

Propiedades aritméticas de límites superiores e inferiores de sucesiones

Objetivos. Estudiar propiedades aritméticas de límites superiores e inferiores de sucesiones de números reales.

Requisitos. Límite superior y límite inferior de una sucesión (definición y criterio).

1. Sea $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión en $\overline{\mathbb{R}}$. Entonces

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} (-x_n) = - \liminf_{n \rightarrow \infty} x_n.$$

2. Sean $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sucesiones en $\overline{\mathbb{R}}$. Entonces

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} x_n + \limsup_{n \rightarrow \infty} y_n.$$

3. Sean $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sucesiones en $\overline{\mathbb{R}}$ tales que $x_n \leq y_n$ para todo n . Entonces

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} x_n \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} y_n.$$