

Función característica (repass)

Objetivos. Repasar la definición de la función característica (función indicadora) y sus propiedades principales.

Requisitos. Operaciones con conjuntos.

1. Definición (función característica). Sea X un conjunto y sea $A \subset X$. Entonces la *función característica* (o *función indicadora*) de A con respecto a X se define mediante la regla:

$$\chi_{A,X}: X \rightarrow \mathbb{R}, \quad \chi_{A,X}(t) = \begin{cases} 1, & t \in A; \\ 0, & t \in X \setminus A. \end{cases}$$

Por lo común, está claro que es X y en vez de $\chi_{A,X}$ se escribe simplemente χ_A .

2. Función característica y operaciones con conjuntos. Sean $A, B \subset X$. Exprese las funciones características de los conjuntos $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ a través de χ_A y χ_B .

3. Partición de un conjunto y funciones características. Sea $(A_k)_{k=1}^{\infty}$ una sucesión de subconjuntos de X y sea $B \subset X$. Entonces las siguientes condiciones son equivalentes:

(a) $\chi_B = \sum_{k=1}^{\infty} \chi_{A_k}$;

(b) $(A_k)_{k=1}^{\infty}$ es una partición de B , esto es, $A_i \cap A_j = \emptyset$ si $i \neq j$ y $B = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$.