

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante α .

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 + 2x - x^2, \quad g(x) = 1 - 4x - x^2 + 2x^3, \quad h(x) = 2 + x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -2 + 2x + x^2, \quad g(x) = -1 + 2x - 4x^2 + x^3, \quad h(x) = 2 - 4x - x^2 + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-5, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \quad -1, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 - 9x^4 + 11x^3 - 4x^2 + x - 5, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-4)$.

$$f(x) = -x^5 - 6x^4 - 9x^3 - 11x^2 + 2x + 20, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-4)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + 3x^4 - 10x^3 - 20x^2 - 10x - 8, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -x^5 - x^4 + 13x^3 - 9x^2 - x + 1, \quad g(x) = -x^3 + 3x^2 - x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 4x^5 - 16x^4 + 4x^3 - 16x^2 + 8x + 4, \quad g(x) = -2x^5 + 2x^4 + 8x^3 - x^2 + 10x - 3.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^5 - x^4 - 16x^3 + 16x^2 + x + 4, \quad g(x) = x^4 - x^3 - 16x^2 + 17x + 4.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 12x^4 - 6x^3 - 8x^2 + 8x, \quad g(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 3$, $g(x) = x + 5$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 10x^4 - 4x^3 + 21x^2 + 4x - 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - 30x^3 + 15x^2 + 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 19x^3 + 7x^2 - 20x - 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 19x^3 + 7x^2 - 20x - 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante β .

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 1 - x, \quad g(x) = 6 + 3x^2 + x^3, \quad h(x) = -1 - 3x - 2x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -3 + 4x - 4x^2 + 2x^3, \quad g(x) = 2 + x - 2x^2, \quad h(x) = 2 - 3x + 3x^2 - 4x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-5, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad -1, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 + 5x^4 - 8x^3 - 15x^2 + 5x - 11, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = -x^5 - 8x^4 - 19x^3 - 17x^2 - 5x - 14, \quad \alpha = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - \alpha$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - \alpha$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - \alpha$, escriba la fracción $f(x)/(x - \alpha)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 - 2x^4 - 12x^3 + 16x^2 - 3x + 1, \quad \alpha = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = x^5 - 7x^3 + 11x^2 - 5x, \quad g(x) = x^4 + x^3 - 6x^2 + 4x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - x^5 - 15x^4 + 2x^2 - 6x, \quad g(x) = -2x^4 - x^3 + 16x^2 + 15x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 - 4x^4 + 15x^3 + 8x^2 - 9x + 6, \quad g(x) = 2x^4 + 5x^3 + x^2 - x + 2.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 + 9x^5 + 12x^4 + 4x^3 - x^2 - 3x, \quad g(x) = x^3 + 4x^2 + 4x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 5$, $g(x) = x - 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 7x^5 + 11x^4 + 11x^3 - 28x^2 - 4x + 16.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 15x^4 + 14x^3 + 36x^2 - 24x - 32.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 25x^3 + 22x^2 + 23x - 30.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 25x^3 + 22x^2 + 23x - 30.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 1 AVLA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 1 - 2x + 2x^2, \quad g(x) = -5 - 6x - 3x^2 - 2x^3, \quad h(x) = -1 - x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -3 + x^2 - 4x^3, \quad g(x) = 2 + x - x^2 - 3x^3, \quad h(x) = -2 + 2x + x^2 + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad 1, \quad 1, \quad 1, \quad 5.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \quad -2, \quad -1, \quad 0, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 + 8x^4 + 14x^3 + 13x^2 + 16x + 15, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(3)$.

$$f(x) = x^5 + x^4 - 3x^3 - 16x^2 - 16x - 17, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - x^4 - 4x^3 + 12x - 15, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 12x + 3, \quad g(x) = 2x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 3x + 9.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 6x^5 - 8x^4 + 11x^3 - x^2 + 5x + 3, \quad g(x) = -4x^5 + 6x^4 - 8x^3 + 13x^2 - 4x + 7.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 + x^3 - 14x^2 - 5x, \quad g(x) = -2x^4 + x^3 - 8x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 4x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 3x, \quad g(x) = 4x^5 - 4x^4 - x^3 - 5x^2 - 2x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 1$, $g(x) = x - 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 3x^5 - 8x^4 + 18x^3 + 25x^2 - 15x - 18.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 15x^4 - 14x^3 + 36x^2 + 24x - 32.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 22x^3 - 17x^2 + 28x + 15.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 22x^3 - 17x^2 + 28x + 15.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 2 BLJM.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -2 + 2x - x^2, \quad g(x) = 1 + 2x, \quad h(x) = 3 - 2x - 3x^2 - 2x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -2 + 2x + x^2 + 4x^3, \quad g(x) = 1 + 3x - 2x^2 + 2x^3, \quad h(x) = -1 - 3x + 3x^2 + 2x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad -1, \quad -1, \quad 0, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad 0, \quad 1, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 - x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 11x - 10, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^3 - 16x^2 + 9x + 1, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + x^4 - 7x^3 - 8x^2 + 16, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -x^5 + 4x^4 - 7x^3 + 11x^2 - 10x + 6, \quad g(x) = -x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 6x - 4.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -8x^6 + 8x^5 + 14x^4 - 12x^3 - 9x^2 + 7x, \quad g(x) = -4x^5 + 2x^4 + 8x^3 - x^2 - 5x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^5 + 12x^4 - 14x^3 - 11x^2 + 3x, \quad g(x) = 2x^4 - 6x^3 - 4x^2 + x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 3x^4 + 10x^3 + 20x^2 - 8x - 13, \quad g(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 13x + 17.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 3$, $g(x) = x + 3$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - x^4 - 28x^3 + 15x^2 + 22x - 15.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 30x^3 + 15x^2 - 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 - 19x^3 - 29x^2 + 26x + 24.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 - 19x^3 - 29x^2 + 26x + 24.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 + x + 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 3 BMJR.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 2 + 3x + x^2 - 2x^3, \quad g(x) = 1 + x, \quad h(x) = -2x + 2x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -3x + 4x^2 - 4x^3, \quad g(x) = 1 - 4x - 2x^2 + 2x^3, \quad h(x) = 4 - 2x^2 + x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-2, \quad -2, \quad -1, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \quad -3, \quad -1, \quad -1, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 - 10x^4 - 16x^3 - 14x^2 - 10x - 3, \quad a = -2.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = 2x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 16x, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - 11x^3 + 19x^2 + 8x + 5, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 - x^4 + 4x^3 - 11x^2 + 18x + 8, \quad g(x) = -x^4 + 2x^2 - 7x + 12.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 10x^5 + 15x^4 - 14x^3 + 12x^2 - 4x - 4, \quad g(x) = 4x^4 - 10x^3 + 11x^2 - 2x - 2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^5 - 3x^4 + 10x^3 + 3x^2 - x - 3, \quad g(x) = -2x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 7x + 3.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 6x^5 - 2x^4 - 6x^3 + 18x^2 + 4x, \quad g(x) = 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x.$$

Ejercicio 12. 2%.

Sean $f(x) = x - 5$, $g(x) = x - 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 7x^5 + 10x^4 - 14x^3 - 23x^2 + 7x + 12.$$

Ejercicio 14. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 8x^5 + 14x^4 - 16x^3 - 31x^2 + 8x + 16.$$

Ejercicio 15. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 10x^3 - 21x^2 - 13x + 10.$$

Ejercicio 16. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 10x^3 - 21x^2 - 13x + 10.$$

Ejercicio 17. 1%.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3%.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 4 BSCO.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 2 - x - 5x^2 + 2x^3, \quad g(x) = -4 - x - 2x^2, \quad h(x) = 1 - x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 2 - 3x + 3x^2 + 4x^3, \quad g(x) = 1 - x - 2x^3, \quad h(x) = 1 - 4x + 2x^2 - 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-5, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 - x^4 + 3x^3 - 12x - 20, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = -2x^5 + 2x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 14x - 8, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + 2x^4 + 13x^3 + 18x^2 - 13x + 1, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 - 5x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 9x - 3, \quad g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 1.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -x^6 - 5x^5 - 2x^4 + 19x^3 + 15x^2 - 14x - 10, \quad g(x) = -x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 16x^2 - 3x - 7.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 + 6x^4 + 20x^3 - 4x^2 - 15x - 3, \quad g(x) = -2x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 5x - 1.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 2x^5 + x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 16x, \quad g(x) = 2x^4 - 5x^2 + 7x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 1$, $g(x) = x + 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 2x^5 - 8x^4 + 22x^3 - 5x^2 - 20x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 10x^5 + 32x^4 + 30x^3 - 17x^2 - 40x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 14x^3 - 15x^2 - 17x + 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 14x^3 - 15x^2 - 17x + 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 + x + 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 5 BVAS.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -x + 2x^2, \quad g(x) = -3 - x, \quad h(x) = 5 + 2x + 3x^2 + x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 2 + 3x - x^3, \quad g(x) = -1 + x - 3x^2 - 4x^3, \quad h(x) = x - x^2 - 2x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -3, \quad 0, \quad 1, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-3, \quad -1, \quad -1, \quad 1, \quad 5.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 + 2x^4 - 6x^3 - 11x^2 + 6x + 18, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -x^5 - 7x^4 + 18x^3 + 5x^2 - 19x + 16, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 + 6x^4 - x^3 - 12x^2 + 6x - 1, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 + 5x^4 - x^3 - 4x^2 + 3x - 1, \quad g(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 1.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 + 4x^5 - 7x^4 + 8x^3 - 4x^2 + 4, \quad g(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 + 2x + 2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 - 20x^4 - 16x^3 + x^2 + 5x + 4, \quad g(x) = 2x^3 + 10x^2 + 9x + 4.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^6 + 4x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 10x + 1, \quad g(x) = -x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 4x - 1.$$

Ejercicio 12. 2%.

Sean $f(x) = x + 5$, $g(x) = x - 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 - x^4 + 28x^3 + 15x^2 - 22x - 15.$$

Ejercicio 14. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 9x^4 - 19x^3 + 12x^2 + 36x + 16.$$

Ejercicio 15. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 23x^3 + 8x^2 - 25x - 12.$$

Ejercicio 16. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 23x^3 + 8x^2 - 25x - 12.$$

Ejercicio 17. 1%.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3%.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 6 CRJ.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 4 + 2x - 4x^2 - 2x^3, \quad g(x) = 1 + x, \quad h(x) = 3 - 3x + 2x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -2 + x + 2x^2 - 4x^3, \quad g(x) = 1 + 3x - x^2 - 2x^3, \quad h(x) = 1 + 4x + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-2, \quad -1, \quad 1, \quad 2, \quad 4.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-3, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 - 7x^4 + 7x^3 - 15x^2 + 11x - 15, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = -x^5 + 3x^4 + x^3 - x^2 - 9x + 14, \quad \alpha = 2.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - \alpha$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - \alpha$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - \alpha$, escriba la fracción $f(x)/(x - \alpha)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 + 5x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x - 16, \quad \alpha = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 + 2x^4 - 14x^3 + 19x^2 - 20x - 7, \quad g(x) = -2x^3 - 4x^2 + 14x + 4.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 4x^5 + 16x^4 + 19x^3 - 19x^2 - 13x + 6, \quad g(x) = 2x^5 + 4x^4 - 16x^3 - 17x^2 + 15x + 9.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^5 - 2x^4 - 14x^3 + x^2 - 5x - 16, \quad g(x) = -x^3 + 8x + 7.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 8x^6 - 8x^5 - 18x^4 + 10x^3 + 8x^2 + 3x, \quad g(x) = -4x^5 + 4x^4 + 9x^3 - 5x^2 - 5x.$$

Ejercicio 12. 2%.

Sean $f(x) = x - 5$, $g(x) = x + 5$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - x^5 - 14x^4 + 2x^3 + 25x^2 - x - 12.$$

Ejercicio 14. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 8x^5 + 14x^4 - 16x^3 - 31x^2 + 8x + 16.$$

Ejercicio 15. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 9x^4 + 27x^3 + 8x^2 - 28x - 16.$$

Ejercicio 16. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 9x^4 + 27x^3 + 8x^2 - 28x - 16.$$

Ejercicio 17. 1%.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3%.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 7 CBYS.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 - x, \quad g(x) = -x + 2x^2, \quad h(x) = 2 + 4x + x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -2 + 2x - 4x^2 - 3x^3, \quad g(x) = 2 - x - 2x^2, \quad h(x) = -3 + 4x - 2x^2 + x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad 0, \quad 1, \quad 3, \quad 5.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \quad -3, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 - 11x^4 - 8x^3 + 9x^2 + 19x + 14, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = 2x^5 + 9x^4 + 5x^3 - 9x^2 - 14x - 16, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 - 2x^4 + 2x^3 + 19x^2 - 15x + 4, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 - 2x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 3x - 1, \quad g(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 7x^5 - 7x^4 - 9x^3 - 15x^2 + 4, \quad g(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^5 - 8x^4 - 3x^3 + 10x^2 + 2x, \quad g(x) = -2x^3 + 3x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 + 4x^5 + 5x^4 + 6x^3 - x^2 + 2x, \quad g(x) = 2x^4 + x^3 - x^2 + x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 4$, $g(x) = x - 1$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - x^5 - 13x^4 - 3x^3 + 28x^2 + 4x - 16.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 30x^3 + 15x^2 - 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 - 13x^3 - 29x^2 + 8x + 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 - 13x^3 - 29x^2 + 8x + 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 8 DLCHJ.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 4 - x - 2x^2 + 2x^3, \quad g(x) = -1 + 2x - 2x^2, \quad h(x) = 2 + x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -1 - 2x + 2x^2 - 4x^3, \quad g(x) = 2 + 3x - x^2 - 4x^3, \quad h(x) = -2 - x - 3x^2 + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-4)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-5, \quad -3, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -2, \quad 0, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 + 6x^4 + 18x^3 + 20x^2 - 3x - 16, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -2x^5 - 2x^4 + 17x^3 - 20x^2 + 7x + 6, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-4)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 - 5x^4 - 3x^3 - 5x^2 - 19x - 12, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 - 5x^4 + 16x^3 + 14x^2 - 15x - 10, \quad g(x) = -2x^3 + x^2 + 5x + 2.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 14x^5 - 16x^4 + 6x^3, \quad g(x) = -2x^4 + 4x^3 - x^2 - x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^5 - 4x^4 + 14x^3 + 5x^2 - 5x, \quad g(x) = 2x^4 + 2x^3 - 16x^2 + 9x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 11x^4 - 15x^3 - 19x^2 + x + 18, \quad g(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 - 6x - 5.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 2$, $g(x) = x + 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 3x^5 - 7x^4 + 19x^3 + 18x^2 - 28x - 24.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 10x^5 + 32x^4 - 30x^3 - 17x^2 + 40x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 10x^3 - 21x^2 + 13x + 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 10x^3 - 21x^2 + 13x + 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 9 GOA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 3 - 6x - 4x^2 - x^3, \quad g(x) = 1 + x^2, \quad h(x) = -2 + 2x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -1 + 2x^2 - 2x^3, \quad g(x) = 4 - x + 2x^3, \quad h(x) = -3 - x + 2x^2 + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-2, \quad 0, \quad 1, \quad 1, \quad 5.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad 0, \quad 1, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 + x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 15x - 8, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = -x^5 + 8x^4 - 16x^3 + 14x^2 - x + 7, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 + x^4 - 4x^3 + 8x^2 + 11x + 6, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 - 5x^4 - 13x^3 + 4x^2 + 5x - 1, \quad g(x) = -x^3 + 3x^2 + 5x - 4.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -x^6 - x^5 + 5x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 4x, \quad g(x) = -x^4 - x^3 + 5x^2 + 4x - 4.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 + 4x^4 - x^3 + 2x^2 + x, \quad g(x) = 2x^3 - x^2 - 2x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 8x^6 - 16x^5 + 10x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 2x + 1, \quad g(x) = -4x^4 + 4x^3 - x^2 + x.$$

Ejercicio 12. 2%.

Sean $f(x) = x - 5$, $g(x) = x + 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 10x^4 - 4x^3 + 21x^2 + 4x - 12.$$

Ejercicio 14. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 30x^3 + 15x^2 - 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 30x^3 + 29x^2 + 3x - 10.$$

Ejercicio 16. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 30x^3 + 29x^2 + 3x - 10.$$

Ejercicio 17. 1%.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3%.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 10 GMSC.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -3 - 2x, \quad g(x) = x - x^2 + x^3, \quad h(x) = 4 - 2x + 2x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -3 - 4x - 2x^2 + x^3, \quad g(x) = 4x + x^2 - x^3, \quad h(x) = 1 + 4x + 2x^2 - 4x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(4)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad 0, \quad 2, \quad 2, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad 1, \quad 1, \quad 2, \quad 4.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 - 9x^4 - 16x^3 + 7x^2 + 20x + 4, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = x^5 + 4x^4 - x^3 - 3x^2 - 4x - 1, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 + 10x^4 - 13x^3 + 17x^2 - 16x + 7, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 - 10x^4 + 6x^3 + 19x^2 - 8x - 9, \quad g(x) = -x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 3x - 2.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 15x^4 + 8x^3 + 19x^2 - 10x - 1, \quad g(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 9x - 4.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 - 4x^4 + 15x^3 + 13x^2 + 7x + 6, \quad g(x) = 2x^4 + x^3 - 8x^2 - 3x - 2.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 + 3x^5 - 8x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 2x + 1, \quad g(x) = 2x^3 - 3x^2 + x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 3$, $g(x) = x + 3$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 5x^5 - 2x^4 + 22x^3 + 13x^2 - 17x - 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - x^4 - 21x^3 + 4x^2 + 28x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 7x^3 - 30x^2 - 21x + 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 7x^3 - 30x^2 - 21x + 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 11 GPCA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 4 + 2x - 2x^2 + 2x^3, \quad g(x) = 2 - x^2, \quad h(x) = -1 - 2x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 1 - 4x - x^3, \quad g(x) = -2 + 2x - x^2 - 3x^3, \quad h(x) = 1 + 2x^2 - x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -1, \quad 1, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -2, \quad 0, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 - 6x^4 - 14x^3 - 6x^2 + 4x - 9, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = -x^5 - 3x^4 + 3x^3 + 14x^2 + 15x + 7, \quad a = -2.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - 9x^3 + 19x^2 - 6x - 3, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 + 5x^4 + 19x^3 + 17x^2 + 5x, \quad g(x) = x^4 - 3x^3 - 8x^2 - 4x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 5x^5 + 11x^4 - 2x^3 - 5x^2, \quad g(x) = -2x^5 + 7x^4 + 3x^3 - 2x^2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 - 4x + 3, \quad g(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 + 2x^5 - x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 3x + 3, \quad g(x) = -x^4 + 2x^2 - 1.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 3$, $g(x) = x - 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 3x^5 - 7x^4 + 19x^3 + 18x^2 - 28x - 24.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 30x^3 + 15x^2 - 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 10x^3 - 21x^2 + 13x + 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 10x^3 - 21x^2 + 13x + 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 12 HAA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 2 - 4x + 2x^2, \quad g(x) = x - x^2 - 2x^3, \quad h(x) = 2 + x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 2 - 2x + x^2, \quad g(x) = 2 + 3x^2 + x^3, \quad h(x) = -3 + 2x - 2x^2 + x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-4, \quad -1, \quad -1, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad 0, \quad 1, \quad 1, \quad 4.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 + 6x^4 - 11x^3 - 2x^2 + 7x - 12, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = 2x^5 + 11x^4 + 16x^3 + 15x^2 + 4x + 15, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 - 11x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 9x - 12, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -x^5 + 6x^4 - 13x^3 + 15x^2 - 12x + 9, \quad g(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 4.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 5x^4 - 5x^3 + 9x^2 + 13x, \quad g(x) = 2x^4 - 3x^3 - x^2 + 4x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 8x + 4, \quad g(x) = -2x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 7.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 + 8x^5 + 2x^4 - 19x^3 - 14x^2 - 1, \quad g(x) = -2x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 3x - 3.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 1$, $g(x) = x - 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 7x^4 - 19x^3 + 18x^2 + 28x - 24.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 30x^3 + 15x^2 - 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 13x^3 - 9x^2 - 28x - 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 13x^3 - 9x^2 - 28x - 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 13 IADF.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -3 - 4x - 5x^2 - 2x^3, \quad g(x) = -2 + x - x^2, \quad h(x) = 1 + x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -3x + 3x^2 - x^3, \quad g(x) = 1 - 3x - 2x^2 - 4x^3, \quad h(x) = -2 + 4x - x^2.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-2, \quad -2, \quad 0, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 - 6x^4 + 6x^3 - 2x^2 + 3x + 1, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = -2x^5 + 11x^4 - 13x^3 - 5x^2 + 1, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - 6x^4 + 11x^3 - 7x^2 + 5x + 2, \quad a = 2.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = x^5 + x^4 - 9x^3 - 2x^2 + 8x - 2, \quad g(x) = -x^4 + 9x^2 - 6x + 1.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -x^6 - x^5 + 4x^4 + 6x^3 + x^2 - 6x + 2, \quad g(x) = x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 7x^2 - 6x + 2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 1, \quad g(x) = 2x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 5x + 1.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - 6x^5 - 3x^4 + 19x^3 - 15x^2 - 12x + 17, \quad g(x) = -2x^3 + 6x^2 + x - 7.$$

Ejercicio 12. 2%.

Sean $f(x) = x + 3$, $g(x) = x - 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 7x^4 - 19x^3 + 18x^2 + 28x - 24.$$

Ejercicio 14. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 30x^3 + 15x^2 - 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 5x^3 - 28x^2 + 13x + 30.$$

Ejercicio 16. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 5x^3 - 28x^2 + 13x + 30.$$

Ejercicio 17. 1%.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3%.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 14 IVD.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -2 - x - 3x^2 - x^3, \quad g(x) = 1 - 2x + x^2, \quad h(x) = -3 + 2x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 4 - x - 3x^2 + 3x^3, \quad g(x) = x + 2x^2 - x^3, \quad h(x) = -2 + x - 4x^2 - x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-5, \quad -4, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad -1, \quad 0, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 + 13x^4 - 19x^3 + 5x^2 - 8x + 18, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = 2x^5 - x^4 - 13x^3 - 2x^2 + 19x - 8, \quad \alpha = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - \alpha$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - \alpha$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - \alpha$, escriba la fracción $f(x)/(x - \alpha)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 + 7x^3 + 5x^2 + x + 13, \quad \alpha = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 4x^5 - 4x^4 - 7x^3 + 11x^2 - 5x + 1, \quad g(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - 8x^5 + 16x^4 - 16x^3 + 8x^2, \quad g(x) = -2x^5 + 8x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 10x + 2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 + 4x^4 + 12x^3 + 6x^2 - 15x - 3, \quad g(x) = -2x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 2x - 7.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 + 10x^5 + 12x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x + 3, \quad g(x) = 2x^5 + 4x^4 - 2x^2 + x + 1.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 1$, $g(x) = x - 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 7x^5 + 10x^4 - 14x^3 - 23x^2 + 7x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 26x^3 + 3x^2 - 36x - 20.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 9x^4 + 21x^3 - 29x^2 - 29x + 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 9x^4 + 21x^3 - 29x^2 - 29x + 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 15 LLJ.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -2 - 6x^2 + 2x^3, \quad g(x) = 1 + x, \quad h(x) = 3 + x - x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -2 - x + x^2 - 3x^3, \quad g(x) = 1 - 2x + 2x^2 - x^3, \quad h(x) = 4 + x - x^2 - 4x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad -1, \quad -1, \quad 1, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad -1, \quad 2, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 - 9x^4 + 10x^3 - 2x^2 + 6x - 10, \quad a = 2.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = -x^5 - 8x^4 - 19x^3 - 19x^2 - 7x + 14, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + x^4 - 9x^3 - 13x^2 + 13x - 1, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = x^5 + 2x^3 + x^2 + 11x + 3, \quad g(x) = -x^3 - 2x^2 - 3x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 5x^5 - 6x^4 - 5x^3 - 3x^2 - x, \quad g(x) = 2x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 2x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 + 2x^4 + 14x^3 - 17x^2 - 5x + 10, \quad g(x) = 2x^4 + x^3 - 6x^2 + 2x + 4.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 5x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x, \quad g(x) = 2x^3 - 2x^2 + x.$$

Ejercicio 12. 2%.

Sean $f(x) = x - 3$, $g(x) = x + 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 10x^4 + 4x^3 + 21x^2 - 4x - 12.$$

Ejercicio 14. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - 30x^3 + 15x^2 + 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 + 19x^3 - 29x^2 - 26x + 24.$$

Ejercicio 16. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 + 19x^3 - 29x^2 - 26x + 24.$$

Ejercicio 17. 1%.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3%.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 16 LPLA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -2 + 2x - 3x^2 + 2x^3, \quad g(x) = -2 - 2x, \quad h(x) = 3 - 2x + x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 4 + x - 3x^2, \quad g(x) = -3 - 2x + x^2 + 3x^3, \quad h(x) = -4 + 4x - 2x^2 + 2x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-4, \quad -2, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes.

$$-5, \quad -2, \quad 0, \quad 1, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 + 8x^4 - 2x^3 - 14x^2 - 10x + 10, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = -x^5 + x^4 + 6x^3 + 8x^2 + 15x, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + 4x^4 + 10x^3 - 3x^2 - 9x + 14, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 + 4x^4 + 12x^3 - 15x^2 - 18x - 2, \quad g(x) = 2x^3 - 8x^2 + 4x + 8.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 + x^5 - 6x^4 - 12x^3 - 14x^2 - 9x - 2, \quad g(x) = 2x^5 - x^4 - 5x^3 - 6x^2 - 9x - 3.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 7x, \quad g(x) = -2x^3 + x^2 + 2x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - 15x^3 + 4x^2 - 3x - 12, \quad g(x) = -x^3 - 3x^2 + 5x + 4.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 2$, $g(x) = x - 5$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - x^4 - 28x^3 + 15x^2 + 22x - 15.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 15x^4 - 14x^3 + 36x^2 + 24x - 32.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 + 28x^3 - 15x^2 - 21x + 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 + 28x^3 - 15x^2 - 21x + 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 17 MCAP.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -3 - x - x^2, \quad g(x) = 3 + 2x, \quad h(x) = -1 + x^2 - 2x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 1 - 2x + 2x^2 + 4x^3, \quad g(x) = -2 + 4x^2 + 2x^3, \quad h(x) = -1 + 2x - 2x^2 - 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad 0, \quad 1, \quad 3, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(4)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad 1, \quad 1, \quad 2, \quad 5.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3 - 16x^2 - 20x - 6, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-4)$.

$$f(x) = -x^5 - 8x^4 - 18x^3 - 10x^2 + 11x + 20, \quad a = -2.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 + 8x^3 - 13x^2 + 2x - 11, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = x^5 + 7x^4 + 9x^3 - 12x^2 - 10x + 5, \quad g(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 3x^5 + 3x^4 - 13x^3 - 2x^2 + 5x + 20, \quad g(x) = 2x^5 - x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 11x + 12.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^5 + 8x^4 - 12x^3 - x^2 - x + 6, \quad g(x) = 4x^4 + 8x^3 - 12x^2 + x + 3.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 2x^5 + 4x^4 - 8x^3 + 13x^2 - 11x + 4, \quad g(x) = -2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x$, $g(x) = x + 3$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - 2x^4 - 22x^3 + 13x^2 + 17x - 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 10x^5 + 32x^4 + 30x^3 - 17x^2 - 40x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 22x^3 + 3x^2 - 23x - 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 22x^3 + 3x^2 - 23x - 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 18 MRPG.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 2 - 2x, \quad g(x) = -2 + x^2 + 2x^3, \quad h(x) = -1 + x + x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 1 - 2x - x^3, \quad g(x) = 1 - 4x - 2x^2 + 2x^3, \quad h(x) = 1 + 3x + 2x^2 - x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 4.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 + 7x^4 - 5x^3 - 3x^2 - x + 20, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = 2x^5 - 3x^4 - 16x^3 - 8x^2 + 4x + 10, \quad \alpha = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - \alpha$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - \alpha$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - \alpha$, escriba la fracción $f(x)/(x - \alpha)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 + 7x^4 - 2x^3 - 20x^2 + 2x - 2, \quad \alpha = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 - 8x^4 + 4x^3 - 11x^2 + 19x - 2, \quad g(x) = -x^4 + 3x^3 + x^2 + 7x - 2.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 8x^5 + x^4 - 3x^3 + 13x^2 - 4x + 4, \quad g(x) = -2x^4 + 10x^3 - 9x^2 + 7x + 1.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^5 - 8x^4 - 7x^3 + 18x^2 + 20x + 8, \quad g(x) = 2x^4 - 10x^3 + 5x^2 + 11x + 6.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 3x^5 + 10x^4 + x^3 + 3x - 1, \quad g(x) = 2x^5 - 3x^4 - 11x^3 + 6x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 1$, $g(x) = x - 5$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 + 8x^4 - 10x^3 - 21x^2 + 4x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 15x^4 + 14x^3 + 36x^2 - 24x - 32.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 12x^3 - 30x^2 - 19x + 15.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 12x^3 - 30x^2 - 19x + 15.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 19 MGND.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -3 - x, \quad g(x) = 4 - 5x + x^2 - 2x^3, \quad h(x) = 1 + 2x + x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -1 - 4x^2 + 2x^3, \quad g(x) = -3 - 2x - x^2 + x^3, \quad h(x) = 4 + 2x - 4x^2 - 2x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-2, \quad -2, \quad 1, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \quad -2, \quad -1, \quad 1, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 - 11x^4 - 14x^3 - 6x^2 - 11x + 7, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = x^5 - 2x^3 + x^2 + 16x - 19, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 - 2x^4 + 9x^3 - x^2 - 7x, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = x^5 - 4x^4 + x^3 + x^2 - 6x - 3, \quad g(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 - 3.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 4x^5 + 3x^4 + 12x^3 + 10x^2 - 3, \quad g(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 - 3x - 3.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^5 + 6x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 2, \quad g(x) = -2x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 7x + 5.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 14x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 9x - 12, \quad g(x) = -2x^4 + 8x^3 - 4x^2 - 7x + 5.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 2$, $g(x) = x - 5$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + x^5 - 14x^4 - 26x^3 + x^2 + 25x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - x^4 - 21x^3 + 4x^2 + 28x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 - 28x^3 - 15x^2 + 21x + 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 - 28x^3 - 15x^2 + 21x + 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 20 MMGS.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -4 + 5x^2 + 2x^3, \quad g(x) = 1 - x, \quad h(x) = 1 - 4x + x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 3 - x + 4x^2 - 2x^3, \quad g(x) = 2x + 4x^2 - 2x^3, \quad h(x) = -2 + 3x - 4x^2 + 2x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -1, \quad 1, \quad 1, \quad 5.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-5, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 - 3x^4 - x^3 + 13x^2 - 13x - 16, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = -x^5 - x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 13x - 6, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + x^4 - 3x^3 + x^2 + 13x - 9, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 + 3x^4 - 10x^3 + 7x^2 - 12x - 6, \quad g(x) = -x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 6x - 9.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 9x^5 - 4x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 2x + 8, \quad g(x) = 2x^4 - 5x^3 - 10x^2 - 7x - 4.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 + 8x^4 + 12x^3 - 14x^2 - 11x - 18, \quad g(x) = -2x^3 + 6x^2 + x - 10.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -8x^6 - 16x^5 - 14x^4 - 12x^3 - 11x^2 - 3x, \quad g(x) = -4x^5 - 4x^4 - 2x^3 - 4x^2 - x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 1$, $g(x) = x + 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 8x^5 + 13x^4 + 16x^3 - 29x^2 - 8x + 15.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - 26x^3 + 3x^2 + 36x - 20.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 26x^3 + 11x^2 + 27x - 18.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 26x^3 + 11x^2 + 27x - 18.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 21 MOJF.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 + x^2, \quad g(x) = 4 + 2x - x^2 - 2x^3, \quad h(x) = 2 + 2x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 1 + 3x - 4x^2, \quad g(x) = -2 + x - 3x^3, \quad h(x) = -2 - 3x - x^2 + 2x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-5, \quad -2, \quad -2, \quad 1, \quad 1.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad -1, \quad -1, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 + 4x^4 - 15x^3 + 8x^2 + 7x + 10, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-3)$.

$$f(x) = x^5 + 6x^4 + 14x^3 + 12x^2 - 9x - 17, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + 4x^4 - 4x^3 - 9x^2 - x + 5, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -4x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 10x^2 + 8x + 8, \quad g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x - 6.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 5x^5 - 4x^4 + x^3 + 19x^2 + 14x - 3, \quad g(x) = 2x^5 + 7x^4 + 13x^3 + 17x^2 + 6x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 8x^2 + 13x - 2, \quad g(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 5x - 2.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -8x^6 + 4x^5 + 16x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 7x, \quad g(x) = 4x^5 + 4x^4 - x^3 + x^2 + 2x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 3$, $g(x) = x + 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 5x^5 + 26x^3 - 19x^2 - 21x + 18.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 8x^5 + 14x^4 - 16x^3 - 31x^2 + 8x + 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 + 23x^3 - 28x^2 - 17x + 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 + 23x^3 - 28x^2 - 17x + 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 22 MSMA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 + 6x - 2x^2 - x^3, \quad g(x) = 1 + x^2, \quad h(x) = -2 - 2x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 4 + 2x - 2x^2 - x^3, \quad g(x) = 3 + 2x - 2x^3, \quad h(x) = -3 - 2x + 3x^2 + 2x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-3, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 - 4x^4 - 3x^3 - x^2 + 6x - 5, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = -2x^5 - 3x^4 + 12x^3 - 7x^2 - 3x + 3, \quad \alpha = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - \alpha$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - \alpha$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - \alpha$, escriba la fracción $f(x)/(x - \alpha)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 - 4x^4 - 2x^3 + 12x^2 + 20x - 12, \quad \alpha = -2.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 4x^5 + 6x^4 - 18x^2 - 16x + 12, \quad g(x) = 2x^4 + 6x^3 + 9x^2 + 4x - 3.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 - 2x^5 - 2x^4 - 8x^3 - x^2 - 3x - 3, \quad g(x) = 2x^5 + x^3 + 3x^2 - x + 2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^5 - 4x^4 - 3x^3 + 14x^2 + 9x - 3, \quad g(x) = -x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 13x - 11.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 6x^5 + 4x^4 - 14x^3 + 10x^2 + 5x - 7, \quad g(x) = 2x^5 - 4x^4 + 6x^2 - 7x + 3.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 4$, $g(x) = x + 1$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - 26x^3 - 19x^2 + 21x + 18.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - x^4 - 21x^3 + 4x^2 + 28x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 27x^3 - 18x^2 + 23x + 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 27x^3 - 18x^2 + 23x + 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 23 MZLA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 2x + 2x^2, \quad g(x) = 2 - 2x, \quad h(x) = 2 + 4x + 5x^2 - x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -3 - 4x - x^3, \quad g(x) = -4 + x - x^2, \quad h(x) = x - 3x^2 + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad 0, \quad 1, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-5, \quad -4, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 - 5x^3 - 8x^2 - x - 10, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = x^5 - x^4 - 8x^3 - 13x^2 - 17x + 2, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + 4x^4 + 10x^3 + 12x^2 + 17x + 19, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + 4x^3 - x^2 + 3x + 1, \quad g(x) = -x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 2x - 3.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -x^6 - x^5 + 5x^4 - 9x^3 + 8x^2 + 2x - 4, \quad g(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 3x - 2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^5 + 11x^3 - 15x^2 + 15x + 6, \quad g(x) = 2x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 5x - 2.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 + 4x^5 - 5x^4 + 9x^3 - 3x^2 - 6x + 11, \quad g(x) = 4x^5 - 4x^4 + 3x^3 + x^2 - 6x + 4.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 5$, $g(x) = x - 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 8x^5 + 13x^4 - 16x^3 - 29x^2 + 8x + 15.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - 30x^3 + 15x^2 + 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 27x^3 - 18x^2 + 23x + 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 27x^3 - 18x^2 + 23x + 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 24 MGMA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 3 + x, \quad g(x) = x - 3x^2 + 2x^3, \quad h(x) = 1 - 2x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -1 - 3x + x^2, \quad g(x) = 4 - 2x + 2x^2 - 4x^3, \quad h(x) = 2 + 3x - x^2 - 4x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -2, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad -1, \quad 2, \quad 2, \quad 4.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 + 11x^4 + 14x^3 - 13x^2 - 18x - 9, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = -x^5 - 7x^4 - 20x^3 - 15x^2 - 8x - 3, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - x^4 + x^3 + 11x - 11, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 - 8x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 3x, \quad g(x) = -2x^3 + 2x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 8x^5 - 11x^4 + 17x^3 + 10x^2 - 11x - 5, \quad g(x) = -2x^5 + 3x^4 + 8x^3 - 4x^2 - 10x - 3.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^5 - 18x^4 + x^3 + 19x^2 - 9x - 5, \quad g(x) = 4x^3 - 2x^2 - 3x + 3.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 3x^4 + 18x^3 + 11x^2 + 5x + 2, \quad g(x) = x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 19x + 9.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 3$, $g(x) = x - 1$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 8x^4 - 18x^3 + 25x^2 + 15x - 18.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 15x^4 - 14x^3 + 36x^2 + 24x - 32.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 19x^3 - 20x^2 + 27x + 18.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 19x^3 - 20x^2 + 27x + 18.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 25 PRFDJ.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 - 2x + 2x^2, \quad g(x) = 3 + 4x + 2x^2 - 2x^3, \quad h(x) = -2 + x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 2 - 4x + 3x^2 - x^3, \quad g(x) = 3 - x - 2x^2 - 3x^3, \quad h(x) = 2 - x + x^2 + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -2, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 4.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 - 7x^4 - 8x^3 - 13x^2 - 4, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = -2x^5 - 5x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 2x - 9, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 - 5x^4 + 5x^3 - x^2 + 7x + 7, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 + 8x^3 + x^2 - 4, \quad g(x) = -x^4 + 4x^2.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^6 - 4x^5 - 2x^4 + 12x^3 - 18x^2 + 8x, \quad g(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 - 4x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 + 8x^4 - 14x^3 + 6x^2 + 11x - 7, \quad g(x) = 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 - x - 4.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 + 6x^5 - 2x^4 - x^3 - 10x^2 - 3x - 6, \quad g(x) = 4x^5 + 10x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 4x + 4.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 4$, $g(x) = x + 1$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 2x^5 - 8x^4 + 22x^3 - 5x^2 - 20x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 8x^5 + 14x^4 - 16x^3 - 31x^2 + 8x + 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 25x^3 + 14x^2 + 27x - 18.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 25x^3 + 14x^2 + 27x - 18.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 26 PTJS.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 4 + 2x + x^2 - x^3, \quad g(x) = 2 - 2x, \quad h(x) = 1 - x + 2x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -1 + x - 2x^2, \quad g(x) = -3 + x - 4x^3, \quad h(x) = 2 + x^2 + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad -1, \quad -1, \quad 1, \quad 4.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-3, \quad -1, \quad 1, \quad 1, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 - 9x^4 - 10x^3 + 7x^2 + 12x - 8, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = -x^5 - 11x^4 - 20x^3 - 14x^2 + 3x - 9, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 - 8x^4 + 8x^3 + 11x^2 - 14x + 16, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = x^5 + 2x^4 - 7x^3 - x^2 + 4x + 1, \quad g(x) = x^3 + 4x^2 + x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 6x^5 - 19x^3 + 20x^2 - 4x - 1, \quad g(x) = 2x^5 - 3x^4 + 9x^2 - 10x + 3.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -x^5 + 13x^3 - 14x^2 + 2x + 12, \quad g(x) = x^4 - 13x^2 + 13x - 3.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 - 14x^5 - 18x^4 - 15x^3 - 12x^2 - 6x - 1, \quad g(x) = 2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 3$, $g(x) = x$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - x^4 - 28x^3 + 15x^2 + 22x - 15.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 3x^5 - 9x^4 + 19x^3 + 12x^2 - 36x + 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 10x^3 - 29x^2 - 19x + 30.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 10x^3 - 29x^2 - 19x + 30.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 27 PDFa.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = x - x^2, \quad g(x) = -5 - 4x - 3x^2 + 2x^3, \quad h(x) = 2 - 2x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 3 + 4x + x^2 + 2x^3, \quad g(x) = 3 - 4x + 2x^2 + x^3, \quad h(x) = 2 - x + 3x^2 + 4x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-2, \quad -1, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -2, \quad 0, \quad 1, \quad 5.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 + 5x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 18x - 4, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(3)$.

$$f(x) = -2x^5 + 11x^4 - 11x^3 - 5x^2 + 4x - 11, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 - 3x^4 - 20x^3 - 14x^2 - 4x + 13, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 + 10x^4 + 14x^3 - x^2 - 12x - 4, \quad g(x) = -x^3 - 3x^2 + 4.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 4x^5 + 4x^4 + 17x^3 + 7x^2 - 15x - 3, \quad g(x) = 2x^5 + 2x^4 - 6x^3 - 9x^2 + 9.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^5 + x^4 - 12x^3 + 13x^2 + 11x - 3, \quad g(x) = x^4 - 6x^2 + 9x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 4x^5 - 4x^4 + 11x^3 - 10x^2 - x + 4, \quad g(x) = -4x^4 - 4x^2 + 9x - 1.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 3$, $g(x) = x + 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 8x^5 + 22x^4 - 20x^3 - 11x^2 + 28x - 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - x^4 - 21x^3 + 4x^2 + 28x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 13x^3 - 10x^2 - 19x + 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 13x^3 - 10x^2 - 19x + 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 + x + 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 28 PMD.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 5 - 6x - 2x^2 + x^3, \quad g(x) = -x - 2x^2, \quad h(x) = -1 - x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 2 + x + 4x^2, \quad g(x) = 1 + 2x + 4x^2, \quad h(x) = -3x - 4x^2 + 4x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-2, \quad -1, \quad 1, \quad 1, \quad 4.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 + 11x^4 - 12x^3 - 11x^2 + 16x - 13, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = -2x^5 + 3x^4 - 3x^3 + 11x^2 - 12x - 12, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 - 5x^4 + 20x^3 - 5x^2 - 19x - 8, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -x^5 + x^4 + 6x^3 - 7x^2 - 2x, \quad g(x) = x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 12x^5 - 20x^4 + 10x^3 + 15x^2 + 2x + 1, \quad g(x) = -2x^5 + 7x^4 + 6x^3 - 6x^2 - 4x - 1.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^5 - 14x^4 + 9x^3 + 3x^2 + x - 3, \quad g(x) = -2x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x - 2.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 9x^5 - 9x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 2x, \quad g(x) = -2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x$, $g(x) = x - 3$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 8x^5 + 22x^4 - 20x^3 - 11x^2 + 28x - 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - 30x^3 + 15x^2 + 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 18x^3 - 27x^2 + 22x + 15.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 - 18x^3 - 27x^2 + 22x + 15.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 29 PMZB.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -2 + 2x^2, \quad g(x) = -2 - x - 3x^2 - x^3, \quad h(x) = -2 + x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -4 - 2x^2 - 3x^3, \quad g(x) = -4 - x + 2x^2 + x^3, \quad h(x) = 2x - 4x^2 + x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad 0, \quad 1, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \quad -2, \quad 0, \quad 1, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 + 12x^4 - 18x^3 + 3x^2 - 4x + 8, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 11x^2 + 9x - 4, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - 4x^2 - 9x + 12, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 4x^5 + 4x^4 - x^3 - 2x^2 - 3x - 2, \quad g(x) = -2x^3 - x^2 + 2x + 1.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - 4x^5 - 13x^4 + 10x^3 + 14x^2 + 3x, \quad g(x) = -2x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 5x - 1.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^5 + 3x^4 + 6x^3 - 4x^2 - 4x - 8, \quad g(x) = -2x^4 - x^3 + 6x^2 + 5x + 6.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -8x^6 + 4x^5 + 14x^4 + 9x^3 + 2x^2 + 2x, \quad g(x) = 4x^5 - 2x^4 - 8x^3 - 4x^2 + x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 2$, $g(x) = x + 5$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - x^5 - 14x^4 + 26x^3 + x^2 - 25x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 8x^5 + 14x^4 + 16x^3 - 31x^2 - 8x + 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 5x^3 - 21x^2 + 8x + 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 5x^3 - 21x^2 + 8x + 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 30 PCBO.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 + x - x^2, \quad g(x) = -1 - 2x, \quad h(x) = 4 + 5x - 4x^2 + x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -2x + 3x^2 - x^3, \quad g(x) = 3 - x + x^3, \quad h(x) = -1 + 3x + 4x^2 + x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -2, \quad -1, \quad 0, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-4)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 + 8x^4 + 15x^3 - 4x^2 - 16x - 17, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -x^5 - x^4 + 2x^2 - 11x - 15, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 + 7x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 6x - 1, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -4x^5 - 16x^4 - 11x^3 + 17x^2 + 13x - 7, \quad g(x) = -2x^3 - 7x^2 - 4x + 3.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 12x^5 + 10x^4 + 10x^3 + 12x^2, \quad g(x) = 2x^4 - 6x^3 - 7x^2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -x^5 + 10x^3 - 11x^2 + 18x + 18, \quad g(x) = x^3 + x^2 - 11x - 3.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - 6x^5 - x^3 + 10x^2 - 12x + 7, \quad g(x) = 2x^4 - 10x^3 + 16x^2 - 13x + 5.$$

Ejercicio 12. 2%.

Sean $f(x) = x + 2$, $g(x) = x - 5$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - x^4 - 28x^3 + 15x^2 + 22x - 15.$$

Ejercicio 14. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 26x^3 + 3x^2 - 36x - 20.$$

Ejercicio 15. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 23x^3 - 28x^2 + 17x + 12.$$

Ejercicio 16. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 23x^3 - 28x^2 + 17x + 12.$$

Ejercicio 17. 1%.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3%.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 31 RESE.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -5 + 2x, \quad g(x) = x + x^2, \quad h(x) = -2 - x + 2x^2 - x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = x - x^2 + 3x^3, \quad g(x) = -1 - 2x - 4x^2 - 3x^3, \quad h(x) = -1 - 3x + 4x^2 - 4x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \quad -2, \quad -1, \quad 1, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 + 15x^3 - 9x^2 - 18x, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = x^5 + x^4 + 4x^3 - 10x^2 - 3x - 3, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 + 5x^4 + 5x^3 - 19x^2 + 16x - 1, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 - 5x^3 - x^2 + 3x + 1, \quad g(x) = -2x^4 + 5x^2 + 2x - 1.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - 9x^5 + 6x^4 + 6x^3 + 12x^2 - 5x - 12, \quad g(x) = x^4 - 3x^3 - x + 3.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^5 - 11x^4 - 15x^3 - 3x^2 - 4x - 4, \quad g(x) = -2x^4 - 11x^3 - 14x^2 + 3x + 6.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 + 14x^5 + 4x^4 - 17x^3 - 2x^2 - x, \quad g(x) = -4x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 3x^2.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 2$, $g(x) = x - 1$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - x^4 - 28x^3 + 15x^2 + 22x - 15.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 9x^4 - 19x^3 + 12x^2 + 36x + 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 22x^3 - 17x^2 - 28x + 15.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 22x^3 - 17x^2 - 28x + 15.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 32 RTR.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 + x, \quad g(x) = 2 - 3x - 2x^2, \quad h(x) = -4 - 5x - 2x^2 - x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 4 - 2x - 3x^2 - 4x^3, \quad g(x) = 1 + 2x - 2x^2, \quad h(x) = 1 + 4x - 3x^2 + 2x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -3, \quad 0, \quad 1, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 - x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 18x - 11, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + x^3 + 3x^2 - 10x + 19, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 - 3x^4 + 3x^3 + 15x^2 + 6x - 10, \quad a = -2.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 - 5x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 2x + 4, \quad g(x) = 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + x - 2.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -x^6 + 3x^5 + 5x^4 - 14x^3 - 2x^2 + 11x - 2, \quad g(x) = x^5 - x^4 - 8x^3 + 8x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 4x^2 - 8x - 6, \quad g(x) = -x^4 - 5x^3 - 7x^2 - 2x + 3.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - 6x^5 + 2x^4 - 4x^3 + 19x^2 - 6x, \quad g(x) = 2x^5 - 6x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 17x - 2.$$

Ejercicio 12. 2%.

Sean $f(x) = x - 2$, $g(x) = x + 3$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + x^5 - 14x^4 - 2x^3 + 25x^2 + x - 12.$$

Ejercicio 14. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 8x^5 + 14x^4 + 16x^3 - 31x^2 - 8x + 16.$$

Ejercicio 15. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 19x^3 + 7x^2 + 20x - 12.$$

Ejercicio 16. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 19x^3 + 7x^2 + 20x - 12.$$

Ejercicio 17. 1%.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3%.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 33 RAAS.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 2 - 2x - 3x^2 - x^3, \quad g(x) = -2 + 2x, \quad h(x) = 1 - 2x + x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -x + 3x^2 - 4x^3, \quad g(x) = 3 + x - x^2, \quad h(x) = -3 - 4x + 3x^2.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad -2, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-4, \quad -1, \quad 1, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 + 2x^4 - 14x^3 - 20x^2 + 7x - 4, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -2x^5 + 4x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 14x - 4, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 + 5x^4 - x^3 - 5x^2 - 11x + 12, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -x^5 + 7x^4 - 14x^3 + 5x^2 + 6x, \quad g(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 4x^5 + 3x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 14x - 2, \quad g(x) = 4x^4 + 4x^3 + x^2 - 6x + 2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -8x^5 + 8x^4 + 6x^3 - 8x^2 - x, \quad g(x) = 4x^4 - 3x^2.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 5x^5 + 12x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 3x, \quad g(x) = -2x^4 - 3x^3 + 2x + 1.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x$, $g(x) = x - 3$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 7x^5 + 11x^4 + 11x^3 - 28x^2 - 4x + 16.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 10x^5 + 32x^4 - 30x^3 - 17x^2 + 40x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 11x^3 - 14x^2 - 29x - 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 11x^3 - 14x^2 - 29x - 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 34 SAAJ.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 - 4x - 2x^2 + x^3, \quad g(x) = -1 - 2x - 2x^2, \quad h(x) = -1 + 2x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -1 + 4x - 3x^2 - 2x^3, \quad g(x) = 2x - 2x^2 + x^3, \quad h(x) = 3 - 2x - 4x^2 - x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-3, \quad 0, \quad 1, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 - 10x^4 - 18x^3 + 9x^2 + 20x - 16, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -2x^5 + 6x^4 - x^3 - 11x^2 + 15x + 3, \quad \alpha = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - \alpha$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - \alpha$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - \alpha$, escriba la fracción $f(x)/(x - \alpha)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 7x - 12, \quad \alpha = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 - 3x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 5x - 1, \quad g(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 3x + 2.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 + 18x^5 + 18x^4 + 12x^3 + 17x^2 + 3x - 3, \quad g(x) = 2x^5 + 6x^4 + 7x^2 + x - 1.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 + 4x^4 + 18x^3 - 19x^2 - 9x + 14, \quad g(x) = 4x^4 - 18x^2 - x + 10.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 8x^6 + 16x^5 - 6x^4 - 14x^3 - 10x^2 - 6x + 4, \quad g(x) = -4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 7x - 3.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 1$, $g(x) = x + 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 5x^5 + 26x^3 - 19x^2 - 21x + 18.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - x^4 - 21x^3 + 4x^2 + 28x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 19x^3 - 20x^2 + 27x + 18.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 19x^3 - 20x^2 + 27x + 18.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 35 VSMI.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -2 - 3x - 2x^3, \quad g(x) = -2 - 3x + 2x^2, \quad h(x) = 1 - x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -2 + 2x - x^2 - 4x^3, \quad g(x) = 2 - x - 2x^2, \quad h(x) = -3 - x - 4x^2.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad 0, \quad 1, \quad 4, \quad 5.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes.

$$-1, \quad 1, \quad 1, \quad 1, \quad 4.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 + 11x^4 - 18x^3 + 13x^2 - 13x, \quad a = 2.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-3)$.

$$f(x) = -x^5 - 6x^4 - 5x^3 + 11x^2 + 14x - 12, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 - 9x^4 - 13x^3 + 2x^2 + 13x - 13, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 + 3x^4 + 7x^3 - 11x^2 + 5x - 2, \quad g(x) = -2x^4 - x^3 + 5x^2 - 2x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 12x^5 + 2x^4 + 15x^3 - 3x^2, \quad g(x) = 4x^5 - 12x^4 + 17x^2 + x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -8x^5 + 20x^3 - 6x^2 - 11x + 5, \quad g(x) = -4x^3 + 8x - 4.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 4x^5 + 6x^4 - 3x^2, \quad g(x) = 2x^3 - x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 4$, $g(x) = x - 3$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 10x^4 - 4x^3 + 21x^2 + 4x - 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - x^4 - 21x^3 + 4x^2 + 28x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 11x^3 - 29x^2 + 19x + 15.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 - 11x^3 - 29x^2 + 19x + 15.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 36 VRE.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -6 + 2x - 5x^2 - 2x^3, \quad g(x) = 2 + 2x, \quad h(x) = -1 + 2x - x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -x + 3x^2 - 2x^3, \quad g(x) = -2 + 2x^2 - 4x^3, \quad h(x) = -3 + 4x - 2x^2 + x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-4, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-3, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 + 10x^4 - 14x^3 + 5x^2 + x - 9, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-3)$.

$$f(x) = -x^5 - 7x^4 - 17x^3 - 9x^2 + 4x - 4, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - 5x^4 - x^3 + 16x^2 - 11x, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -x^5 + 2x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x + 18, \quad g(x) = x^3 - 2x - 4.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 5x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 8x^2 + 2x - 4, \quad g(x) = 2x^5 - 3x^4 - 5x^3 - x^2 - 8x - 6.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^5 + 6x^4 - 8x^3 - 9x^2 + 2x + 5, \quad g(x) = -4x^4 - 2x^3 + 10x^2 - 3x - 1.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -8x^6 - 16x^5 - 18x^4 - 16x^3 - 6x^2 - 3x, \quad g(x) = 4x^5 + 8x^4 + 8x^3 + 6x^2 + x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 5$, $g(x) = x - 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - x^5 - 14x^4 + 26x^3 + x^2 - 25x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 10x^5 + 32x^4 - 30x^3 - 17x^2 + 40x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 19x^3 + 6x^2 - 21x - 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 19x^3 + 6x^2 - 21x - 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 37 oyente.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -3 + 2x^2 - x^3, \quad g(x) = -1 + 2x, \quad h(x) = -1 + 2x + x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 1 - 2x + 2x^3, \quad g(x) = -1 + 4x^2 - 2x^3, \quad h(x) = x + 3x^2 - 2x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-4, \quad -2, \quad -1, \quad 0, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-4)$ de dos maneras diferentes.

$$-5, \quad -2, \quad -2, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 + 2x^4 - 7x^3 + 10x^2 - 13x - 8, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-3)$.

$$f(x) = -2x^5 - 10x^4 - 11x^3 - 4x^2 + 8x + 20, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 8x - 7, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 + 6x^4 + 10x^3 + 19x^2 + 12x + 3, \quad g(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 3x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 + 9x^5 + 8x^4 - 3x^3 - 8x^2 - 20x + 12, \quad g(x) = -2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 15x - 9.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^5 + 4x^4 - 4x^3 - 13x^2 - 3x - 6, \quad g(x) = -x^3 - 2x^2 + 9x - 2.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 9x^5 - 7x^4 - 9x^3 - 4x^2 - 2x, \quad g(x) = 2x^5 + 9x^4 + 6x^3 + 5x^2 + 3x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 2$, $g(x) = x + 5$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 2x^5 - 8x^4 + 22x^3 - 5x^2 - 20x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 3x^5 - 9x^4 + 19x^3 + 12x^2 - 36x + 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 9x^4 + 21x^3 - 11x^2 - 29x + 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 9x^4 + 21x^3 - 11x^2 - 29x + 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 + x + 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 38 MCEA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 1 + x, \quad g(x) = 1 - 3x - 2x^2 - 2x^3, \quad h(x) = 3x - x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 2 - x + x^2 - 2x^3, \quad g(x) = 1 - 3x - 2x^2 + 3x^3, \quad h(x) = -4 - 3x + x^2 - x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(3)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad -1, \quad -1, \quad 2, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 - 3x^4 - 8x^3 - 9x^2 - 10x + 5, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = -x^5 - 5x^4 - 7x^3 + 8x^2 + 17x + 13, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 + 8x^4 + 17x^3 + 8x^2 - 12, \quad a = -2.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -x^5 + 3x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 12x + 9, \quad g(x) = -x^3 + 2x^2 - 4x + 3.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 8x^5 - 5x^4 - 8x^3 + 6x^2 + x - 2, \quad g(x) = 2x^5 - 8x^4 + 4x^3 + 11x^2 - 5x - 5.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 - 6x^4 - 4x^3 - x^2 + 3x, \quad g(x) = 2x^4 + x^2 - 2x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 6x^4 - 14x^3 + 14x^2 + 4x - 6, \quad g(x) = x^5 + 5x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 2x + 3.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 2$, $g(x) = x - 1$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + x^5 - 14x^4 - 26x^3 + x^2 + 25x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 5x^5 - x^4 + 21x^3 + 4x^2 - 28x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 25x^3 + 28x^2 - x - 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 25x^3 + 28x^2 - x - 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^4 - x^3 - 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 39 MDLRJA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 1 + 3x + x^2, \quad g(x) = 5 - 3x + x^2 + 2x^3, \quad h(x) = 1 - x.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 2x - x^2 + x^3, \quad g(x) = 2 - 2x - 3x^2 - x^3, \quad h(x) = -4 - x + x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-2, \quad 0, \quad 1, \quad 1, \quad 4.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(4)$ de dos maneras diferentes.

$$0, \quad 1, \quad 1, \quad 2, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 - 2x^4 - 5x^3 - 14x^2 - 19x - 14, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = -x^5 - 8x^4 - 18x^3 - 4x^2 + 16x - 17, \quad a = -2.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 - 11x^4 + 10x^3 + 4x^2 - 2x - 19, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 4x^5 - 4x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x, \quad g(x) = -2x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 8x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 12x^5 - 11x^4 + 15x^3 - 20x^2, \quad g(x) = 2x^4 + 6x^3 - 7x^2 + 4x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^5 - 5x^4 + 5x^2 + 7x, \quad g(x) = -x^3 - x^2 + 3x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 + 10x^5 - 19x^4 + 18x^3 - 2x^2 - 20x + 16, \quad g(x) = -2x^5 + 6x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 9x - 10.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 4$, $g(x) = x + 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + x^5 - 14x^4 - 2x^3 + 25x^2 + x - 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 26x^3 + 3x^2 - 36x - 20.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + x^3 - 27x^2 + 2x + 24.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + x^3 - 27x^2 + 2x + 24.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 40 MLAA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 + 2x + 5x^2 + x^3, \quad g(x) = -1 - x, \quad h(x) = 3 - 2x + 2x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -1 + 3x - 2x^2 - 3x^3, \quad g(x) = 3 - x + 2x^2 - 4x^3, \quad h(x) = 4 - 4x - 3x^2 + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-2, \quad -2, \quad 0, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad 0, \quad 2, \quad 4.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 - x^4 - 5x^3 - 5x^2 - 5x - 9, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(1)$.

$$f(x) = x^5 + x^4 - x^3 + x^2 + 10x + 10, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 + x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 10x + 10, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 - 2x^4 - 7x^2 + 20x - 7, \quad g(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 6x - 3.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 14x^5 - 6x^4 - 19x^3 + 16x^2 + x - 10, \quad g(x) = -2x^5 + 6x^4 + x^3 - 11x^2 + 4.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^5 + 4x^4 - 16x^3 + 7x^2 + x, \quad g(x) = 4x^4 + 4x^3 - 16x^2 + 9x - 1.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = x^6 - 20x^4 + 11x^3 + 20x^2 - 14x - 4, \quad g(x) = x^5 + 4x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 4x + 1.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 2$, $g(x) = x + 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 2x^5 - 8x^4 + 22x^3 - 5x^2 - 20x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 26x^3 + 3x^2 - 36x - 20.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 13x^3 - 22x^2 - 17x + 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 13x^3 - 22x^2 - 17x + 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 41 RGA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 + x, \quad g(x) = -1 + 2x - x^2, \quad h(x) = -2 - 3x - 6x^2 - 2x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 1 + 2x + 3x^3, \quad g(x) = -2 - 4x + x^2, \quad h(x) = -1 - 2x - 3x^2 - 4x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-4)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-5, \quad -3, \quad -1, \quad 0, \quad 1.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes.

$$-5, \quad -1, \quad 1, \quad 1, \quad 3.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 9, \quad a = 2.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(2)$.

$$f(x) = -x^5 + 7x^4 - x^3 - 12x^2 + 4x - 2, \quad a = 1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - x^3 + 4x^2 + 6x + 17, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 + 2x^4 + 5x^3 - 10x^2 - 3, \quad g(x) = -x^3 + x^2 + 3x - 6.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - 3x^5 - 4x^4 + 11x^3 - 7x^2 + x, \quad g(x) = 2x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 4x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^5 + 12x^4 + 17x^3 - 4x^2 - 16x, \quad g(x) = -2x^4 - 10x^3 - 6x^2 + 13x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^6 + 2x^5 + 10x^4 + 6x^3 + 8x^2 - 17x, \quad g(x) = 4x^4 + 10x^3 + 12x^2 + 10x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 5$, $g(x) = x + 2$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 7x^5 + 10x^4 - 14x^3 - 23x^2 + 7x + 12.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 5x^5 - x^4 + 21x^3 + 4x^2 - 28x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 10x^3 - 21x^2 - 13x + 10.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 8x^4 + 10x^3 - 21x^2 - 13x + 10.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 42 SAA.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 1 - x, \quad g(x) = 4 - 2x^2, \quad h(x) = -5 - x + x^2 + 2x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 1 - x + 4x^3, \quad g(x) = -3x + 4x^2 + 2x^3, \quad h(x) = -2 + 2x^2 - x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-5, \quad -2, \quad 0, \quad 1, \quad 2.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-3, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 4.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 - 4x^4 + 6x^3 + 14x^2 - 6x + 3, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = 2x^5 + 7x^4 + x^3 - 5x^2 + 9x + 20, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 + 15x^3 + 17x^2 + 11, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 + x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 12x + 16, \quad g(x) = 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 - x - 12.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 - 6x^5 + 9x^3 - 20x^2 + 3x + 6, \quad g(x) = -2x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 3x + 2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -4x^5 - 8x^4 + x^3 + 11x^2 + 4x - 2, \quad g(x) = -4x^4 - 4x^3 + 5x^2 + 4x - 1.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -x^6 + 7x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 7x - 5, \quad g(x) = x^5 + x^4 - 5x^3 - 9x^2 - 7x - 3.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 5$, $g(x) = x + 5$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 8x^5 + 13x^4 + 16x^3 - 29x^2 - 8x + 15.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 5x^5 - x^4 + 21x^3 + 4x^2 - 28x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 5x^3 - 28x^2 - 20x + 16.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 5x^3 - 28x^2 - 20x + 16.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^3 - 2x + 5,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 43 VAE.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 2 - x, \quad g(x) = -3 + x - 4x^2 + 2x^3, \quad h(x) = 2 - 2x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -3 - 2x + 3x^2 - x^3, \quad g(x) = -3 + 3x - x^3, \quad h(x) = 2x - x^2 + 4x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$0, \quad 1, \quad 1, \quad 1, \quad 4.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes.

$$-3, \quad -1, \quad 1, \quad 1, \quad 5.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -2x^5 + 13x^4 - 19x^3 + 2x^2 + 12x + 8, \quad a = 1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-1)$.

$$f(x) = x^5 - 4x^4 + 9x^3 - 19x^2 + 14x + 5, \quad a = 2.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -2x^5 - 11x^4 - 5x^3 + 13x^2 + 13x + 1, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = 2x^5 - 5x^4 + 3x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 7x^5 - 2x^4 + 3x^3 + 16x^2 - 5x, \quad g(x) = x^5 + 5x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 1.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^5 - 2x^4 - 3x^3 - 18x^2 + 11x, \quad g(x) = 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 2x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^6 + 2x^5 - 10x^4 + 11x^3 - 17x^2 + 10, \quad g(x) = 2x^5 - x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 11x + 7.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x - 3$, $g(x) = x + 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - 26x^3 - 19x^2 + 21x + 18.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 8x^5 + 14x^4 - 16x^3 - 31x^2 + 8x + 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 + 28x^3 + x^2 - 29x - 12.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 12x^4 + 28x^3 + x^2 - 29x - 12.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 - x - 2,$$

empezando con el punto $x_0 = -1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 44 SHJJ.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = 1 + x, \quad g(x) = -3x + 3x^2 - x^3, \quad h(x) = -4 - 3x + 2x^2.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = -2 + 4x - 3x^2 - 4x^3, \quad g(x) = 2 - 2x + 3x^2, \quad h(x) = 4 - 4x - x^2 + 3x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-4, \quad -3, \quad -1, \quad 1, \quad 1.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(-3)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -1, \quad -1, \quad 0, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = -x^5 + 2x^4 + 16x^3 + 14x^2 - 13x + 6, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = 2x^5 + 15x^4 + 20x^3 - x^2 - 14x - 8, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = -x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 9x - 2, \quad a = -1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -2x^5 + 3x^4 + 10x^3 + x^2 - 8x - 4, \quad g(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x - 1.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - 9x^5 + 16x^4 - 15x^3 + 5x^2 + 2x, \quad g(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 11x^2 + 6x.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -x^5 + 7x^4 - 11x^3 - 10x^2 + 17x + 12, \quad g(x) = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 4x - 15.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 + 2x^5 - 5x^4 - 6x^3 - 5x^2, \quad g(x) = 2x^3 + 2x^2 + x.$$

Ejercicio 12. 2 %.

Sean $f(x) = x + 3$, $g(x) = x - 4$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 5x^5 - 26x^3 - 19x^2 + 21x + 18.$$

Ejercicio 14. 1 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 + 10x^5 + 32x^4 + 30x^3 - 17x^2 - 40x - 16.$$

Ejercicio 15. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 19x^3 - 20x^2 + 27x + 18.$$

Ejercicio 16. 2 %.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 10x^4 - 19x^3 - 20x^2 + 27x + 18.$$

Ejercicio 17. 1 %.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 + x + 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3 %.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 - 3x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.

Álgebra I, licenciatura. Tarea individual 3. Variante 45 OCHI.

Polinomios.

Nombre del estudiante: _____

Las tareas individuales se resuelven en casa, en hojas blancas de tamaño carta, se entregan engrapadas juntas con las hojas de problemas, y se califican de manera muy cruel.

Ejercicio 1. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad asociativa de la multiplicación de polinomios**. Calcule los productos $f(x)g(x)$, $(f(x)g(x))h(x)$, $g(x)h(x)$, $f(x)(g(x)h(x))$, donde

$$f(x) = -1 - x, \quad g(x) = 1 - 6x + x^2, \quad h(x) = -2x + 2x^2 - 2x^3.$$

Ejercicio 2. 1 %.

Comprobación numérica de la **propiedad distributiva de la multiplicación de polinomios**. Calcule $f(x) + g(x)$, $(f(x) + g(x))h(x)$, $f(x)h(x)$, $g(x)h(x)$ y $f(x)h(x) + g(x)h(x)$, donde

$$f(x) = 4 - x - 2x^2 + x^3, \quad g(x) = 4 - 3x + 2x^2 - 4x^3, \quad h(x) = 4x - 2x^2 - x^3.$$

Ejercicio 3. 1 %.

Polinomio con raíces dadas. Construya el polinomio mónico f de grado mínimo que tenga las raíces dadas. Para la comprobación calcule $f(-2)$ de dos maneras diferentes: 1) utilizando la representación de $f(x)$ en forma del producto de polinomios de grado 1; 2) utilizando los coeficientes del desarrollo de $f(x)$ en potencias de x .

$$-1, \quad -1, \quad 1, \quad 2, \quad 3.$$

Ejercicio 4. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior con los siguientes datos. Para la comprobación calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes.

$$-2, \quad -2, \quad -1, \quad -1, \quad 2.$$

Ejercicio 5. 1 %.

Expansión de un polinomio en las potencias de un binomio. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, calcule $f(a)$ y todas las derivadas de f en el punto a .

$$f(x) = 2x^5 + 9x^4 + 15x^3 - 4x^2 - 14x + 9, \quad a = -1.$$

Ejercicio 6. 1 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes datos. Haga la comprobación con $f(-2)$.

$$f(x) = 2x^5 + 12x^4 + 13x^3 - 8x^2 + 2x + 20, \quad a = -1.$$

Ejercicio 7. 1 %.

Desarrollo en fracciones elementales con un polo. Desarrolle el polinomio f en las potencias del binomio $x - a$. Para la comprobación, calcule $f(-1)$ de dos maneras diferentes: 1) usando el desarrollo en potencias de x ; 2) usando el desarrollo en potencias de $x - a$. Además, usando el desarrollo de f en las potencias de $x - a$, escriba la fracción $f(x)/(x - a)^3$ como una suma de un polinomio y de ciertas fracciones elementales.

$$f(x) = 2x^5 - 9x^4 + 16x^3 - 11x^2 - 12x + 4, \quad a = 1.$$

Ejercicio 8. 2 %.

Calcule el **máximo común divisor** d de los polinomios dados f y g , y los polinomios de Bézout u y v tales que $fu + gv = d$. Compruebe que $d \mid f$, $d \mid g$ y $fu + gv = d$.

$$f(x) = -4x^5 + 14x^4 - 6x^3, \quad g(x) = 2x^4 - 8x^3 + 7x^2 - 3x.$$

Ejercicio 9. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 2x^6 - 8x^5 + 3x^4 + 6x^3 - 10x^2 + 4x, \quad g(x) = 2x^5 - 8x^4 + 3x^3 + 5x^2 - 6x + 2.$$

Ejercicio 10. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = 4x^5 + 12x^4 + 2x^3 + 13x^2 + x, \quad g(x) = -2x^3 - 6x^2 + x.$$

Ejercicio 11. 2 %.

Haga la tarea del ejercicio anterior para los siguientes polinomios f y g :

$$f(x) = -2x^6 - 2x^5 + 5x^4 + 12x^3 + 13x^2 + 4x - 2, \quad g(x) = -2x^5 + 4x^3 + 8x^2 + 7x + 1.$$

Ejercicio 12. 2%.

Sean $f(x) = x + 2$, $g(x) = x - 3$.

I. Encuentre dos polinomios u_1 y v_1 tales que $fu_1 + gv_1 = 1$.

II. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_2 y v_2 tales que $f^2u_2 + gv_2 = 1$.

III. Usando el resultado del inciso I encuentre dos polinomios u_3 y v_3 tales que $fu_3 + g^3v_3 = 1$.

Haga las comprobaciones.

Ejercicio 13. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 10x^4 + 4x^3 + 21x^2 - 4x - 12.$$

Ejercicio 14. 1%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = x^6 - 6x^5 + 30x^3 + 15x^2 - 24x - 16.$$

Ejercicio 15. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 7x^3 - 29x^2 - 28x + 20.$$

Ejercicio 16. 2%.

Encuentre todas las **raíces racionales** (con sus multiplicidades) del polinomio dado. Escriba el polinomio como un producto de polinomios de grado 1.

$$f(x) = 6x^4 + 7x^3 - 29x^2 - 28x + 20.$$

Ejercicio 17. 1%.

Haga dos pasos del **método de Newton–Raphson** para el polinomio

$$f(x) = x^5 + x + 1,$$

empezando con el punto $x_0 = 1$.

Ejercicio 18. 3%.

Calcular la **sucesión de Sturm** para el polinomio $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$. Usando la sucesión de Sturm separar las raíces de este polinomio.