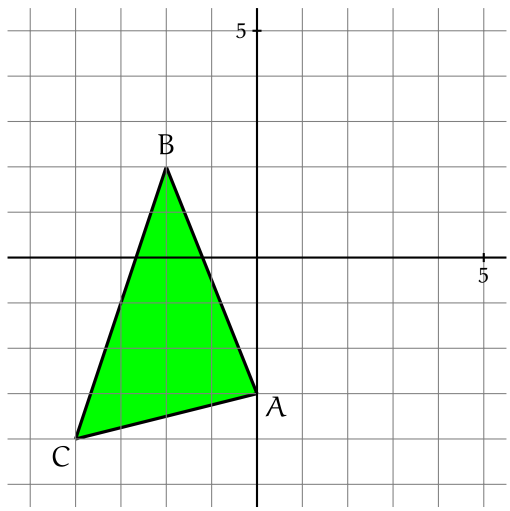
$$x_0 = -4, \qquad x_1 = -2, \qquad x_2 = -1,$$
$$y_0 = -20, \qquad y_1 = -2, \qquad y_2 = 1.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 + 2\,i & 4 + 2\,i \\ -1 + i & 1 - i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -9 + 2\,i \\ -9 - 3\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Álgebra III. Tarea 3. Variante 54.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(a+4b, -a+7b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-6a+2b-5c, -a+4b-5c, 3a+b-2c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,2}$; 2) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,4}$; 3) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,4}A_{5,1}A_{6,3}$;

4) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,6}A_{4,4}A_{5,2}A_{6,1}$; 5) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,1}A_{5,2}A_{6,6}$; 6) $A_{1,5}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,5}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3 & 3x & 2 & -1 \\ 3 & 3 & -2x & -3 \\ -2x & 0 & -3 & -2x \\ -2x & 1 & 0 & -x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -5 & 5 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ -7 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ -1 & -3 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 6 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.

2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 1.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 6 \\ 6 & 2 & 2 \\ -3 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & -4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \\ -4 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 6 \\ -2 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

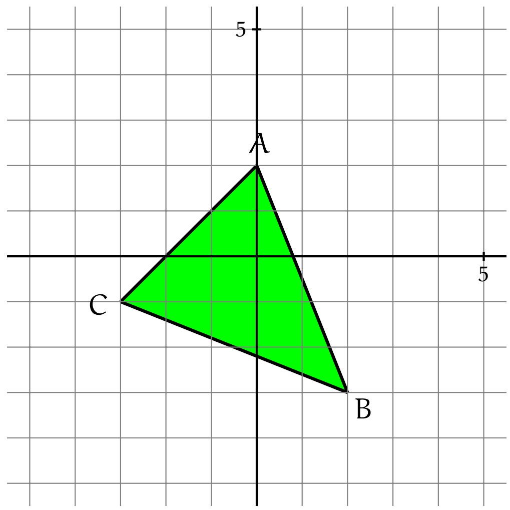
$$\begin{aligned} x_0 &= -5, & x_1 &= -4, & x_2 &= 2, \\ y_0 &= 45, & y_1 &= 27, & y_2 &= 3. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 - 3\,i & 1 - i \\ -1 - 3\,i & 1 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -8 + 6\,i \\ -8 + 2\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Álgebra III. Tarea 3. Variante 55.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(5a - 7b, 5a - 3b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(2a - 6b - 2c, -a - b + 2c, 3b + 5c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,1}$; 2) $A_{1,4}A_{2,5}A_{3,2}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,5}$; 3) $A_{1,5}A_{2,3}A_{3,4}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,1}$;

4) $A_{1,3}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,5}$; 5) $A_{1,5}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,2}$; 6) $A_{1,3}A_{2,1}A_{3,6}A_{4,5}A_{5,2}A_{6,4}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 3 & -3x & 2 & -3 \\ -3x & 0 & 3 & -x \\ 2 & 3 & 2x & 1 \\ 2x & -1 & 3 & -x \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -7 & 1 & 7 \\ -3 & 6 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & -7 & -4 & 7 \\ -5 & -7 & -6 & 2 & 7 \\ 5 & -5 & -2 & 5 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 \\ -4 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & -4 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 & -3 \\ -4 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ -4 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 5 \\ 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 4 & -4 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

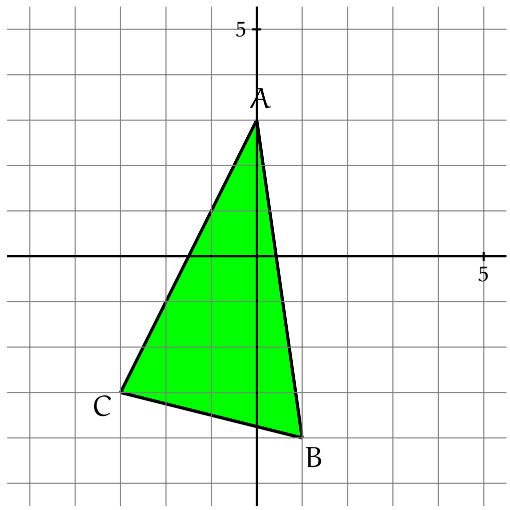
$$\begin{aligned} &x_0 = 0, \qquad && x_1 = 1, \qquad && x_2 = 3, \\ &y_0 = 4, && y_1 = 9, && y_2 = 31. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -2 + 4\,i & -1 + i \\ 3 + 2\,i & 2 - 3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 7 + 11\,i \\ -10 + 2\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 56.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-3a + 2b, -a + 5b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-b + 2c, -4a + 4b + 2c, 5a + b - 5c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,6}A_{6,1}$; 2) $A_{1,3}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,2}$; 3) $A_{1,5}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,4}$;

4) $A_{1,4}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,3}A_{5,1}A_{6,2}$; 5) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,2}A_{5,6}A_{6,3}$; 6) $A_{1,2}A_{2,5}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,1}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & x & 1 \\ -2x & -1 & -3 & -2x \\ -3x & 3 & -3 & 3x \\ 1 & 3x & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 & -2 & 4 \\ 1 & 6 & 4 & -4 & 4 \\ 1 & -4 & -7 & 7 & 1 \\ 5 & 3 & -4 & 4 & 7 \\ -4 & 6 & 7 & -4 & -4 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 2.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -1 & -4 & 6 \\ 6 & -4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & -4 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 5 & -5 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -5 \\ 2 & 4 & -1 \\ -1 & -4 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

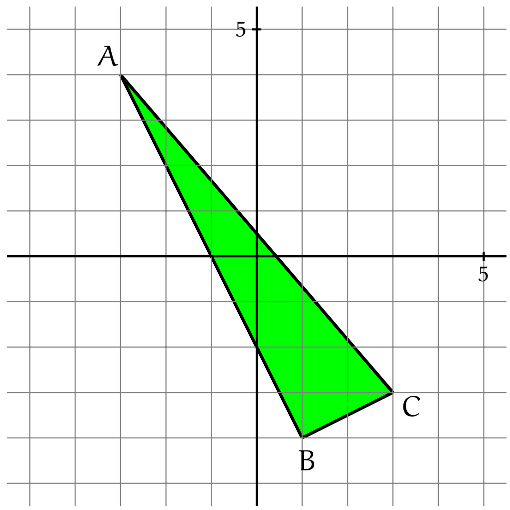
$$x_0 = -1, \qquad x_1 = 1, \qquad x_2 = 4,$$
$$y_0 = -2, \qquad y_1 = 8, \qquad y_2 = 8.$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -1-4\,i & 1-3\,i \\ 2+i & -1+3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -3-6\,i \\ 4+13\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -5 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 57.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(-4a - b, 8a + 6b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-2a + 6b + 2c, -3a - 2b - c, 4a + 6b + 4c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,1}A_{2,4}A_{3,6}A_{4,2}A_{5,3}A_{6,5}$; 2) $A_{1,2}A_{2,1}A_{3,4}A_{4,6}A_{5,3}A_{6,5}$; 3) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,5}A_{4,6}A_{5,2}A_{6,1}$;

4) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,3}A_{5,4}A_{6,5}$; 5) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,5}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,2}$; 6) $A_{1,3}A_{2,4}A_{3,3}A_{4,2}A_{5,1}A_{6,5}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} x & -x & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -x \\ 2 & 1 & x & -2 \\ 2x & -x & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 2 & -7 & -4 \\ -2 & -2 & 0 & 4 & -3 \\ 6 & -3 & -6 & -4 & -4 \\ 5 & 2 & -3 & -3 & 7 \\ 4 & 6 & 1 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 3.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 2.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -7 & 3 \\ -2 & 5 & -4 \\ 4 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -4 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 & 4 \\ 2 & 2 & -1 & -4 \\ -1 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & -1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & 5 \\ 1 & 6 & 6 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

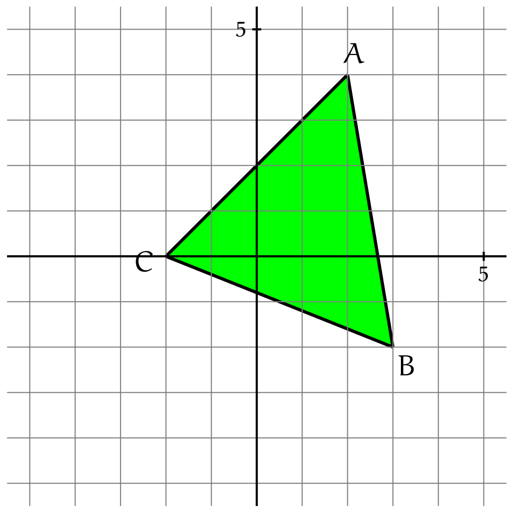
$$\begin{aligned} x_0 &= -2, & x_1 &= -1, & x_2 &= 5, \\ y_0 &= -17, & y_1 &= -6, & y_2 &= -24. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -4 - 3\,i & -1 + 3\,i \\ 3 - i & -2 + i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 4 - 7\,i \\ -9 + 4\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Engrape aquí
No doble

Álgebra III. Tarea 3. Variante 58.

Determinantes.

Nombre: Calificación (%):

Esta tarea vale 15 % de la calificación parcial. Escriba bien cálculos intermedios, especialmente en comprobaciones. Cada ejercicio se califica hasta el primer error. Por ejemplo, si los datos iniciales están copiados mal, entonces la solución vale 0 %.

Ejercicio 1. *0.5 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^2 \to \mathbb{R}$ una función bilineal alternante y sean $a, b \in V$. Exprese a $f(5a + 4b, 3a - b)$ como un múltiplo de $f(a, b)$.

Ejercicio 2. *1 %.*
Sea V un espacio vectorial real, sea $f\colon V^3 \to \mathbb{R}$ una función 3-lineal alternante y sean $a, b, c \in V$. Exprese a $f(-3a + 6b - 2c, -2a + 6b - 3c, 4a - 5b + 5c)$ como un múltiplo de $f(a, b, c)$.

Ejercicio 3. *1 %.*
Sea A una matriz 6×6 con entradas generales $A_{i,j}$. El determinante de A se define como una cierta suma de $n!$ sumandos (términos). Para cada una de las siguientes expresiones determine si ésta es un sumando del determinante de A, salvo el signo. En el caso de una respuesta positiva determine el signo correcto que hay que poner antes de este sumando.

1) $A_{1,2}A_{2,6}A_{3,2}A_{4,5}A_{5,4}A_{6,3}$; 2) $A_{1,4}A_{2,3}A_{3,1}A_{4,5}A_{5,6}A_{6,2}$; 3) $A_{1,3}A_{2,6}A_{3,1}A_{4,2}A_{5,5}A_{6,4}$;

4) $A_{1,2}A_{2,3}A_{3,5}A_{4,4}A_{5,6}A_{6,1}$; 5) $A_{1,6}A_{2,3}A_{3,2}A_{4,1}A_{5,4}A_{6,5}$; 6) $A_{1,5}A_{2,2}A_{3,6}A_{4,6}A_{5,4}A_{6,3}$.

Ejercicio 4. *1 %.*
El polinomio $f(x)$ está definido como el siguiente determinante. Calcule el coeficiente de x^4 en el polinomio $f(x)$. Se recomienda recordar la definición del determinante a través de permutaciones y encontrar los sumandos del determinante que contienen a la potencia x^4.

$$f(x) = \det \begin{bmatrix} -3 & x & -1 & 2x \\ 0 & -3x & -2 & -2x \\ -1 & 2 & -3x & -3 \\ x & -3 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 5. *1.5 %.*
Calcule el determinante de la matriz A usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos. Luego calcule el determinante de la matriz transpuesta $A^\top$ usando operaciones elementales con renglones y la expansión por cofactores a lo largo de columnas casi nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -6 & 7 & -3 \\ -2 & 5 & 1 & -2 & 7 \\ -6 & 7 & 4 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & -2 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 6. *1 %.*
Calcule el determinante de la matriz A de dos maneras diferentes:

1. Expandiendo por cofactores a lo largo del renglón 1.
2. Expandiendo por cofactores a lo largo de la columna 3.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -4 \\ -2 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & -6 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 7. *2 %.*
Calcule la matriz AB y los determinantes de las matrices A, B y AB. Verifique que se cumple la igualdad $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8. *1 %.*
Calcule la matriz adjunta clásica $\operatorname{adj}(A)$ de la matriz A, calcule $\det(A)$ y compruebe que se cumple la igualdad $\operatorname{adj}(A)A = \det(A)I_3$. Escriba la matriz A^{-1}.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -3 \\ 1 & -5 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 9. *1 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} -3 & 3 & -4 \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 10. *2 %.*
Dados los puntos x_k y los valores y_k, $k \in \{0, 1, 2\}$, escriba el sistema de ecuaciones lineales que deben satisfacer los coeficientes del polinomio $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ para que se cumplan las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$. Calcule el determinante de la matriz del sistema con la fórmula para el determinante de una matriz de Vandermonde. Resuelva el sistema con la regla de Cramer. Escriba el polinomio $P(x)$ y compruebe las igualdades $P(x_k) = y_k$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

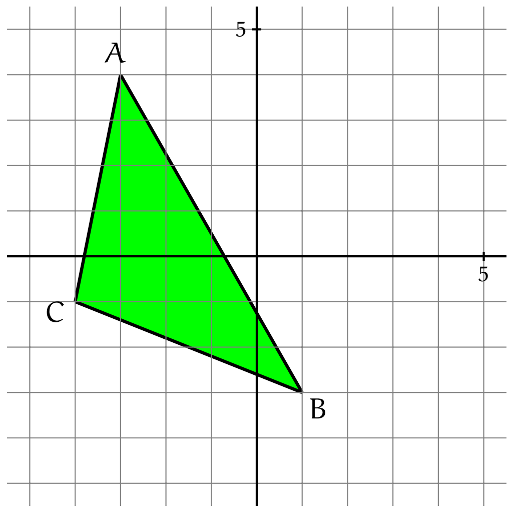
$$\begin{aligned} x_0 &= -5, & x_1 &= -3, & x_2 &= 0, \\ y_0 &= 46, & y_1 &= 14, & y_2 &= -4. \end{aligned}$$

Ejercicio 11. *1.5 %.*
Resuelva el sistema de ecuaciones lineales con la regla de Cramer. Haga la comprobación.

$$\begin{bmatrix} 1 - 3\,i & 3 - i \\ 3 - 4\,i & 3 + 3\,i \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} -10 - 6\,i \\ -10 - 4\,i \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 12. *0.5 %.*
Saque las coordenadas de los puntos A, B, C del dibujo y calcule:

- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$;
- el área orientada del paralelogramo generado por $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$;
- el área del triángulo ABC.



Ejercicio 13. *1 %.*
Dados los puntos P, Q, R, S del espacio cartesiano, calcule:

- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PS}$;
- el volumen orientado del paralelepípedo generado por $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QS}$;
- el volumen de la pirámide $PQRS$.

$$P = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \qquad Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ -6 \end{bmatrix}, \qquad S = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}.$$