Sistemas de ecuaciones lineales

Tareas adicionales

Matrices inversas a matrices triangulares

1. Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ una matriz triangular superior con entradas diagonales no nulas. Demuestre que A se puede convertir en la matriz identidad aplicando operaciones elementales de los tipos $R_p *= \lambda$ y $R_q += \lambda R_p$ con $q < p$.

2. Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ una matriz triangular superior con entradas diagonales no nulas. Demuestre que A es invertible y escriba un algoritmo para construir su inversa.

3. Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ una matriz triangular superior con entradas diagonales no nulas. Demuestre que su inversa A^{-1} es triangular superior y sus entradas diagonales son inversas de las entradas correspondientes de A, esto es, para todo $i \in \{1, \ldots, n\}$

$$\left(A^{-1}\right)_{i,i} = \frac{1}{A_{i,i}}.$$

4. Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ una matriz triangular inferior con entradas diagonales no nulas. Demuestre que A se puede convertir en la matriz identidad aplicando operaciones elementales de los tipos $R_p *= \lambda$ y $R_q += \lambda R_p$ con $q > p$.

5. Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ una matriz triangular inferior con entradas diagonales no nulas. Demuestre que A es invertible y escriba un algoritmo para construir su inversa.

6. Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ una matriz triangular inferior con entradas diagonales no nulas. Demuestre que su inversa A^{-1} es triangular inferior y sus entradas diagonales son inversas de las entradas correspondientes de A, esto es, para todo $i \in \{1, \ldots, n\}$

$$\left(A^{-1}\right)_{i,i} = \frac{1}{A_{i,i}}.$$