Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Examen parcial I. Variante α.

Propiedades del valor absoluto de números enteros. Divisibilidad de números enteros. División con residuo. Máximo común divisor. Algoritmo extendido de Euclides. Coeficientes de Bézout. Primos relativos. Primos.

Nombre:

Calificación (%):	examen escrito	tarea 1	partici-pación	parcial 1

El examen dura 80 minutos.

Problema 1. *12 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 72, \qquad b = 186$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bézout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Problema 2. *12 %.*
Usando la **inducción matemática** demuestre que para cada $n \in \mathbb{N}$

$$14 \mid (29^n + 13).$$

Problema 3. *12 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{Z}$. Demuestre que $|a + b| \leqslant |a| + |b|$. Si se utilizan algunas propiedades auxiliares, hay que enunciarlas bien.

Problema 4. *12 %.*
Sean $m, n, s \in \mathbb{Z}$, $m \mid n$. Demuestre que $(ms) \mid (ns)$.

Problema 5. *15 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ no ambos cero. Escriba la definición de $\operatorname{mcd}(a, b)$ y justifique que la definición tiene sentido.

Problema 6. *15 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ tales que $\operatorname{mcd}(a, b) = 1$. Demuestre que $\operatorname{mcd}(a + b, a - b)$ es 1 o 2.

Problema 7. *15 %.*
Sea p un número primo y sea $a \in \mathbb{Z}$. Demuestre que $\operatorname{mcd}(a, p) = 1$ o $p \mid a$.

Engrape aquí
No doble

Álgebra I, licenciatura. Examen parcial I. Variante β.

Propiedades del valor absoluto de números enteros. Divisibilidad de números enteros. División con residuo. Máximo común divisor. Algoritmo extendido de Euclides. Coeficientes de Bézout. Primos relativos. Primos.

Nombre:

Calificación (%):	examen escrito	tarea 1	partici-pación	parcial 1

El examen dura 80 minutos.

Problema 1. *12 %.*
Aplique el **algoritmo extendido de Euclides** para calcular el **máximo común divisor** d de los números

$$a = 172, \qquad b = 76$$

y un par de números enteros u y v (llamados **coeficientes de Bézout**) tales que $au + bv = d$. Compruebe que $d \mid a$, $d \mid b$ y $au + bv = d$.

Problema 2. *12 %.*
Usando la **inducción matemática** demuestre que para cada $n \in \mathbb{N}$

$$4 \mid (29^n - 5).$$

Problema 3. *12 %.*
Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ tales que $|a| \leqslant b$. Demuestre que $-b \leqslant a \leqslant b$.

Problema 4. *12 %.*
Sean $u, v \in \mathbb{Z}$ tales que $u \mid v$ y $v \neq 0$. Demuestre que $|u| \leqslant |v|$.

Problema 5. *15 %.*
Sean $a, b, c, q \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $a = bq + c$. Demuestre que $\operatorname{mcd}(a, b) = \operatorname{mcd}(b, c)$.

Problema 6. *15 %.*
Sean $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tales que $a \mid (bc)$ y $\operatorname{mcd}(a, b) = 1$. Demuestre que $a \mid c$.

Problema 7. *15 %.*
Sea $a > 1$. Consideremos el conjunto

$$S = \{d \in \mathbb{Z}: \quad d > 1 \quad \wedge \quad d \mid a\}.$$

I. Demuestre que el conjunto S no es vacío.

II. Denotemos el mínimo elemento de S por b. Demuestre que b es primo.