

Sumas y sus propiedades básicas

Objetivos. Conocer la notación breve que se usa para las sumas.

1. Notación. El símbolo $\sum_{i=1}^n a_i$ se usa para denotar la suma $a_1 + a_2 + \dots + a_n$. Por ejemplo,

$$\sum_{i=1}^4 a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4.$$

2. Ejemplo. $\sum_{i=1}^7 b_i = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 + b_7$.

3. Definición formal inductiva (solamente para conocerla, no vamos a trabajar con esta definición). Formalmente, el símbolo $\sum_{i=1}^n a_i$ se puede definir por inducción:

$$\sum_{i=1}^0 a_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n+1} a_i = \sum_{i=1}^n a_i + a_{n+1}.$$

Esta definición inductiva se usa para demostrar formalmente (por inducción) las propiedades de sumas escritas en continuación. En los cursos de Álgebra II y Álgebra III no tenemos tiempo para demostrar formalmente las propiedades de sumas.

4. La variable de la sumatoria es una variable “muda”.

En la notación $\sum_{i=1}^n a_i$ la variable i se llama *variable de la sumatoria* o *índice de la sumatoria*.

Esta variable es *muda*, esto es, el valor de la suma $\sum_{i=1}^n a_i$ no depende de i .

La variable i se puede cambiar por otra variable:

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{k=1}^n a_k.$$

5. Partición de una suma. Si $m \in \{1, \dots, n\}$, entonces

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{i=1}^m a_i + \sum_{i=m+1}^n a_i.$$

6. Propiedad aditiva de la suma.

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i.$$

7. Propiedad homogénea de la suma.

$$\sum_{i=1}^n (\lambda a_i) = \lambda \sum_{i=1}^n a_i.$$

8. Intercambio de las sumas finitas.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{i,j} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m a_{i,j}.$$