

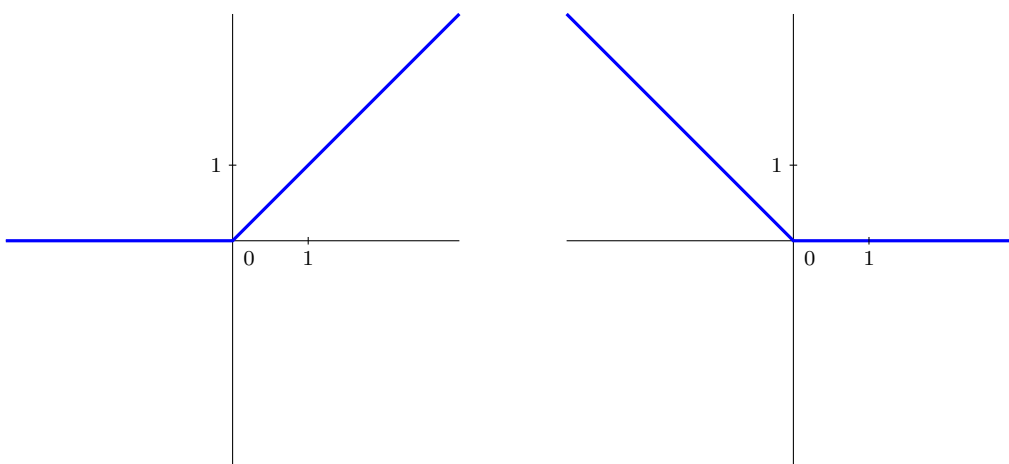
La parte positiva y la parte negativa de números reales

Objetivos. Definir la parte positiva y la parte negativa de números reales.

Requisitos. El valor absoluto de números reales.

1 Definición (la parte positiva y la parte negativa de números reales). Definimos $P: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$, $N: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$,

$$P(t) := \begin{cases} t, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad N(t) := \begin{cases} 0, & t \geq 0, \\ -t, & t < 0. \end{cases}$$



2 Ejercicio. Demostrar que para cualquier t en \mathbb{R} ,

$$\begin{aligned} P(t) - N(t) &= t, & P(t) + N(t) &= |t|, \\ P(t) &= \frac{|t| + t}{2}, & N(t) &= \frac{|t| - t}{2}, \\ P(t) &= \max\{t, 0\}, & N(t) &= \max\{-t, 0\}. \end{aligned}$$

3 Ejercicio. Demostrar que las funciones P y N son continuas.

4 Definición (la parte positiva y la parte negativa de una función). Sea $f: X \rightarrow \mathbb{R}$. Entonces, la *parte positiva* y la *parte negativa* de f se definen mediante las siguientes reglas:

$$f_+(x) := P(f(x)), \quad f_-(x) := N(f(x)).$$

5 Ejercicio. Demostrar que

$$f_+(x) = \max\{f(x), 0\}, \quad f_-(x) = \max\{-f(x), 0\}.$$

6 Ejercicio. Sea $f: X \rightarrow \mathbb{R}$. Demostrar que

$$f = f_+ - f_-, \quad |f| = f_+ + f_-, \quad f_+ = \frac{f + |f|}{2}, \quad f_- = \frac{|f| - f}{2}.$$