Renglones y columnas del producto de matrices como combinaciones lineales

Objetivos. Comprender que renglones del producto de matrices son combinaciones lineales de los renglones del segundo factor, y las columnas del producto de matrices son combinaciones lineales de las columnas del primer factor.

Requisitos. Definición del producto de matrices, notación para los renglones y columnas de matrices.

1. Proposición. Sean $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{F})$, $B \in \mathcal{M}_{n\times p}(\mathbb{F})$, $i \in \{1, \ldots, m\}$. Entonces

$$(AB)_{i,*} = \sum_{k=1}^{n} A_{i,k} B_{k,*},$$

es decir, el i-ésimo renglón del producto de dos matrices es una combinación de los renglones de la segunda matriz, donde los coeficientes de la combinación lineal son las entradas del i-ésimo renglón de la primera matriz.

2. Proposición. Sean $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{F})$, $B \in \mathcal{M}_{n\times p}(\mathbb{F})$, $j \in \{1, \ldots, p\}$. Entonces

$$(AB)_{*,j} = \sum_{k=1}^{n} A_{*,k} B_{k,j},$$

es decir, la j-ésima columna del producto de dos matrices es una combinación de las columnas de la primera matriz, donde los coeficientes de la combinación lineal son las entradas de la j-ésima columna de la segunda matriz.