

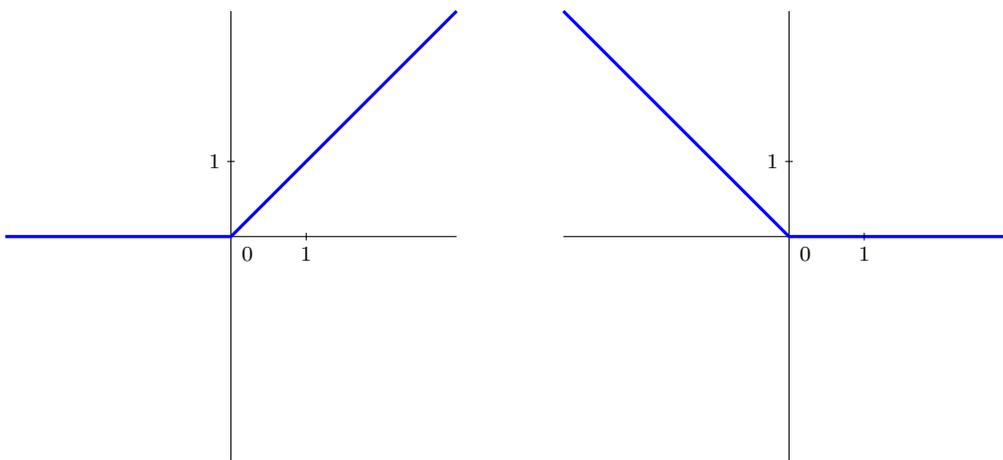
# La parte positiva y la parte negativa de números reales

**Objetivos.** Definir la parte positiva y la parte negativa de números reales.

**Requisitos.** El valor absoluto de números reales.

**1 Definición** (la parte positiva y la parte negativa de números reales). Definimos  $P: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ ,  $N: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ ,

$$P(t) := \begin{cases} t, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad N(t) := \begin{cases} 0, & t \geq 0, \\ -t, & t < 0. \end{cases}$$



**2 Ejercicio.** Demostrar que para cualquier  $t$  en  $\mathbb{R}$ ,

$$\begin{aligned} P(t) - N(t) &= t, & P(t) + N(t) &= |t|, \\ P(t) &= \frac{|t| + t}{2}, & N(t) &= \frac{|t| - t}{2}, \\ P(t) &= \max\{t, 0\}, & N(t) &= \max\{-t, 0\}. \end{aligned}$$

**3 Ejercicio.** Demostrar que las funciones  $P$  y  $N$  son continuas.

**4 Definición** (la parte positiva y la parte negativa de una función). Sea  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ . Entonces, la *parte positiva* y la *parte negativa* de  $f$  se definen mediante las siguientes reglas:

$$f_+(x) := P(f(x)), \quad f_-(x) := N(f(x)).$$

**5 Ejercicio.** Demostrar que

$$f_+(x) = \max\{f(x), 0\}, \quad f_-(x) = \max\{-f(x), 0\}.$$

**6 Ejercicio.** Sea  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ . Demostrar que

$$f = f_+ - f_-, \quad |f| = f_+ + f_-, \quad f_+ = \frac{f + |f|}{2}, \quad f_- = \frac{|f| - f}{2}.$$